



เทคนิคการใช้งานร่วมกันระหว่างรหัส Marker และรหัส RS สำหรับช่องสัญญาณการแทรก การลบ และการแทนที่ A Technique for Combining Marker Codes and RS Codes for Insertion, Deletion and Substitution Channels

สันติ กูลการชาย* และ ปิยะ โควินท์ทวิวัฒน์
Santi Koonkarnkhai*, and Piya Kovintavewat

ศูนย์วิจัยเทคโนโลยีการบันทึกข้อมูล มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม
*Correspondent author: santi@npru.ac.th

บทคัดย่อ

ข้อผิดพลาดจากการแทรก (insertion) การลบ (subtraction) และการแทนที่ (substitution) เป็นปัญหาที่สำคัญในระบบสื่อสารดิจิทัล โดยเฉพาะอย่างยิ่งระบบบันทึกเชิงแม่เหล็กแบบบิตแพทเทิร์นมีเดีย (BPMR: bit-patterned media recording) เพราะทำให้เกิดข้อผิดพลาดจำนวนมากในกระบวนการตรวจหาข้อมูล บทความนี้นำเสนอเทคนิคการใช้งานร่วมกันระหว่างรหัส Marker และรหัส RS (Reed-Solomon) ที่มีอัตรารหัสสูง (high code rate) เพื่อลดข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการแทรก การลบ และการแทนที่ โดยรหัส Marker จะทำการตรวจหาและแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรกและการลบโดยใช้การประมาณค่าตำแหน่งของข้อผิดพลาด ในขณะที่รหัส RS สามารถช่วยแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทนที่และข้อผิดพลาดที่เกิดจากการตรวจหาและแก้ไขแบบประมาณค่าของรหัส Marker จากผลการทดลองโดยการเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบในรูปแบบของอัตราข้อผิดพลาดของบิต ณ ความน่าจะเป็นของการแทรก, การลบ และการแทนที่ต่างๆ พบว่า เทคนิคที่นำเสนอให้สมรรถนะที่ดีกว่าการใช้รหัส Marker หรือรหัส RS (อย่างใดอย่างหนึ่ง) เพียงอย่างเดียว นอกจากนี้ยังพบว่าสำหรับช่องสัญญาณแบบผลตอบสนองบางส่วน ความยาวของคำรหัสของรหัส Marker ที่เหมาะสมคือ 60 บิต ณ อัตรารหัสเท่ากับ 0.8329

Abstract

Insertion, deletion and substitution errors are crucial problems in a digital communication system, especially in a bit-patterned media recording (BPMR) system because they can cause an error burst in data detection process. This paper proposes a technique for combining a Marker code and a Reed-Solomon (RS) codes at a high code rate to reduce insertion, deletion and substitution errors. Specifically, the Marker code is used to detect and correct errors from insertion and deletion based on the estimated insertion/deletion locations, whereas the RS code is employed to correct the substitution errors and the remaining errors resulted from Marker code.

Simulation results (in terms of bit-error rate (BER) at various probabilities of insertion, deletion and substitution) indicate that the proposed technique performs better than using only the Marker code or the RS code alone. In addition, we found that for the partial response channel, the optimal length of a Marker code is 60 bits at a code rate of 0.8329.

คำสำคัญ: การแทรก, การลบ, การแทนที่, ช่องสัญญาณผลตอบสนองบางส่วน, รหัส Marker

Keywords: Insertion, deletion, substitution, partial response channel, Marker code

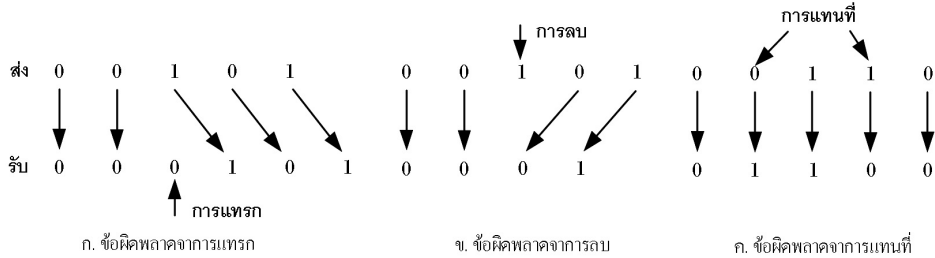
1. บทนำ

โดยทั่วไประบบสื่อสารดิจิทัลจะเผชิญกับปัญหาเรื่องสัญญาณรบกวนและการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (ISI: inter-symbol interference) ซึ่งมีผลทำให้เกิดข้อผิดพลาดที่วางจรรยากริบ นอกจากนี้ผลกระทบที่ไม่สามารถหลีกเลี่ยงได้และพบมากในระหว่างการรับส่งข้อมูลก็คือ ข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทรก การลบ และการแทนที่ ตัวอย่างเช่น ระบบสื่อสารไร้สาย เมื่อสัญญาณถูกลดทอน (fading) หรือวงจรประสานเวลา (synchronization) ที่วางจรรยากริบทำงานผิดพลาด จะทำให้เกิดการแทรก การลบ และการแทนที่ (1)

สำหรับระบบการบันทึกเชิงแม่เหล็กแบบ BPMR (หรือระบบ BPMR) ซึ่งเป็นการบันทึกข้อมูลแบบใหม่ (2) ที่กำลังเข้ามาแทนระบบการบันทึกเชิงแม่เหล็กแบบแนวตั้ง (perpendicular magnetic recording) ที่ใช้ในปัจจุบัน (3-4) ซึ่งสามารถเพิ่มความจุข้อมูลได้สูงถึง 4 Tbit/in² (เทระบิตต่อตารางนิ้ว) โดยทำการบันทึกข้อมูล 1 บิตต่อ 1 เกรนแม่เหล็ก (1 เกรนแม่เหล็กจะเรียกว่า ไอแลนด์ (island)) ในขณะที่การบันทึกเชิงแม่เหล็กแบบแนวตั้งจะใช้ 30-40 เกรนต่อการบันทึกข้อมูล 1 บิต ในทางปฏิบัติปัญหาเรื่องการแทรกการลบและการแทนที่ที่พบในระบบ BPMR เกิดขึ้นจากข้อผิดพลาดของวงจรประสานเวลาในช่องสัญญาณเขียน, ตำแหน่งและขนาดของไอแลนด์ไม่มีความเป็นเอกรูป (uniform), และความผันผวนของความเข้มแม่เหล็กอิ่มตัว (saturation

magnetization) ในแต่ละไอแลนด์ ซึ่งผลกระทบจากการแทรก การลบ และการแทนที่ อาจทำให้เกิดข้อผิดพลาดจำนวนมากในระบบ BPMR

