

การเปรียบเทียบการทดสอบภาวะสาธูปสนิทธิ สำหรับการแจกแจงแบบปกติ

Comparison of the Goodness of Fit Tests for Normality

อัญชลี ปิ่นทองพันธ์*

อำไพ ทองธีรภาพ**

บทคัดย่อ

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ 5 วิธีได้แก่ การทดสอบของเบต้าโดยใช้พื้นฐานการวิเคราะห์การถดถอยแบบโพลีโนเมียล การทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงโดยสถิติโลคัลลิสตเรโซว์ การทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง การทดสอบของชาฟิโร-วิลด์ และการทดสอบของชาฟิโร-ฟรานเซีย เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบที่ การแจกแจงแบบไคสแควร์ การแจกแจงแบบเบต้า และการแจกแจงแบบไวบูลล์ กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 50 และ 100 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 ทำการจำลองข้อมูลซ้ำแต่ละลักษณะจำนวน 1,000 ชุด

ผลการศึกษาพบว่า การทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงโดยสถิติโลคัลลิสตเรโซว์ และการทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ในทุกขนาดตัวอย่าง การทดสอบของ

เบต้าโดยใช้พื้นฐานการวิเคราะห์การถดถอยแบบโพลีโนเมียล และการทดสอบของชาฟิโร-วิลด์ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และ 50 การทดสอบของชาฟิโร-ฟรานเซีย ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ในทุกขนาดตัวอย่าง สำหรับอำนาจการทดสอบพบว่าส่วนใหญ่การแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงโดยสถิติโลคัลลิสตเรโซว์ มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาการทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง ส่วน การทดสอบของเบต้าโดยใช้พื้นฐานการวิเคราะห์การถดถอยแบบโพลีโนเมียล และการทดสอบของชาฟิโร-วิลด์มีอำนาจการทดสอบที่ไม่แตกต่างกัน

คำสำคัญ: การทดสอบภาวะสาธูปสนิทธิ การแจกแจงแบบปกติ ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 อำนาจการทดสอบ

*นักศึกษาลัทธิสุตรมหาบัณฑิต สาขาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

**อาจารย์ที่ปรึกษา

Abstract

The purposes of this research were to study compare the observed type I error and power of the test of b_3^2 based on polynomial regression, Anderson-Darling Statistic based on the likelihood ratio, Anderson-Darling, Shapiro-Wilk Statistic and Shapiro-Francia Statistic in testing normality. The studies data are composed of normal distribution, t-distribution, chi-square distribution, beta distribution and weibull distribution. The sample sizes are 20, 50 and 100. The specified significance levels are 0.01, 0.05 and 0.10. Each case is repeated 1,000 times.

The results were as follows Anderson-Darling Statistic based on the likelihood ratio and Anderson-Darling can control the type I error at the specified one for all sample size. The b_3^2 based on polynomial regression and Shapiro-Wilk Statistic cannot control the type I error when sample size is 100. Shapiro-Francia Statistic cannot control the type I error at the specified one for all sample size. For power of the test, most cases the power of Anderson-Darling Statistic based on the likelihood ratio is the highest. Next in rank is Anderson-Darling. and b_3^2 based on polynomial regression and Shapiro-Wilk Statistic are not different in terms of power of the test.

Keywords: Goodness of Fit Test, Normal Distribution, Type I error, Power of the Test

บทนำ

โดยทั่วไป การเลือกใช้ตัวสถิติที่เหมาะสมในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้นขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง เช่น

กลุ่มประชากร ขนาดตัวอย่าง ประเภทของข้อมูล และการแจกแจงของประชากร เป็นต้น ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์นั้น อาจใช้สถิติทดสอบได้ 2 แบบ คือ สถิติพารามेटริก (Parametric Statistics) และ สถิตินอนพารามेटริก (Nonparametric Statistics) แต่การใช้สถิติพารามेटริกนั้น มีข้อกำหนดเบื้องต้น (Assumptions) ดังนี้ 1) มาตรการวัดข้อมูลเป็นมาตราอันตรภาค หรือมาตราอัตราส่วน 2) กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) และมีความแปรปรวนเท่ากัน

