

การประมาณค่า stochastic production frontier ภายใต้ฟังก์ชัน

การตัดสินใจเลือกผลิต*

ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์**

อารี วิบูลย์พงศ์***

คำนำ

การศึกษาทางการเกษตรจำนวนไม่น้อยเมื่อทำการประมาณค่าฟังก์ชันการผลิต (production function) ของสินค้าเกษตรก็จะอาศัยการประมาณค่าฟังก์ชันการผลิตฟังก์ชันนั้นโดยตรง หรือมีจะนั้นถ้าจะประมาณค่า stochastic production frontier ก็จะใช้เทคนิคของ stochastic production function ในการประมาณค่าไปโดยตรง โดยการระบุหรือกำหนด functional form ของ production frontier มาให้ การประมาณค่า production function หรือ stochastic production frontier ดังกล่าวสามารถที่จะทำได้โดยไม่มีข้อโต้แย้งในเชิงสถิติแต่ประการใด ถ้าหากการผลิตนั้น เป็นการผลิตที่ไม่ต้องตัดสินใจ เพราะไม่มีทางเลือกอื่นใดนอกจากพืชชนิดนั้นๆ เพียงชนิดเดียวเท่านั้น ไม่มีพืชอื่นใดที่มาเป็นพืชคู่แข่งที่ทำให้เกษตรกรต้องตัดสินใจ

ในการประมาณค่า stochastic production frontier เพื่อหาประสิทธิภาพ หรือความไม่มีประสิทธิภาพในการผลิต เราจะพบว่าเกษตรกรมักจะต้องการตัดสินใจอยู่เสมอในการเลือกผลิตสินค้าชนิดใดชนิดหนึ่งในทางเลือกหลายทางเลือกหรืออีกนัยหนึ่งก็คือ มีพืชหลายชนิดให้เลือกปลูก หรือผลิตได้ในฤดูนั้น ๆ เช่นในฤดูปลูกข้าวนา

ปี เกษตรกรสามารถที่จะเลือกปลูกข้าวหอมมะลิ หรือข้าว กข. อย่างใดอย่างหนึ่ง เป็นต้น ทั้งนี้เพราะข้าวหอมมะลิและข้าว กข. ต่างก็มี production frontier ที่แตกต่างกัน ถ้าเรามีวัตถุประสงค์ที่จะประมาณค่าฟังก์ชันการผลิตของข้าวชนิดใดชนิดหนึ่ง หรือทั้งสองชนิดนี้ โดยวิธีประยุกต์ใช้ วิธีการเศรษฐมิติธรรมดา คือการใช้วิธีการกำลังสองน้อยที่สุด (least squares method) โดยตรงเข้าไปกับ functional forms ของ production functions หรือ production frontiers ดังกล่าว ก็จะทำให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ของ production functions หรือ production frontiers ดังกล่าวมีลักษณะ "เอนเอียง (biased)" และ "ไม่คล่องจอง (inconsistent)" เพราะฉะนั้นวิธีการประมาณค่า production functions หรือ production frontiers จึงมีความจำเป็นที่จะต้องขจัดความเอนเอียงออกไปจากสมการ production functions หรือ production frontiers ทั้งนี้เพราะว่า expected values ของ error term ของสมการ production functions หรือ production frontiers ทั้งสองสมการ (คือสมการข้าวหอมมะลิกับสมการข้าว กข.) มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ดังจะได้อธิบายต่อไป

* งานวิจัยเชิงระเบียบวิธีนี้อยู่ภายใต้โครงการวิจัย "แนวทางเพิ่มประสิทธิภาพการผลิตข้าวหอมมะลิภายใต้สภาพเสี่ยงเชิงชีวภาพ" ซึ่งได้รับทุนวิจัยจากศูนย์พันธุวิศวกรรมและเทคโนโลยีชีวภาพแห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ

** อาจารย์ประจำคณะเศรษฐศาสตร์และศูนย์วิจัยเพื่อเพิ่มผลผลิตทางการเกษตรมหาวิทยาลัยเชียงใหม่

*** รองศาสตราจารย์ประจำภาควิชาเศรษฐศาสตร์เกษตร และศูนย์วิจัยเพื่อเพิ่มผลผลิตทางการเกษตร คณะเกษตรศาสตร์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