โดยทั่วไปรหัสแก้ไขข้อผิดพลาด (ECC: error correction code) นิยมใช้เพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากสัญญาณรบกวนต่างๆ ซึ่งรวมไปถึงข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทนที่ด้วย โดยรหัส ECC ที่นิยมใช้คือ รหัส RS ซึ่งมีความสามารถในการแก้ไขข้อผิดพลาดที่ติดกันหลายบิต (burst error) และถูกนำมาใช้ในหลายๆ งานประยุกต์ เช่น ระบบการบันทึกข้อมูลเชิงแม่เหล็ก, ระบบสื่อสารผ่านดาวเทียม และระบบสื่อสารไร้สาย เป็นต้น อย่างไรก็ตามรหัส ECC ไม่สามารถจัดการกับข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทรกและการลบได้ ตัวอย่างเช่น รูปที่ 1 (ก) แสดงข้อผิดพลาดจากการแทรกในบิตที่ 4 ซึ่งมีผลทำให้ลำดับข้อมูลทั้งหมดเลื่อนไปทางขวามือ ในขณะที่รูปที่ 1 (ข) แสดงข้อผิดพลาดจากการลบในบิตที่ 3 ซึ่งจะทำให้ลำดับข้อมูลทั้งหมดเลื่อนไปทางซ้ายมือ (ทั้งสองกรณีนี้จะทำให้เกิดข้อผิดพลาดจำนวนมาก) ดังนั้นรหัสแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทรกและการลบ จึงเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างมากในระบบสื่อสารแบบดิจิทัล นอกจากนี้รูปที่ 1 (ค) แสดงข้อผิดพลาดจากการแทนที่ในบิตที่ 2 และบิตที่ 4 ซึ่งจะเห็นได้ว่าข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทนที่นี้มีลักษณะคล้ายกับข้อผิดพลาดที่เกิดจากสัญญาณรบกวน เพราะฉะนั้นรหัส ECC มีสมรรถนะสูงเพียงพอ ก็สามารถแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทนที่ได้



รูปที่ 1. ข้อผิดพลาดจากการแทรก การลบ และการแทนที่

สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรหัสแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทรก การลบ และการแทนที่ได้มีการนำเสนอไว้อย่างหลากหลาย ตัวอย่างเช่น Sellers (5) นำเสนอรหัส Marker สำหรับการแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบ โดยจะทำการแทรกบิตพิเศษลงในแต่ละคำรหัส ในส่วนของการแก้ไขข้อผิดพลาดจะเป็นแบบการประมาณค่าตำแหน่งของข้อผิดพลาดตามตารางค้นหา (lookup table) อย่างไรก็ตามรหัส Marker นี้สามารถลดผลกระทบจากการแทรก/การลบได้บางส่วน และยังมีข้อผิดพลาดหลงเหลืออยู่จำนวนหนึ่งโดยจำนวนข้อผิดพลาดที่หลงเหลืออยู่นี้จะขึ้นกับความยาวของคำรหัสที่ใช้ นอกจากนี้ Chen, Ng และ Varnica (6) ได้นำเสนอการใช้งานร่วมกันของรหัส Marker และรหัส LDPC เพื่อแก้ไขปัญหาที่เกิดจากการลบ โดยสามารถให้ค่า BER = 10⁻⁶ ณ ความน่าจะเป็นของการลบ P = 0.1 และอัตรารหัส R = 0.18 ซึ่งถือว่าเป็นค่าอัตรารหัสที่ต่ำมาก (ไม่เหมาะกับการนำมาใช้ในช่องสัญญาณการบันทึกเชิงแม่เหล็กเพราะจะสิ้นเปลืองพื้นที่ในการจัดเก็บข้อมูล)

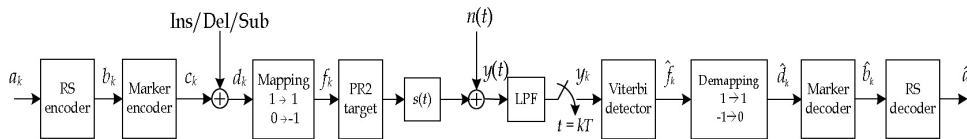
นอกจากนี้งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรก การลบ และการแทนที่สำหรับช่องสัญญาณการบันทึก BPMR มีดังเช่น Ng Y *et al.* (4) ได้นำเสนอการออกแบบใช้รหัสแก้ไขข้อผิดพลาดแบบ 2 มิติ สำหรับแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทรก/การลบ ในระบบการบันทึกแบบ BPMR ซึ่งยังไม่เหมาะสมกับเทคโนโลยีในปัจจุบัน เนื่องจากเป็นรหัสที่ต้องใช้หน่วยความจำจำนวนมากและมีความซับซ้อนสูง สำหรับ Kuznetsov และ Erden (7) ได้นำเสนอการใช้รหัส Levenshtein ในการเข้ารหัสและตรวจหา

ข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบและการแทนที่ ซึ่งเป็นรหัสที่มีอัตรารหัสแปรผันตรงกับความยาวของคำรหัส (นั่นคือถ้าความยาวของข้อมูลที่จะถูกเข้ารหัสมีค่าเข้าใกล้ค่าอนันต์ ก็จะทำให้ได้อัตรารหัสเข้าใกล้ค่าหนึ่ง ซึ่งเป็นสิ่งที่ต้องการมากสำหรับช่องสัญญาณการบันทึกเชิงแม่เหล็ก) แต่ข้อเสียของรหัสนี้ก็จะอ่อนไหวต่อข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทนที่ เพราะการตรวจหาข้อผิดพลาดของรหัสนี้จะอาศัยการคำนวณหาค่าผลรวมตรวจสอบ โดยถ้าบิตใดบิตหนึ่งในคำรหัสผิด ก็จะทำให้ผลรวมตรวจสอบผิดพลาด ซึ่งส่งผลให้กระบวนการตรวจหาและแก้ไขทำงานผิดพลาด และก่อให้เกิดข้อผิดพลาดจำนวนมาก นอกจากนี้ Inoue และ Kaneko (8) ได้นำเสนอรหัส Levenshtein สำหรับแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทรกการลบ และการแทนที่ แบบ 2 บิต ซึ่งพัฒนามาจากรหัส Levenshtein แบบทั่วไปโดยทำการเข้ารหัสแบบแยกบิตคือและบิตคู่ อย่างไรก็ตามรหัสนี้ต้องใช้วงจรตรวจหาการแทรก/การลบและการแทนที่เพิ่มเติมและไม่ทนทานต่อข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทนที่เนื่องจากต้องใช้ค่าผลรวมตรวจสอบเหมือนกับรหัส Levenshtein แบบทั่วไป สำหรับ Krishnon และ Vasic (9) ได้ศึกษาขอบเขตของอัตรารหัสที่สามารถทำได้ของรหัสแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบ ในช่องสัญญาณ BPMR และสุดท้าย Paluncic *et al* (10) ได้ประยุกต์ใช้รหัส RLL (run-length limited) สำหรับแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบแบบหลายบิต ซึ่งเป็นรหัสสำหรับแก้ไขเพียงอย่างเดียวเท่านั้น ไม่สามารถทำการตรวจหาข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบได้