การตรวจสอบว่าข้อมูลที่ศึกษามีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ มีความจำเป็นอย่างยิ่ง มีนักสถิติได้เสนอตัวสถิติสำหรับการทดสอบการแจกแจงแบบปกติด้วยกันหลายวิธี ได้แก่ Fisher (1923-1930) เสนอตัวสถิติตัวแรกที่ใช้ในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเมื่อไม่ทราบค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของประชากรเรียกว่า Standard Third Moment ($\sqrt{b_1}$) และ Standard Fourth Moment (b_2) ซึ่งมีความไว (sensitive) ต่อการทดสอบความเบ้ (Skewness) และความโด่ง (Kurtosis) ตามลำดับ เป็นต้น

ปัจจุบันมีนักสถิติหลายท่านได้เสนอวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติขึ้นมาใหม่และพัฒนาวิธีการทดสอบแบบเดิมอย่างต่อเนื่อง เพื่อเป็นทางเลือกสำหรับการทดสอบและเพิ่มอำนาจการทดสอบให้มากยิ่งขึ้น อาทิ ตัวสถิติ b_3^2 (Coin, 2007) ซึ่งเป็นการทดสอบภาวะสารูปสนิทธิโดยใช้พื้นฐานของตัวสถิติการถดถอยแบบโพลิโนเมียล การทดสอบของ Anderson และ Darling และ Zhang (2002) ได้นำการทดสอบภาวะสารูปสนิทธิของ Anderson-Darling ซึ่งเป็นวิธีทดสอบที่ใช้กันอย่างแพร่หลายมาพัฒนาใหม่โดยใช้ตัวสถิติ Likelihood Ratio ซึ่งให้อำนาจการทดสอบที่สูงกว่าเดิม

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ 5 วิธี ได้แก่ การทดสอบของ b_3^2

based on polynomial regression การทดสอบของ Anderson-Darling Statistic based on the likelihood ratio (Z_A) การทดสอบของ Anderson-Darling (AD) การทดสอบของ Shapiro-Wilk Statistic (W) และการทดสอบของ Shapiro-Francia Statistic (W')

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของการทดสอบทั้ง 5 วิธี ได้แก่ การทดสอบของ b_2^2 based on polynomial regression การทดสอบของ Anderson-Darling Statistic based on the likelihood ratio (Z_A) การทดสอบของ Anderson-Darling (AD) การทดสอบของ Shapiro-Wilk Statistic (W) และการทดสอบของ Shapiro-Francia Statistic (W')
2. เพื่อศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของการทดสอบทั้ง 5 วิธี ในแต่ละลักษณะที่กำหนด

วิธีดำเนินการวิจัย

1. จำลองข้อมูลประชากรที่มีการแจกแจงลักษณะต่างๆ ดังนี้
 - 1.1 การแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) ที่มีค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 0 และความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 1
 - 1.2 การแจกแจงแบบที (t-Distribution) กำหนดจำนวนองศาอิสระ (degrees of freedom) เท่ากับ 1
 - 1.3 การแจกแจงแบบไคสแควร์ (Chi-square Distribution) กำหนดจำนวนองศาอิสระ (degrees of freedom) เท่ากับ 1
 - 1.4 การแจกแจงแบบเบต้า (Beta Distribution) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (α, β) เท่ากับ (0.5, 0.5)
 - 1.5 การแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull

Distribution) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (α, β) เท่ากับ (0.5, 1)

2. กำหนดขนาดตัวอย่าง ในแต่ละลักษณะของการแจกแจงเท่ากับ 20, 50 และ 100
3. เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบกับค่าวิกฤตเพื่อสรุปว่าปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานหลัก ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 ทำซ้ำ 1,000 ครั้ง
4. คำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 โดยสมมติฐานหลักของการทดสอบมีดังนี้

H_0 : ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ

H_1 : ข้อมูลไม่มีการแจกแจงแบบปกติ

ทำการนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหลัก (H_0) เมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง ทารด้วยจำนวนครั้งที่สุ่มตัวอย่างซ้ำทั้งหมด 1,000 ครั้ง

5. ถ้าค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 สำหรับแต่ละขนาดตัวอย่าง มีค่าอยู่ช่วงที่กำหนดไว้ จะถือว่าวิธีการทดสอบนั้นมีความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ โดยช่วงที่ใช้ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (ซิดซนิก, 2548) คือ
 - ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากการทดลองมีค่าอยู่ในช่วง (0.002, 0.018)