สำหรับการประมาณค่าฟังก์ชันการผลิตทั้งสองอย่างง่ายดังนี้

เนื่องจากการผลิตนั้นขึ้นอยู่กับฟังก์ชันการตัดสินใจ ค่าคาดหวัง (expected values) ของ error terms ในสมการ (1) และ (2) จึงสามารถเขียนได้ดังนี้คือ

$$\begin{aligned} E(u_{1i}|u_i \leq Z_i'\gamma) &= E(\sigma_{1u}u_i|u_i \leq Z_i'\gamma) \\ &= -\sigma_{1u} \frac{\varphi(Z_i'\gamma)}{\Phi(Z_i'\gamma)} \quad \dots(4) \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} E(u_{2i}|u_i \geq Z_i'\gamma) &= E(\sigma_{2u}u_i|u_i \geq Z_i'\gamma) \\ &= \sigma_{2u} \frac{\varphi(Z_i'\gamma)}{1-\Phi(Z_i'\gamma)} \quad \dots(5) \end{aligned}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าสมการ (4) และ (5) มีค่าไม่เท่ากับ ศูนย์อีกต่อไป การใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการ (1) และ (2) จึงให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์เหล่านี้เป็น biased และ inconsistent Lee (1976) จึงได้เสนอวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการ (1) และ (2) ใหม่ โดยการเพิ่มตัวแปร w_{1i} และ w_{2i} เข้าไปในสมการที่ (1) และ (2) เพื่อขจัดปัญหา bias ซึ่งจะได้สมการใหม่ดังนี้

$$y_i = x'_{1i}\beta_1 - \sigma_{1u}w_{1i} + \varepsilon_{1i} \quad \text{for } i = 1 \quad \dots(6)$$

$$y_i = x'_{2i}\beta_2 + \sigma_{2u}w_{2i} + \varepsilon_{2i} \quad \text{for } i = 0 \quad \dots(7)$$

โดยที่ $w_{1i} = \frac{\varphi(Z_i'\gamma)}{\Phi(Z_i'\gamma)}$

$$w_{2i} = \frac{\varphi(Z_i'\gamma)}{1-\Phi(Z_i'\gamma)}$$

$\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}$ = new residual โดยมี zero conditional means

แต่วิธีของ Lee (1976) นี้ ปรากฏว่า ε_{1i} และ ε_{2i} มีลักษณะเป็น heteroscedastic เพราะฉะนั้นในการประมาณค่าสมการ (6) และ (7) จึงต้องใช้ weighted least squares (WLS) แทน ordinary least squares (OLS) โดยที่ความแปรปรวนของ ε_{1i} และ ε_{2i} มีสูตรดังนี้

$$\text{var}(\varepsilon_{1i}|I_i = 1) = \sigma_1^2 - \sigma_{1u}w_{1i}(Z_i'\gamma + w_{1i}) \quad \dots(8)$$

$$\text{var}(\varepsilon_{2i}|I_i = 0) = \sigma_2^2 + \sigma_{2u}w_{2i}(Z_i'\gamma + w_{2i}) \quad \dots(9)$$

และ

$$E(\varepsilon_{1i}|I_i = 1) = 0 \quad \dots(10)$$

$$E(\varepsilon_{2i}|I_i = 0) = 0 \quad \dots(11)$$

ค่าประมาณของ σ_1^2 และ σ_2^2 หาได้จาก

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{n_1} [\hat{u}_{1i}^2 + \hat{\sigma}_{1u}^2 (Z_i'\hat{\gamma}) \hat{w}_{1i}] \quad \dots(12)$$

$$\hat{\sigma}_2^2 = \frac{1}{N_2} \sum_{i=1}^{n_2} [\hat{u}_{2i}^2 + \hat{\sigma}_{2u}^2 (Z_i'\hat{\gamma}) \hat{w}_{2i}] \quad \dots(13)$$

โดยที่

$$N_1 = \text{จำนวนของค่าสังเกตในกรณีซึ่ง } I_i = 1$$

$$N_2 = \text{จำนวนของค่าสังเกตในกรณีซึ่ง } I_i = 0$$

$$\hat{u}_{1i} = y_i - x'_{1i} \hat{\beta}_1 \quad \text{for} \quad I_i = 1$$

$$\hat{u}_{2i} = y_i - x'_{2i} \hat{\beta}_2 \quad \text{for} \quad I_i = 0$$

(Maddala, 1983, pp 224-6)

อย่างไรก็ตามสมการ (12) และ (13) ไม่มีการรับประกันว่า $\hat{\sigma}_1^2$ และ $\hat{\sigma}_2^2$ จะมีค่าเป็นบวกเสมอ Lee และ Trost (1978) ได้เสนอแนะวิธีประมาณค่า $\hat{\sigma}_1^2$ และ $\hat{\sigma}_2^2$ ไว้ 2 วิธี และหนึ่งวิธีนั้นรับประกันว่าค่าประมาณของ $\hat{\sigma}_1^2$ และ $\hat{\sigma}_2^2$ จะมีค่าเป็นบวกเสมอ Freeman et al. (1998) ได้ใช้วิธี two stage method for switching regression models ดังที่ได้อธิบายมาข้างต้นนี้ในการศึกษาผลกระทบของเครดิตต่อ small holder dairy farms ในที่สูงของอัฟริกันตะวันออก โดยใช้ข้อมูลระดับฟาร์มจากเอธิโอเปีย และ เคนยา