บทความนี้จะเน้นไปที่ผลกระทบที่เกิดขึ้นจากการแทรก การลบ และการแทนที่ ที่เกิดขึ้นในระบบการบันทึกเชิงแม่เหล็กแบบ BPMR (ซึ่งเกิดขึ้นในขณะที่ทำการเขียนและอ่านข้อมูล) โดยจะนำเสนอเทคนิคการทำงานร่วมกันระหว่างรหัส Marker และรหัส RS ในช่องสัญญาณแบบผลตอบสนองบางส่วน (partial response) ที่มีอัตรารหัสสูง และมีผลกระทบจากการแทรก การลบ และการแทนที่ โดยรหัส Marker จะใช้เพื่อประมาณค่าตำแหน่งของการแทรก/การลบ และใช้รหัส RS เพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทรกและข้อผิดพลาดที่เกิดจากการตรวจหาและแก้ไขแบบประมาณค่าของรหัส Marker

นอกจากนี้ยังได้ทำการศึกษาความยาวของคำรหัสที่ใช้ของรหัส Marker ที่เหมาะสมสำหรับใช้ในช่องสัญญาณแบบผลตอบสนองบางส่วน

บทความนี้จะนำเสนอเนื้อหาดังต่อไปนี้ หัวข้อที่ 2 อธิบายแบบจำลองช่องสัญญาณแบบผลตอบสนองบางส่วนที่มีผลกระทบจากการแทรก การลบ และการแทนที่ หัวข้อที่ 3 อธิบายเทคนิคการทำงานร่วมกันของรหัส Marker และรหัส RS และหัวข้อที่ 4 กล่าวถึงผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองระบบ สุดท้ายหัวข้อที่ 5 สรุปผลทั้งหมดที่ได้จากบทความนี้



รูปที่ 2. แบบจำลองช่องสัญญาณการบันทึกเชิงแม่เหล็กที่มีผลกระทบจากการแทรก/การลบ

2. แบบจำลองช่องสัญญาณ

รูปที่ 2 แสดงแบบจำลองช่องสัญญาณแบบผลตอบสนองบางส่วนที่มีเฉพาะผลกระทบจากการแทรก การลบ และการแทนที่ เมื่อกำหนดให้ลำดับข้อมูล $a_k \in \{0, 1\}$ จำนวน 1864 บิต ที่มีคาบเวลาของบิต (bit period) เท่ากับ T ถูกเข้ารหัสด้วยรหัส RS (255,223) ทำให้ได้ลำดับข้อมูล b_k จำนวน 2040 บิต (10) และถูกเข้ารหัสด้วยรหัส Marker อีกครั้งทำให้ได้ลำดับข้อมูล c_k จากนั้นลำดับข้อมูล c_k ถูกรบกวนด้วยผลกระทบจากการแทรก การลบ และการแทนที่ ทำให้ได้เป็นลำดับข้อมูล d_k โดยที่ความน่าจะเป็นของการแทรกคือ P_i ความน่าจะเป็นของการลบคือ P_d ความน่าจะเป็นของข้อมูลที่ถูกลบส่งผ่านเข้าไปยังช่องสัญญาณ PR2 มีค่าเท่ากับ P_i นั่นคือ $P_i + P_d + P_i = 1$, และความน่าจะเป็นของการแทนที่คือ P_s (11) จากนั้นลำดับข้อมูล d_k ถูกส่งไปยังวงจรเข้ารหัส (mapping) เพื่อให้ได้ลำดับข้อมูล $f_k \in \{\pm 1\}$ ก่อนถูกส่งเข้าไปยังช่องสัญญาณ PR2 โดยที่ผลตอบสนองช่อง

สัญญาณ PR2 ในโดเมน D มีค่าเท่ากับ $H(D) = 1 + 2D + D^2$ เมื่อ D คือตัวดำเนินการหน่วงเวลาหนึ่งหน่วย (unit delay operator) และถูกคูณด้วยแอมพลิจูดพัลส์ (PAM: pulse amplitude modulation) ด้วยสัญญาณ $s(t)$ ดังนั้นสัญญาณที่วางจรรยากรับได้รับเขียนเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้คือ

$$y(t) = \sum_k f_k h(t-kT) + n(t) \quad [1]$$

เมื่อ $h(t) = s(t) + 2s(t-T) + s(t-2T)$ คือสัญญาณพัลส์ PR2, $s(t) = \text{sinc}(\pi t/T)$ คือฟังก์ชันซิงก์ (sinc function) หรือสัญญาณพัลส์ในควิสต์ ที่มีแบนด์วิดท์เกินเป็นศูนย์ (zero-excess-bandwidth Nyquist pulse), และ $n(t)$ คือสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนสีขาวแบบขาว (AWGN: additive white Gaussian noise) ที่มีความหนาแน่นสเปกตรัมกำลัง (PSD: power spectrum density) แบบสองด้านเท่ากับ $N_0/2$

ณ วงจรจรรยากรับ สัญญาณ $y(t)$ ถูกส่งเข้าไปยังวงจรกรองผ่านต่ำแบบอุดมคติ (ideal low-pass filter) และถูกซัดตัวอย่างที่เวลา $t = kT$ โดยสมมติว่าไม่มีข้อผิดพลาดจากการเข้าจังหวะ ทำให้ได้ลำดับข้อมูล y_k และถูกส่งไปยังวงจรตรวจหาวิเทอร์บี (Viterbi detector)

เพื่อหาลำดับข้อมูล f_k ที่ควรจะเป็นมากที่สุด (maximum likelihood) และถูกส่งเข้าไปยังวงจรถอดรหัสเพื่อให้ได้ $\hat{d}_k \in \{0, 1\}$ จากนั้นลำดับข้อมูล \hat{d}_k ถูกส่งเข้าไปยังวงจรถอดรหัส Marker และวงจรถอดรหัส RS ทำให้ได้ลำดับข้อมูล \hat{d}_k