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากการทดลองมีค่าอยู่ในช่วง (0.037, 0.064)

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากการทดลองมีค่าอยู่ในช่วง (0.084, 0.116)

6. เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของแต่ละวิธี ภายใต้ลักษณะของการแจกแจง ระดับนัยสำคัญและขนาดตัวอย่างเดียวกัน โดยพิจารณาเฉพาะการทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้

วิธีการทางสถิติทั้ง 5 วิธีมีดังนี้

1. การทดสอบของ based on polynomial Regression

การทดสอบภาวะรูปสถิติ โดยตัวสถิติต่าง ๆ เป็นวิธีการทดสอบที่ใช้กันอย่างแพร่หลายและถูกสร้างโดยใช้พื้นฐานของตัวสถิติ Pearson chi-square ซึ่ง Coin (2007) ได้นำการทดสอบดังกล่าวมาพัฒนาโดยใช้พื้นฐานของตัวสถิติการถดถอยแบบโพลิโนเมียล ซึ่งให้อำนาจการทดสอบที่สูงกว่าเดิม ฟังก์ชันการถดถอยของตัวแบบคือ $E(z) = b_0 + b_1a + b_2a^2 + b_3a^3$

โดยที่ z คือลำดับตัวอย่างสุ่มขนาด n จากการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

a คือเวกเตอร์ของ n ซึ่งเป็นค่าคาดหวังของการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

การประมาณค่าพารามิเตอร์เพื่อหาค่า ทำการคำนวณโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด (Simple Least Squares)

2. การทดสอบของ Anderson-Darling Statistic based on the likelihood ratio

(Z_A) Zhang (2002) ได้นำการทดสอบตัวสถิติ Anderson-Darling ซึ่งเป็นวิธีทดสอบที่ใช้กันอย่างแพร่หลายมาพัฒนาโดยใช้พื้นฐานของตัวสถิติ Likelihood ratio ตัวสถิติ Anderson-Darling Statistic based on the likelihood ratio มีรูปแบบดังนี้

$$Z_A = - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{F_Z(z_{(i)})}{F_Z(z_{(i)}) + 0.5} + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{F_Z(z_{(i)})}{F_Z(z_{(i)}) + 0.5}}{n}$$

โดยที่ $F_n(z) = F_n(z_{(i)})$ คือฟังก์ชันการแจกแจงจากค่า สังเกต (Empirical distribution function) ของ $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$

$F_Z(z) = F_Z(z_{(i)})$ คือฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานของ $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$

3. การทดสอบของ Anderson-Darling (AD) แนวคิดของวิธีการทดสอบนี้มีพื้นฐานจาก Accumulating

square distance function การทดสอบของ Anderson-Darling (1952) มีรูปแบบคือ

$$AD = - \sum_{i=1}^n \frac{\ln P_i + \ln(1 - P_{n+1-i})}{n}$$

$$\text{โดยที่ } P_i = F_Z(z_{(i)}) = \int_0^{z_{(i)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$$

n คือขนาดตัวอย่าง

4. การทดสอบของ Shapiro-Wilk Statistic (W)

Shapiro and Wilk (1965) ได้เสนอการทดสอบการแจกแจงของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งในปัจจุบันเป็นวิธีที่ได้มีการนำมาใช้อย่างแพร่หลาย การทดสอบของ Shapiro-Wilk มีรูปแบบดังนี้

$$W = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^k a_{n-i+1} (y_{(n-i+1)} - y_{(i)}) \right\}^2}{\sum_{i=1}^n (y_{(i)} - \bar{y})^2}$$

โดยที่ n คือขนาดตัวอย่าง

k คือจำนวนเต็มที่เล็กที่สุดที่มากกว่าหรือเท่ากับ $n/2$

a_i คือค่าสัมประสิทธิ์ เมื่อ

$y_{(i)}$ คือข้อมูลที่เรียงลำดับจากน้อยไปมาก

5. การทดสอบของ Shapiro-Francia Statistic (W')