2. Switching Regression และ Frontier

Estimation

แต่เนื่องจากในการศึกษาของเราเราต้องการหา production frontiers ของข้าวหอมมะลิ และข้าว กข. ไม่ใช่ production functions ธรรมดา ดังนั้นเราจะต้องปรับปรุง และขยาย แบบจำลองสมการ (6) และ (7) ให้เป็น production frontiers แต่เนื่องจาก residuals ของสมการ (6) และ (7) มีลักษณะเป็น heteroscedastic ดังได้กล่าวมาแล้ว เราก็จำเป็นต้องใช้วิธี WLS (Maddala, 1983, pp 224-6, Freeman et al., 1998) สมมุติว่าได้สมการใหม่คือ

ข้าวหอมมะลิ :

$$y_{1i} = x'_{1i} \beta_1 - \sigma_{1u} w_{1i} + \varepsilon_{1i} \quad \text{.....(14)}$$

ข้าว กข. :

$$y_{2i} = x'_{2i} \beta_2 - \sigma_{2u} w_{2i} + \varepsilon_{2i} \quad \text{.....(15)}$$

$$\varepsilon_{1i} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_1}^2), \quad \varepsilon_{2i} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_2}^2)$$

ในการที่จะประมาณค่า production frontiers เพื่อหาประสิทธิภาพหรือความไม่มีประสิทธิภาพในการผลิต เราสมารถที่จะเขียนสมการ (14) และ (15) ใหม่ได้ดังนี้

ข้าวหอมมะลิ :

$$y_{1i} = x'_{1i} \beta_1 - \sigma_{1u} w_{1i} + v_{1i} - \theta_{1i} \quad \text{.....(16)}$$

ข้าว กข. :

$$y_{2i} = x'_{2i} \beta_2 - \sigma_{2u} w_{2i} + v_{2i} - \theta_{2i} \quad \text{.....(17)}$$

โดยที่ $v_{1i} \sim N(0, \sigma_{v_1}^2),$

$v_{2i} \sim N(0, \sigma_{v_2}^2)$

θ เป็น truncated normal

$$f(\theta) = \frac{2}{\sigma_\theta (2\pi)^{1/2}} \exp\left(\frac{-\theta^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \quad (u \geq 0) \quad \text{.....(18)}$$

เทอม $-\theta$ เป็น one-sided error ซึ่งหมายถึงว่าแต่ละค่าสังเกตควรจะอยู่บนเส้น frontier หรือต่ำกว่าค่า $-\theta$ นี้ เรียกว่า "ความไม่มีประสิทธิภาพทางเทคนิค (technical inefficiency)" ส่วน v นั้นก็เป็น two-sided error ตามปกติ ซึ่งแทนการเคลื่อนที่แบบสุ่ม (random shifts) ใน frontier อันเนื่องมาจากสถานการณ์ในเชิงบวก หรือเชิงลบ เช่นดินฟ้าอากาศ เป็นต้น

สมมุติว่า θ และ v มีการแจกแจงเป็นอิสระต่อกัน และจากผลการศึกษาของ Weinstein (1964) เราจะได้ว่า

$$g(\varepsilon_1^*) = \frac{2}{\sigma} \varphi\left(\frac{\varepsilon_1^*}{\sigma_{\varepsilon_1^*}}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{\varepsilon_1^* \lambda_1}{\sigma_{\varepsilon_1^*}}\right)\right] \quad \dots(19)$$

$$g(\varepsilon_2^*) = \frac{2}{\sigma} \varphi\left(\frac{\varepsilon_2^*}{\sigma_{\varepsilon_2^*}}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{\varepsilon_2^* \lambda_2}{\sigma_{\varepsilon_2^*}}\right)\right] \quad \dots(20)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } \sigma_{\varepsilon_1^*}^2 &= \sigma_{\theta_1}^2 + \sigma_{v_1}^2, \\ \lambda_1 &= \sigma_{\theta_1} / \sigma_{v_1} \\ \sigma_{\varepsilon_2^*}^2 &= \sigma_{\theta_2}^2 + \sigma_{v_2}^2, \\ \lambda_2 &= \sigma_{\theta_2} / \sigma_{v_2} \end{aligned}$$