3. เทคนิคการใช้งานร่วมกันระหว่างรหัส Marker และรหัส RS

ในงานวิจัยนี้รหัส Marker และรหัส RS ได้ถูกนำมาใช้ร่วมกันในการแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรกการลบและการแทนที่ จากรูปที่ 2 เริ่มต้นจากลำดับข้อมูล a_k ถูกเข้ารหัส RS (255,223) ซึ่งเป็นรหัสแก้ไขข้อผิดพลาดที่นิยมใช้ในระบบการบันทึกเชิงแม่เหล็ก (12) และถูกทำการเข้ารหัส Marker อีกครั้งหนึ่งซึ่งเป็นรหัสแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบ ในส่วนของภาครับลำดับข้อมูล \hat{d}_k จะถูกส่งเข้าไปยังวงจรถอดรหัส Marker เพื่อทำการแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบแบบประมาณค่าตามตารางค้นหาที่ได้ทำการออกแบบไว้ล่วงหน้า และรหัส RS ทำหน้าที่ในการแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดจากสัญญาณรบกวน ข้อผิดพลาดจากการแทนที่ และข้อผิดพลาดที่เกิดจากการตรวจหาและแก้ไขแบบประมาณค่าของรหัส Marker

รหัส Marker ถูกคิดค้นโดย Sellers (5) ใช้สำหรับการแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบในระบบสื่อสารดิจิทัล ซึ่งการเข้ารหัสและถอดรหัสของรหัส Marker ถือว่าเป็นรหัสที่มีความซับซ้อนน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับรหัสแบบอื่น การเข้ารหัสจะทำการแทรกบิตพิเศษ (special bit) ลงในข่าวสารที่ต้องการเข้ารหัส และทำการตรวจหาคำแหน่งของข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากตารางค้นหาที่ได้ออกแบบไว้ ในขณะที่การแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรกทำได้โดยการตัดบิต ณ ตำแหน่งกึ่งกลางของคำรหัส และการแก้ไขข้อผิดพลาดจากการลบทำได้โดยการแทรกบิตเพิ่มเข้าไป ณ ตำแหน่งกึ่งกลางของคำรหัส ซึ่งถือว่าเป็นการแก้ไขแบบประมาณค่าตำแหน่งของข้อผิดพลาด

ขั้นตอนของการเข้ารหัส Marker เริ่มจากการแทรกบิตพิเศษจำนวน s บิต ลงในข่าวสารที่ต้องการเข้ารหัสทุกๆ จำนวน j บิต ทำให้ได้คำรหัสที่มีความยาวจำนวน m บิต เมื่อ j คือความยาวของข้อมูลที่ต้องการเข้ารหัส, $m = j + s$ คือความยาวของคำรหัส ซึ่งในบทความนี้จะใช้บิตพิเศษที่มีความยาวเท่ากับ 3 บิต ในการแทรกลงในข้อมูลข่าวสารที่ต้องการเข้ารหัส และบิตพิเศษที่ใช้คือ $\{1, 0, 0\}$ (5) จากรูปที่ 2 ลำดับข้อมูล b_k ถูกเข้ารหัสด้วยรหัส Marker และสามารถเขียนได้เป็น

$$c_k = \left\{ \underbrace{b_1 \dots b_j 1 0 0}_{\text{codeword 1}} \underbrace{b_{j+1} \dots b_{2j} 1 0 0}_{\text{codeword 2}} \dots \underbrace{b_{(i-1)j+1} \dots b_{ij} 1 0 0}_{\text{codeword } i} \right\} \quad [2]$$

เมื่อ i คือคำรหัสลำดับที่ i , และ b_1 คือข้อมูลลำดับที่ 1 ของลำดับข้อมูล b_k ที่ถูกส่งเข้ามายังวงจรถอดรหัส Marker และอัตรารหัสของรหัส Marker มีค่าเท่ากับ $R_m = j/m$ และในกรณีที่ระบบปราศจากข้อผิดพลาดจากการแทนที่ รหัส Marker ที่มีค่า $s = 3$ จะมีความสามารถในการตรวจหาและแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรกหรือการลบได้ 1 บิตต่อ 1 คำรหัส และต้องไม่เกิดข้อผิดพลาดจากการแทรก/ลบในคำรหัสที่อยู่ติดกัน ดังนั้นถ้าต้องการ

ให้รหัส Marker มีความสามารถในการตรวจหาและแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบ มากกว่า 1 บิต ต้องใช้บิตพิเศษที่มีความยาวเท่ากับ (5)

$$s \geq 2l + 1 \quad [3]$$

เมื่อ l คือจำนวนข้อผิดพลาดของการแทรก/การลบ ที่เกิดขึ้นใน 1 คำรหัส จากสมการ [3] ถ้าต้องการให้การเข้ารหัส Marker สามารถตรวจหาและแก้ไขข้อผิดพลาดของการแทรก/การลบ 2 บิตใน 1 คำรหัส จะ

ต้องใช้บิตพิเศษเป็นจำนวน 5 บิต ซึ่งส่งผลทำให้ตารางค้นหามีความซับซ้อนเพิ่มขึ้น

ขั้นตอนการถอดรหัส Marker จากรูปที่ 2 ลำดับข้อมูล d_k ถูกส่งเข้าไปยังวงจรถอดรหัส Marker ขั้นตอนในการตรวจหาข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทรก/การลบเริ่มจากการนับลำดับข้อมูล d_k เป็นจำนวน j บิต เพื่อนำบิตพิเศษของคำรหัสลำดับที่ i และ $i+1$ ไปใช้ในการเปรียบเทียบตามตารางค้นหาในตารางที่ 1 (5) และทำการแก้ไขข้อผิดพลาดด้วยวิธีการแก้ไขข้อผิดพลาดตาม

ขั้นตอนในตารางที่ 1 ตัวอย่างเช่น เมื่อมีการตรวจพบการแทรกในคำรหัส i จะทำการแก้ไขโดยตัดบิตกึ่งกลางของคำรหัส i ที่ซึ่งเป็นวิธีการแก้ไขแบบประมาณค่าตำแหน่งของข้อผิดพลาด ซึ่งก่อให้เกิดข้อผิดพลาดเกิดขึ้นจำนวนหนึ่ง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการใช้รหัสแก้ไขข้อผิดพลาดเข้าร่วมเพื่อแก้ปัญหานี้ บทความนี้ได้เลือกใช้รหัส RS เพราะเป็นรหัสที่มีความสามารถในการแก้ไขข้อผิดพลาดแบบติดกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ตารางที่ 1. ตารางค้นหาสำหรับการตรวจหาและแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบของรหัส Marker