Shapiro and Francia (1972) ได้เสนอการทดสอบสำหรับทดสอบการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งหลักการเดียวกับการทดสอบ Shapiro-Wilk แต่จะใช้ค่าคาดหวังของสถิติลำดับของการแจกแจงแบบปกติมาช่วยในการคำนวณ อย่างไรก็ตาม การทดสอบดังกล่าวใช้ทดสอบสำหรับขนาดตัวอย่าง 35 ถึง 99 เท่านั้น Royston (1982) ได้ปรับการทดสอบให้ใช้ได้กับขนาดตัวอย่างที่ใหญ่ขึ้น ดังนั้น การทดสอบ Shapiro-Francia มีรูปแบบดังนี้

$$W' = \frac{\left[\sum_{i=1}^n m_i y_{(i)} \right]^2}{\sum_{i=1}^n m_i^2 \times \sum_{i=1}^n (y_{(i)} - \bar{y})^2}$$

โดยที่ $(y_{(1)}, \dots, y_{(n)})$ คือตัวอย่างสุ่มที่นำมาทดสอบการเปลี่ยนแปลงจากการแจกแจงแบบปกติ m_i คือค่าคาดหวังจากสถิติลำดับของการแจกแจงแบบปกติ

ผลการวิจัย

ผลการศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบทั้ง 5 วิธี สรุปเป็น 2 กรณี ดังนี้คือ

1. ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของการทดสอบทั้ง 5 วิธี

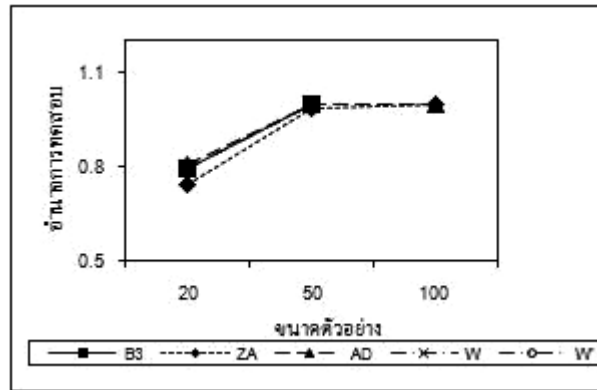
จากตารางที่ 1 พบว่าทั้งที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 การทดสอบของ Anderson-Darling Statistic based on the likelihood ratio (Z_A) และการทดสอบของ Anderson-Darling (AD) สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง การทดสอบของ b_3^2 based on polynomial regression และการทดสอบของ Shapiro-Wilk Statistic (W) ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ส่วนการทดสอบของ Shapiro-Francia Statistic (W') ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง

2. เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ พิจารณาเฉพาะการทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้เท่านั้น

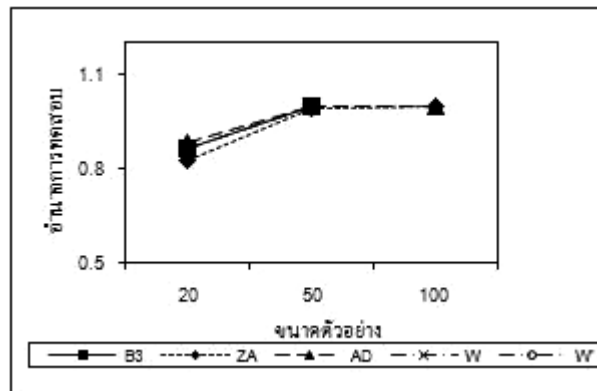
ตารางที่ 1 ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของการทดสอบทั้ง 5 วิธี

ระดับนัยสำคัญ W'	ขนาดตัวอย่าง	b_3^2	Z_A	AD	W
0.01	20	0.006*	0.009*	0.014*	0.010*
0.020	50	0.006*	0.014*	0.010*	0.008*
0.020	100	0.020	0.013*	0.009*	0.025
0.023					
0.05	20	0.037*	0.055*	0.062*	0.055*
0.080	50	0.041*	0.064*	0.047*	0.039*
0.106	100	0.074	0.050*	0.049*	0.132
0.080					
0.10	20	0.084*	0.106*	0.115*	0.110*
0.184	50	0.081*	0.113*	0.095*	0.093*
0.200	100	0.133	0.104*	0.089*	0.250
0.202					