บิตพิเศษ		เหตุการณ์ของข้อผิดพลาด	วิธีการแก้ไขข้อผิดพลาด
b_i	b_{i+1}		
100	100	ไม่มีข้อผิดพลาดเกิดขึ้นระหว่างข้อมูล b_{i+1} ถึง b_{i+j}	-
X10	X10	เกิดการแทรกระหว่างข้อมูล b_{i+1} ถึง b_{i+j}	ทำการลบบิตในตำแหน่ง $b_{i+j/2+1}$ เมื่อ j เป็นจำนวนเต็มคู่ $b_{i+j/2+1}$ เมื่อ j เป็นจำนวนเต็มคี่
000	X10	เกิดข้อผิดพลาดและการแทรกในบิตพิเศษ	ลบบิตในตำแหน่งหลัง b_i
001			
101			
111			
011			
00X	00X	เกิดการลบระหว่างข้อมูล b_{i+1} ถึง b_{i+j}	ทำการแทรกบิตในตำแหน่ง $b_{i+j/2+1}$ เมื่อ j เป็นจำนวนเต็มคู่ $b_{i+j/2+1}$ เมื่อ j เป็นจำนวนเต็มคี่
110	00X	เกิดข้อผิดพลาดและการลบในบิตพิเศษ	ทำการแทรกบิตในตำแหน่งหลัง b_i
010			
011			
101			
111			

เมื่อ $i = j, 2j, \dots$ และ X เป็นไปได้ทั้ง 0 และ 1

เนื่องจากการแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบของรหัส Marker เป็นแบบประมาณค่าตำแหน่ง จึงทำให้มีข้อผิดพลาดหลงเหลืออยู่จำนวนหนึ่งซึ่งเป็นข้อผิดพลาดแบบติดกันและจะมีจำนวนสูงสุดเท่ากับ b บิต เพราะฉะนั้นเงื่อนไขสำหรับการเลือกความยาวคำรหัสของรหัส Marker ให้เหมาะสมกับรหัส

แก้ไขข้อผิดพลาด สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อผิดพลาดจำนวน b บิตกับพารามิเตอร์ j ได้เป็น

$$b \leq \frac{j}{2} + 1 \quad \text{เมื่อ } j \text{ เป็นเลขจำนวนเต็มคู่} \quad [4]$$

$$b \leq \frac{j}{2} + 1 \quad \text{เมื่อ } j \text{ เป็นเลขจำนวนเต็มคี่} \quad [5]$$

นั่นคือรหัสแก้ไขข้อผิดพลาดต้องมีความสามารถในการแก้ไขอย่างน้อยที่สุดเป็นจำนวน b บิต

ข้อจำกัดของรหัส Marker คือไม่สามารถตรวจหาและแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบที่เกิดขึ้นใน 2 คำรหัสติดต่อกันได้ นอกจากนี้ถ้ามีข้อผิดพลาดแบบแทนที่เกิดขึ้นในบิตพิเศษ ก็อาจทำให้การตรวจหาและแก้ไขมีความผิดพลาดได้ ดังนั้นรหัส Marker จึงอ่อนไหวต่อข้อผิดพลาดที่เกิดจากสัญญาณรบกวน (นั่นคือรหัส Marker เหมาะสำหรับทำงานที่ระดับ SNR สูงๆ)

4. ผลการทดลอง

พิจารณาระบบที่มีการเข้ารหัส (coded system) สำหรับช่องสัญญาณ PR ที่มีผลกระทบจากการแทรกและการลบในรูปที่ 2 เมื่อลำดับข้อมูลอินพุต a_k จำนวน 1864 บิตถูกเข้ารหัสด้วยรหัส RS (n, k) เมื่อกำหนดให้ $k = 223, n = 255$ (12) และพหุนามตัวกำเนิด (generator polynomial) คือ $g(x) = x^3 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$ ทำให้ได้ลำดับข้อมูลเอาต์พุตเท่ากับ 2040 บิต เมื่อรหัส RS ทำการเข้ารหัสของข่าวสารจำนวน k สัญลักษณ์ (symbol) ให้เป็นคำรหัสจำนวน n สัญลักษณ์ โดยที่ 1 สัญลักษณ์มีค่าเท่ากับ 8 บิต (bit) และมีอัตรารหัสเท่ากับ 223/255 โดยให้ข้อมูลแต่ละแพ็คเกจ (packet) (แต่ละแพ็คเกจมีข้อมูล 2040 บิต) มีความน่าจะเป็นของผลกระทบจากการแทรกเท่ากับ P_i , ความน่าจะเป็นของผลกระทบจากการลบเท่ากับ P_d , และความน่าจะเป็นของผลกระทบจากการแทนที่เท่ากับ P_s เมื่อกำหนดให้การเกิดของ P_i, P_d , และ P_s เป็นอิสระต่อกัน และมีการแจกแจงแบบเอกรูป

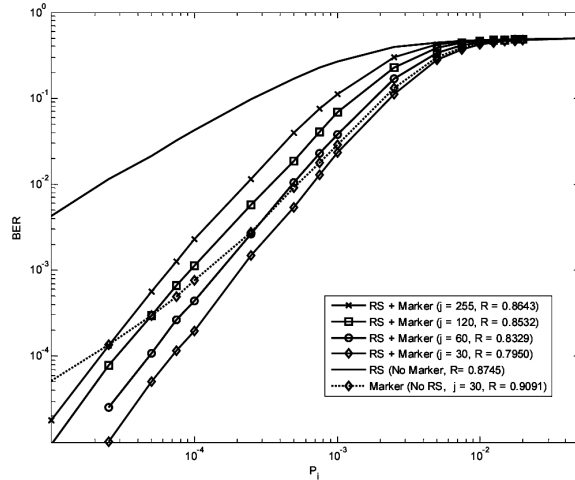
นอกจากนี้พารามิเตอร์ของรหัส Marker ที่ใช้มีดังนี้ ความยาวของบิตพิเศษมี $s = 3$ บิตคือ $\{1, 0, 0\}$ ทำการเข้ารหัสข่าวสารทุก j บิต ซึ่งทำให้ได้ความยาวคำรหัสเท่ากับ $m = j + s$ บิต และอัตรารหัสรวม (R) สามารถเขียนได้เป็น

$$R = R_{RS} \cdot R_m = \left(\frac{k}{n}\right) \cdot \left(\frac{j}{m}\right) \quad [6]$$

เมื่อ R_{RS} คืออัตรารหัสของรหัส RS มีค่าเท่ากับ k/n และ R_m คืออัตรารหัสของรหัส Marker มีค่าเท่ากับ j/m ถ้าให้การหาค่า BER แต่ละค่าจะใช้ข้อมูลจำนวน 20000 แพ็คเกจ หรือมีข้อผิดพลาดเกิดขึ้นอย่างน้อยเป็นจำนวน 1000 บิต และนิยามสมรรถนะของแต่ละระบบดังนี้

- “RS (No Ins/Del $R = 0.8745$)” คือระบบที่ใช้รหัส RS เพียงอย่างเดียว และระบบปราศจากข้อผิดพลาดจากการแทรก/การลบ และการแทนที่
- “RS (No Marker, $R = 0.8745$)” คือระบบที่ใช้รหัส RS เพียงอย่างเดียว
- “Marker (No RS, $j = 30, R = 0.9091$)” คือระบบที่ใช้รหัส Marker เพียงอย่างเดียว
- “RS + Marker ($j = 255, R = 0.8643$)” คือระบบที่ใช้รหัส RS และรหัส Marker ด้วยค่า $j = 255$ และมีอัตรารหัสรวมเท่ากับ $R = 0.8643$
- “RS + Marker ($j = 120, R = 0.8532$)” คือระบบที่ใช้รหัส RS และรหัส Marker ด้วยค่า $j = 120$ และมีอัตรารหัสรวมเท่ากับ $R = 0.8532$
- “RS + Marker ($j = 60, R = 0.8329$)” คือระบบที่ใช้รหัส RS และรหัส Marker ด้วยค่า $j = 60$ และมีอัตรารหัสรวมเท่ากับ $R = 0.8329$
- “RS + Marker ($j = 30, R = 0.7950$)” คือระบบที่ใช้รหัส RS และรหัส Marker ด้วยค่า $j = 30$ และมีอัตรารหัสรวมเท่ากับ $R = 0.7950$

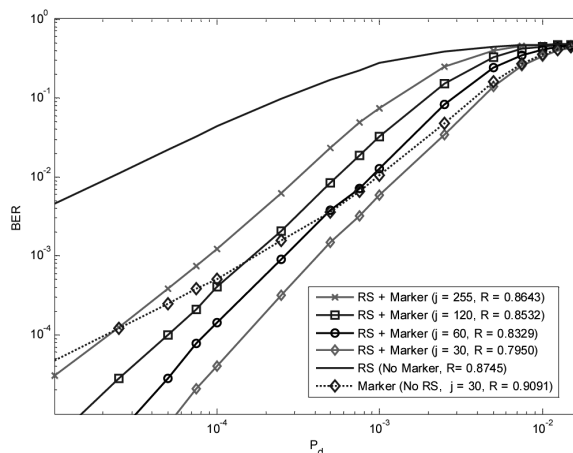
ในส่วนต่อไปนี้เป็นวิเคราะห์ผลกระทบของการเข้ารหัสแบบต่างๆ รวมทั้งการหาความยาวของคำรหัส Marker ที่เหมาะสมสำหรับใช้ในช่องสัญญาณแบบผลตอบสนองบางส่วนที่มีอัตรารหัสสูง



รูปที่ 3. สมรรถนะของระบบที่อัตราการใช้รหัสแบบต่างๆ ในรูปแบบ BER กับความน่าจะเป็นของการแทรก (P_i)

รูปที่ 3 เปรียบเทียบสมรรถนะของระบบแบบต่างๆ ในรูปของ BER เทียบกับความน่าจะเป็นของการแทรก (P_i) เพียงอย่างเดียว ($P_i \neq 0$ และ $P_d = 0$) และสมมติให้ลำดับข้อมูล ณ ขาออกของวงจรตรวจหาวิเทอริบีไม่มีข้อผิดพลาดเกิดขึ้น นั่นคือ $\hat{d}_k = d_k$ หรือ $P_s = 0$ จากผลการจำลองระบบพบว่าสมรรถนะของ “ $j = 30$ $R = 0.7950$ ” ทนทานต่อผลกระทบของการแทรกมากที่สุด เมื่อเทียบกับระบบแบบอื่นๆ จากสมการที่ [4] เมื่อ $j = 30$ จะทำให้ค่า b มีค่าต่ำสุด นั่นคือเกิดข้อผิดพลาดน้อย

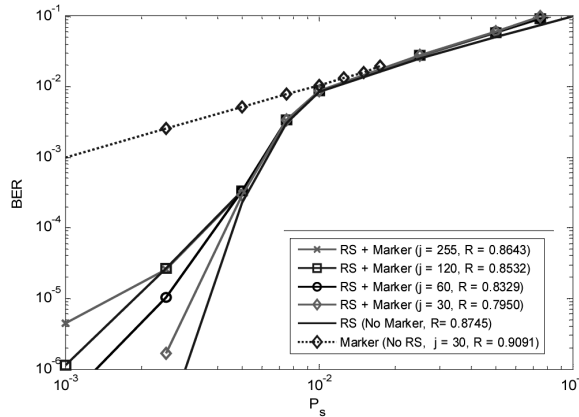
สุดเมื่อเทียบกับการเข้ารหัส Marker แบบอื่นๆ และรหัส RS สามารถจัดการกับข้อผิดพลาดได้ในขณะที่ระบบ “RS (No Marker, $R = 0.8745$)” มีสมรรถนะด้อยกว่าการเข้ารหัสแบบอื่น เพราะรหัส RS ไม่สามารถแก้ไขข้อผิดพลาดจากการแทรกได้ นอกจากนี้ระบบ “Marker (No RS, $j = 30$ $R = 0.9091$)” มีสมรรถนะด้อยกว่าระบบที่นำเสนอ เพราะไม่มีการใช้งานรหัส RS เพื่อจัดการกับข้อผิดพลาดที่เกิดจากรหัส Marker



รูปที่ 4. สมรรถนะของระบบที่อัตราการใช้รหัสต่างๆ ในรูปแบบของ BER กับความน่าจะเป็นของการลบ (P_d)

รูปที่ 4 เปรียบเทียบสมรรถนะของระบบแบบต่างๆ ในรูปแบบ BER เทียบกับความน่าจะเป็นของการลบเท่านัน ($P_i = 0$ และ $P_d \neq 0$) โดยสมมติให้ลำดับข้อมูลขาออกของวงจรตรวจหาวิเทอร์บีไม่มีข้อผิดพลาด นั่นคือ $\hat{d}_k = d_k$ ($P_s = 0$) จากรูปพบว่าระบบ “RS+Marker

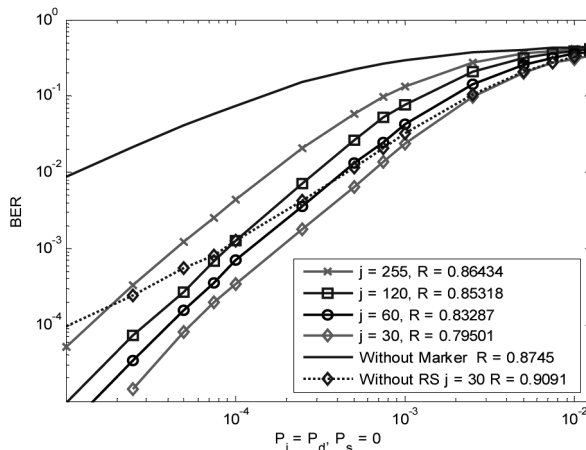
($j = 30, R = 0.7950$)” สามารถทนทานต่อผลกระทบจากการลบได้มากกว่าระบบอื่นๆ เพราะการเข้ารหัส $j = 30$ จะทำให้เกิดข้อผิดพลาดสูงสุดจำนวน b บิต ซึ่งน้อยกว่าการเข้ารหัสแบบอื่นๆ ตามที่แสดงในสมการที่ [4]