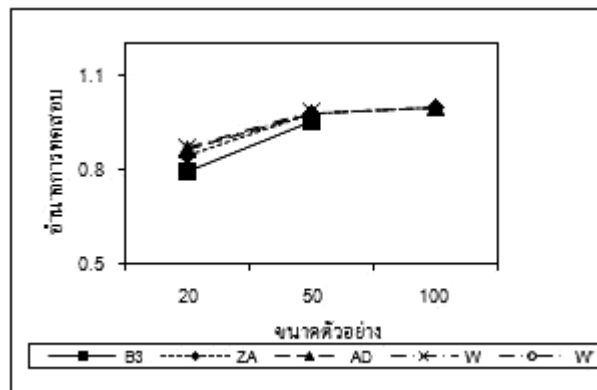
หมายเหตุ * หมายถึงการทดสอบนั้น ๆ สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้



(A)



(B)

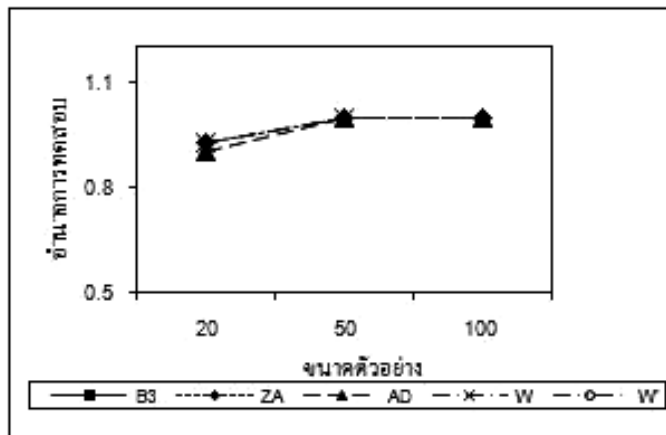


(C)

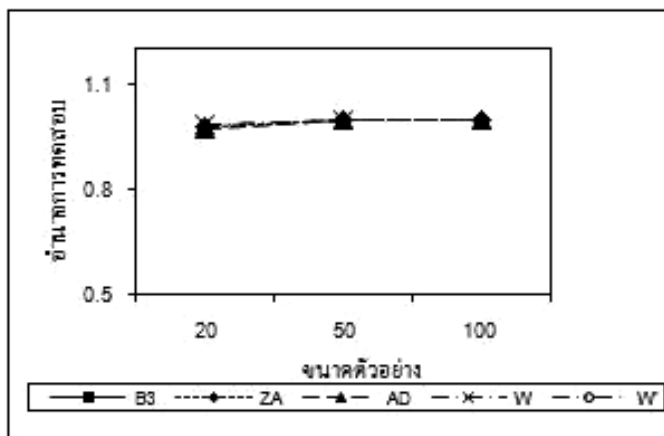
ภาพที่ 1 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของการทดสอบทั้ง 5 วิธี เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบที่ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (A) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, (B) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ (C) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ตามลำดับ

จากภาพที่ 1 พบว่าทั้งที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 การทดสอบของ Anderson-Darling (AD) มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือ การทดสอบของ b_2^2 based on polynomial regression

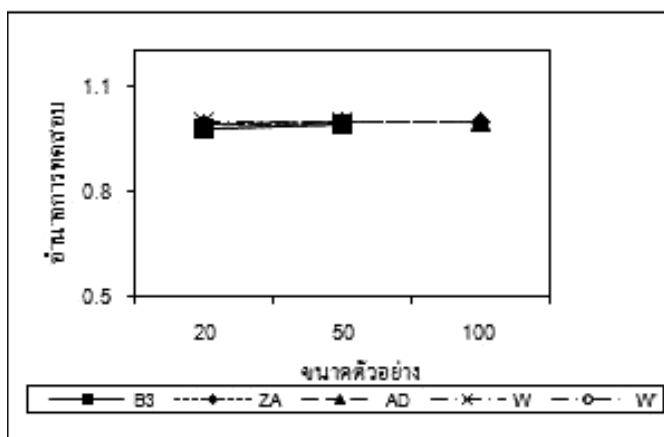
และการทดสอบของ Shapiro-Wilk Statistic (W) มีอำนาจการทดสอบเท่ากัน และการทดสอบของ Anderson-Darling Statistic based on the likelihood ratio (Z_A) ตามลำดับ