รูปที่ 5. สมรรถนะของระบบที่อัตราการเข้ารหัสแบบต่างๆ ในรูปแบบของ BER กับความน่าจะเป็นของการแทนที่ P_s

รูปที่ 5 เปรียบเทียบสมรรถนะของระบบแบบต่างๆ ในรูปแบบของ BER เทียบกับความน่าจะเป็นของการแทนที่ ($P_i = 0, P_d = 0$ และ $P_s \neq 0$) หรือ \hat{d}_k ไม่เท่ากับ d_k ด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ P จากที่กล่าวมาในข้างต้นข้อผิดพลาดจากการแทนที่มีลักษณะคล้ายกับข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากสัญญาณรบกวน ดังนั้นจากการทดลองพบว่าระบบ “RS (No Marker, $R = 0.8745$)” มีความทนทานต่อข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทนที่

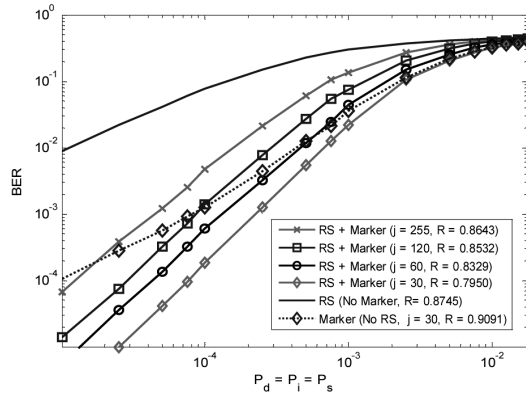
มากที่สุด เพราะรหัส RS สามารถจัดการกับข้อผิดพลาดจากการแทนที่ได้ และระบบ “Marker (No RS, $j = 30, R = 0.9091$)” มีสมรรถนะดี้อยกว่าการระบบอื่นเพราะว่ารหัส Marker ไม่สามารถแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทนที่ได้ เมื่อข้อผิดพลาดจากการแทนที่เกิดขึ้น ณ ตำแหน่งบิตพิเศษของรหัส Marker ซึ่งมีผลทำให้รหัส Marker ทำงานผิดพลาดและก่อให้เกิดข้อผิดพลาดสูงสุดจำนวน b บิต ตามที่แสดงในสมการที่ [4] และ [5]



รูปที่ 6. สมรรถนะของระบบที่อัตรารหัสต่างๆ ในรูปแบบของ BER กับ $P_i = P_d$

รูปที่ 6 เปรียบเทียบสมรรถนะของระบบแบบต่างๆ เทียบกับความน่าจะเป็น P_i และ P_d โดยกำหนดให้ความน่าจะเป็น $P_i = P_d$ และสมมติว่าลำดับข้อมูลขาออกของวงจรตรวจหาวิเทอร์บีไม่มีข้อผิดพลาด

($\hat{d}_k = d_k$) จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าระบบ “RS + Marker ($j = 30, R = 0.7950$)” มีความทนทานต่อผลกระทบของการแทรก/การลบ มากกว่าระบบอื่นๆ

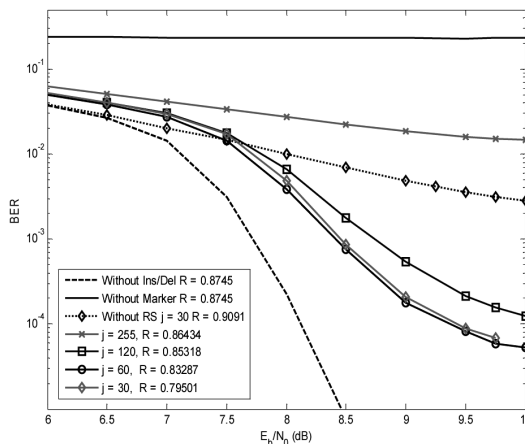


รูปที่ 7. สมรรถนะของระบบที่อัตราหัสต่างๆ ในรูปแบบของ BER กับ $P_i = P_d = P_s$

รูปที่ 7 เปรียบเทียบสมรรถนะของระบบแบบต่างๆ ที่มีผลกระทบจากการแทรก/การลบและการแทนที่ โดยกำหนดให้ $P_i = P_d = P_s \neq 0$ จากการทดลองพบว่าระบบ “RS + Marker ($j = 30, R = 0.7950$)” ให้สมรรถนะดีกว่าระบบอื่นๆ และสมรรถนะของระบบจะใกล้เคียงกับรูปที่ 6 ทั้งนี้เพราะว่าความน่าจะเป็นของการแทนที่ (P_s) มีค่าน้อย จึงส่งผลกระทบต่อระบบค่อนข้างน้อยเช่นกัน (เมื่อเทียบกับ P_i และ P_d)

มีสมรรถนะดีกว่าการเข้ารหัสแบบอื่น ทั้งนี้เนื่องจากการเข้ารหัสด้วยค่า $j = 30$ ก่อให้เกิดข้อผิดพลาดแบบติดกันจำนวนน้อยกว่าแบบอื่น ซึ่งถูกอธิบายได้ด้วยสมการที่ [4] และ [5] นอกจากนี้ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นสามารถจัดการได้ด้วยรหัส RS โดยในการจำลองระบบนี้รหัส RS มีความสามารถในการแก้ไขข้อผิดพลาดได้ทั้งหมด $(n - k)/2 = 16$ สัญลักษณ์ เพราะฉะนั้นสมรรถนะของระบบที่มีการเข้ารหัส Marker ด้วยค่า j ที่มีค่าน้อยจะให้สมรรถนะดีกว่าระบบที่มีการเข้ารหัสด้วยค่า j ที่มีค่าสูง

จากผลการทดลองในรูปที่ 3 ถึงรูปที่ 7 แสดงให้เห็นว่าระบบ “RS + Marker ($j = 30, R = 0.7950$)”



รูปที่ 8. สมรรถนะของระบบที่อัตราหัสต่างๆ ในช่องสัญญาณแบบ PR ในรูปแบบของ BER กับ E_b/N_0

รูปที่ 8 เปรียบเทียบสมรรถนะของระบบที่ มีการเข้ารหัสแบบต่างๆ ในรูปแบบของ BER เทียบ กับอัตราส่วนกำลังของสัญญาณหนึ่งบิตต่อกำลังของ สัญญาณรบกวน (E_b/N_0 : energy-per-bit to noise ratio) ในช่องสัญญาณ PR2 ตามที่แสดงในรูปที่ 2 โดยค่า E_b/N_0 ในช่องสัญญาณที่มีการเข้ารหัส (13) สามารถเขียนได้ เป็นได้คือ

$$\frac{E_b}{N_0} = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_k |h_k|^2}{2\sigma^2 R} \right) \text{ หน่วย เดซิเบล (dB: Decibel)} \quad [7]$$

เมื่อ h_k คือค่าสัมประสิทธิ์ลำดับที่ k ของช่อง สัญญาณ PR2 และกำหนดให้ข้อมูล 1 แฟ้มเกิดมีผลกระทบ จากการแทรกหรือการลบ 1 ครั้ง (ใน 1 แฟ้มเกิดจะเกิด การแทรกหรือการลบอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น) และ ความน่าจะเป็น $P_i = P_d$ โดยที่ตำแหน่งของการเกิดการ แทรก/การลบ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป จากผลการทดลองพบว่าระบบ “RS + Marker ($j = 60, R = 0.8329$)” มีสมรรถนะใกล้เคียงกับระบบ “RS + Marker ($j = 30, R = 0.7950$)” ดังนั้นช่องสัญญาณ PR ควรเลือกการเข้ารหัส Marker ด้วยค่า $j = 60$ เพราะให้ สมรรถนะที่ใกล้เคียงกับการเข้ารหัส Marker ด้วยค่า $j = 30$ แต่มีอัตรารหัสสูงกว่า สำหรับระบบ “RS (No Marker, $R = 0.8745$)” มีสมรรถนะด้อยกว่าระบบ อื่นๆ เนื่องจากระบบนี้ไม่มีการเข้ารหัสแก้ไขข้อผิดพลาด จากการแทรก/การลบ นอกจากนี้ยังแสดงให้เห็นว่ารหัส แก้ไขข้อผิดพลาดเพียงอย่างเดียวไม่สามารถจัดการกับ ข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทรก/การลบและการแทนที่ได้

5. สรุป

ในทางปฏิบัติการรับส่งข้อมูลในระบบสื่อสาร ดิจิทัล (รวมทั้งระบบการบันทึกเชิงแม่เหล็กแบบ BPMR) นอกจากสัญญาณรบกวนที่ก่อให้เกิดข้อผิดพลาดแล้ว อีกปัญหาหนึ่งที่พบมากคือข้อผิดพลาดที่เกิดจากการ แทรก การลบ และการแทนที่ บทความนี้แนะนำเทคนิค การทำงานร่วมกันระหว่างรหัส Marker และรหัส RS เพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทรก การลบ และ การแทนที่ ในช่องสัญญาณการบันทึกเชิงแม่เหล็กแบบ แบบผลตอบสนองบางส่วน ที่มีอัตรารหัสสูง

จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าการใช้รหัส Marker หรือรหัส RS (อย่างใดอย่างหนึ่ง) เพียงอย่างเดียว ไม่สามารถจัดการกับข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแทรก การลบ และการแทนที่ได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้เทคนิค การทำงานร่วมกันของรหัส Marker และรหัส RS เพื่อ แก้ไขปัญหานี้ตามที่นำเสนอในบทความนี้ นอกจากนี้ยัง พบว่าเมื่อนำเทคนิคนี้มาใช้กับช่องสัญญาณ PR ที่เผชิญ กับสัญญาณรบกวนแบบ AWGN ก็ควรใช้รหัส Marker ที่มีค่า $j = 60$ เพราะให้สมรรถนะที่ดีและใกล้เคียงกับ การใช้ $j = 30$ แต่ให้อัตรารหัสที่สูงกว่า

6. กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้ทำการวิจัยขอขอบคุณสถาบันวิจัยและ พัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่ให้ทุนสนับสนุน การวิจัยในครั้งนี้ และขอขอบคุณคณะผู้ประเมินบทความ ที่ทำให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

7. เอกสารอ้างอิง

- (1) Mori T, Imai H. Viterbi decoding considering synchronization errors. IEJCE Transactions Fundamentals. 1996;E79-A(9): 1324-1329.
- (2) Shiroishi Y, Fukuda K, et al. Future options for HDD storage. IEEE Transactions on Magnetics. 2009;45(10): 3816-3822.
- (3) Iyenger AR, Siegel PH, Wolf JK. Write channel model for bit-patterned media recording. IEEE Transactions on Magnetics. 2011;47(1): 35-45.

- (4) Ng Y, Kumar BVKV, Cai K, Nabavi S, Chong TC. Picket-shift codes for bit-patterned media recording with insertion/deletion errors. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2010;46(6): 2268-2271.
- (5) Sellers FF. Bit loss and gain correction code. *IRE Transactions on Information Theory*. 1962;1: 35-38.
- (6) Chen J, Ng C, Varnica N. Concatenated codes for deletion channels. In *Proceedings of the 2003 IEEE International Symposium on Information Theory*. 2003 June 29-July 4; Yokohama, Japan; 2003. P. 218.
- (7) Kuznetsov AV, Erden MF. inventor; Seagate Technology LLC, Assignee. Detecting and correcting insertion and deletion of bits for bit patterned media storage systems. United States patent US 7787208 B2. 2010 Aug 31.
- (8) Inoue M, Keneko H. Deletion/insertion/reversal error correcting codes for bit-patterned media recording. In *Proceeding of 2011 IEEE International Symposium on Defect and Fault Tolerance in VLSI and Nanotechnology System*. 2011 October 3-5; Vancouver, BC, Canada. 2011. P. 286-293.
- (9) Krishnan RK, Vasic B. Coding for correcting insertions and deletions in bit-patterned media recording. In *Proceeding of IEEE Global Telecommunications Conference 2011*. 2011 December 5-9; Houston, Texas, USA. 2011. P. 1-5.
- (10) Paluncic F, Abdel-Ghaffar AS, Ferreira HC, Clarke WA. A multiple insertion/deletion correcting code for run-length limited sequence. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2012; 58(3): 1809-1824.
- (11) Buttigieg V. Using variable-length codes to correct insertion, deletion and substitution errors. *12th Canadian Workshop on Information Theory*. 2011 May 17-20; Kelowna, BC, Canada; 2011. P.143-146.
- (12) Cheng MK, Siegel PH. List-decoding of parity-sharing Reed-Solomon codes in magnetic recording systems. In *Proceeding of International Conference on Communications 2004*. 2004 June 20-24; Paris, France. 2004. P.640-644.
- (13) Sklar B. *Digital communications fundamentals and applications*. Englewood Cliffs, 2nd- edition, Prentice Hall, 2000.