(D)



(E)

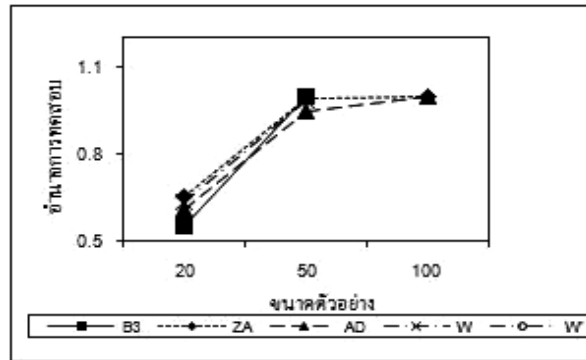


(F)

ภาพที่ 2 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของการทดสอบทั้ง 5 วิธี เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบโคสแควร์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (D) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ (E) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

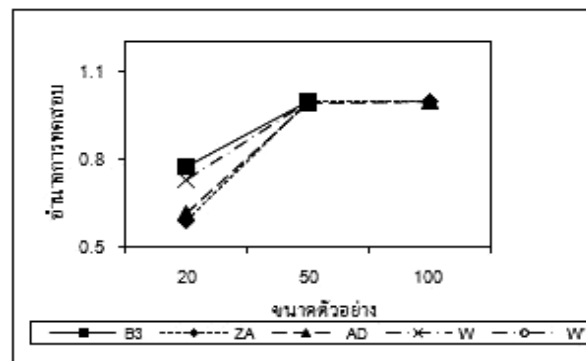
จากภาพที่ 2 พบว่าทั้งที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 การทดสอบของ Shapiro-Wilk Statistic (W) และการทดสอบของ Anderson-Darling Statistic based on the likelihood

ratio (Z_A) มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุดเท่ากัน รองลงมา คือ การทดสอบของ Anderson-Darling (AD) และการทดสอบของ b_3^2 based on polynomial regression ตามลำดับ

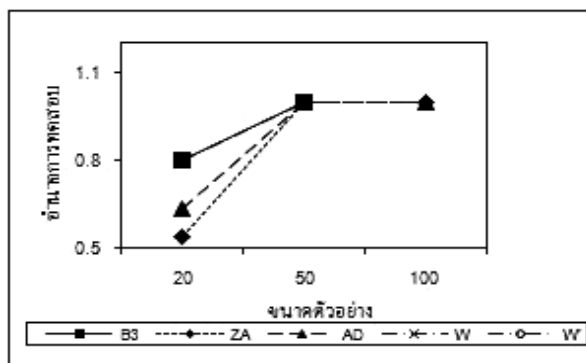


(G)

ภาพที่ 3 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของการทดสอบทั้ง 5 วิธี เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบเบต้าจำแนกตามขนาดตัวอย่าง (G) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01



(H)

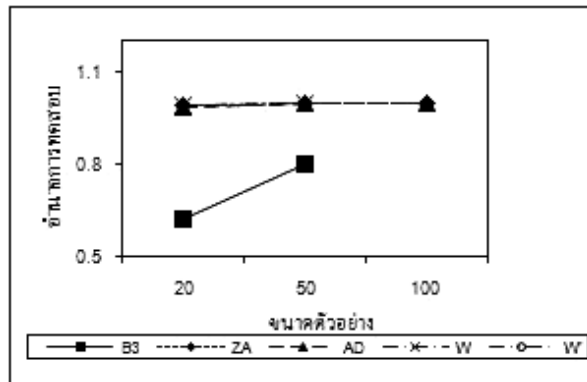


(I)

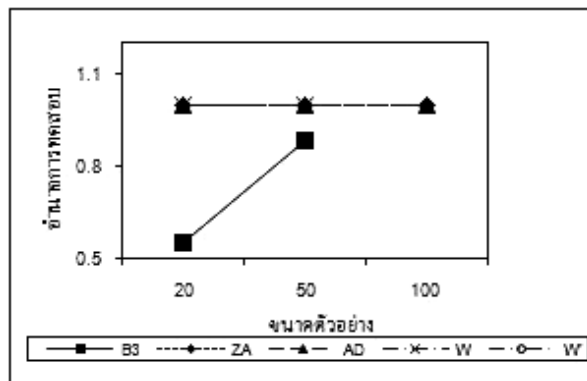
ภาพที่ 3 (ต่อ) เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของการทดสอบทั้ง 5 วิธี เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบเบต้าจำแนกตามขนาดตัวอย่าง (H) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ (I) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

จากภาพที่ 3 พบว่าทั้งที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 การทดสอบของ b_3^2 based on polynomial regression มีอำนาจการทดสอบ สูงที่สุด รองลงมาคือการทดสอบของ Anderson-

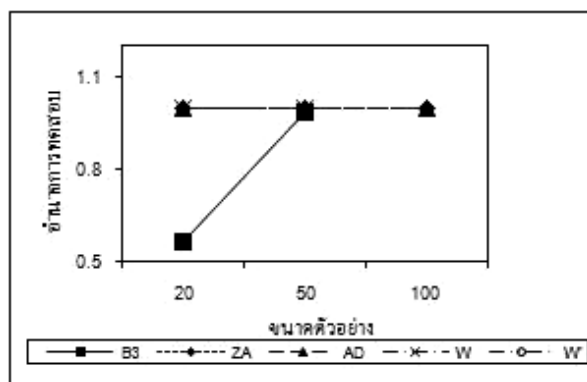
Darling Statistic based on the likelihood ratio (Z_A) การทดสอบของ Shapiro-Wilk Statistic (W) และการทดสอบของ Anderson-Darling (AD) ตามลำดับ



(J)



(K)



(L)

ภาพที่ 4 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของการทดสอบทั้ง 5 วิธี เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบไวบูลล์จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (J) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, (K) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ (L) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ตามลำดับ

จากภาพที่ 4 พบว่าทั้งที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 การทดสอบของ Anderson-Darling Statistic based on the likelihood ratio (Z_A) มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมา คือ การทดสอบของ Anderson-Darling (AD) การทดสอบของ Shapiro-Wilk Statistic (W) และการทดสอบของ b_3^2 based on polynomial regression ตามลำดับ

สรุปผลการวิจัย

ผลการศึกษาพบว่า การทดสอบของ Anderson-Darling Statistic based on the likelihood ratio (Z_A) และการทดสอบของ Anderson-Darling (AD) สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ในทุกขนาดตัวอย่าง การทดสอบของ b_3^2 based on polynomial regression และการทดสอบของ Shapiro-Wilk Statistic (W) สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ

20 และ 50 การทดสอบของ Shapiro-Francia Statistic (W') ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ในทุกขนาดตัวอย่าง สำหรับอำนาจการทดสอบพบว่าส่วนใหญ่การทดสอบของ Anderson-Darling Statistic based on the likelihood ratio (Z_A) มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาการทดสอบของ Anderson-Darling (AD) ส่วนการทดสอบของ b_3^2 based on polynomial regression และการทดสอบของ Shapiro-Wilk Statistic (W) มีอำนาจการทดสอบที่ไม่แตกต่างกัน

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

ศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของการทดสอบทั้ง 5 วิธี โดยการใช้การแจกแจงอื่น ๆ ที่แตกต่างจากที่ผู้วิจัยได้ทำ เช่น การแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล การแจกแจงแบบลอการิธึมอล เป็นต้น

บรรณานุกรม

- ชิดชนก ชาญณรงค์. (2548). การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติ 4 วิธี. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- Anderson, T. W. and Darling, D. A. (1952). **A test of goodness-of-fit**. Journal of the American Statistical Association. **Ass.**49: 765-769.
- Coin, D. (2007). **A goodness-of-fit test for normality based on polynomial regression**. Computational Statistics and Data Analysis. 52: 2185-2198.
- Royston, J.P. (1982). **Expected normal order statistics (exact and approximate) as 177**. Applied Statistics. 31: 161-165.
- Shapiro, S.S. and R.S. Francia. (1972). **An approximate analysis of variance test for normality**. Journal of the American Statistical Association. 67: 216-251.
- Shapiro, S.S. and M.B. Wilk. (1965). **An analysis of variance test for normality (complete sample)**. Biometrika. 66: 760-762.
- Zhang, J. (2002). **Powerful goodness-of-fit tests based on the likelihood ratio**. Journal of the Royal Statistics Society. B, 64: 281-294.