$\varphi(\cdot)$ และ $\Phi(\cdot)$ = density function และ distribution function ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน (standard normal distribution) ซึ่งวิธีการหา production frontiers นี้ได้นำเสนอโดย Aigner, Lovell, และ Schmidt (ALS) (1977) สำหรับการวัดความไม่มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย (average inefficiency) นั้น ALS แนะนำให้ใช้ $\lambda = \sigma_{\theta} / \sigma_v$ และ $E(-\theta) = (2^{1/2} / \pi^{1/2})$ ในกรณีของ Cobb - Douglas production function โดยที่เทอมความคลาดเคลื่อนอยู่ในรูปของการคูณกันสามารถเขียนได้ดังนี้

$$y = AK^\alpha L^\beta e^{-\theta} e^v \quad \dots(21)$$

ในกรณีนี้ประสิทธิภาพของเทคนิค (technical efficiency) ที่เหมาะสมก็จะเป็น

$$e^{-\theta} = y / (AK^\alpha L^\beta e^v) \quad \dots(22)$$

และโดยที่ $-\theta$ เป็น half normal เพราะฉะนั้นค่าเฉลี่ยของประสิทธิภาพทางเทคนิค (technical efficiency) ก็สามารถหาได้ดังนี้

$$E(e^{-\theta}) = 2 \exp\left(-\frac{\sigma_u^2}{2}\right) [1 - \Phi(\sigma_u)] \quad \dots(23)$$

(Maddala, 1983, p195)

Jondrow และคณะ (1982) ได้แสดงวิธีคำนวณค่าประมาณความไม่มีประสิทธิภาพของแต่ละฟาร์ม โดยแสดงว่า ค่าคาดหวัง (expected value) ของ θ สำหรับค่าสังเกตแต่ละค่าสามารถที่จะหาได้จากการแจกแจงแบบมีเงื่อนไข (conditional distribution) ของ θ โดยกำหนด ε มาให้ ภายใต้การแจกแจงแบบปกติสำหรับ v และการแจกแจงแบบ half normal สำหรับ θ ค่าคาดหวัง (expected value) ของความไม่มีประสิทธิภาพของฟาร์มแต่ละฟาร์ม โดยกำหนด ε มาให้สามารถหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E(\theta | \varepsilon) &= \frac{\sigma_{\theta} \sigma_v}{\sigma} \\ &\left[\frac{\varphi(\varepsilon \lambda / \sigma)}{1 - \Phi(\varepsilon \lambda / \sigma)} - \frac{\varepsilon \lambda}{\sigma} \right] \quad \dots(24) \end{aligned}$$

(Bravo - Ureta และ Rieger, 1991; Wang, Wailes และ Cramer, 1996)

2.3 Switching Regression , Frontier Estimation และ the Equation of Inefficiency

ถ้าเราต้องการที่จะขยายการศึกษาของเราออกไปให้ครอบคลุมถึงประเด็นการวิจัยตัวแปรที่จะมาอธิบายการเปลี่ยนแปลงของความไม่มีประสิทธิภาพ เราสามารถที่จะดำเนินการศึกษาได้ 2 วิธีดังนี้คือ

2.3.1 การใช้วิธี 2 ขั้นตอนโดยการคำนวณหาความไม่มีประสิทธิภาพก่อน หลังจากนั้นก็นำเอาความไม่มีประสิทธิภาพแต่ละค่าสังเกตมาหาความสัมพันธ์กับตัวแปรอธิบายหรือตัวแปรอิสระ โดยที่ความไม่มีประสิทธิภาพเป็นตัวแปรตามหรือตัวแปรถูกอธิบาย โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด

2.3.2 วิธีที่สองนี้เป็นการระบุสมการความสัมพันธ์ระหว่างความไม่มีประสิทธิภาพซึ่งเป็นตัวแปรตาม หรือตัวแปรถูกอธิบาย กับตัวแปรอิสระหรือตัวแปรอธิบายของแต่ละค่าสังเกต ยกตัวอย่างเช่น

$$\mu_i = \delta_0 + \delta_1 \text{Age}_i + \delta_2 \text{Education}_i + \delta_3 \ln(\text{Extension}_i) \quad \dots(25)$$

(Seyoum, Battese และ Fleming, 1996 ; Seyoum, Battese และ Fleming, 1998)

ซึ่งมาจากการที่เราเียนามว่า θ_i มีการแจกแจงแบบปกติ (normal distribution) แบบมีการตัดปลาย (truncation) ณ จุดศูนย์ ซึ่งมี mean เท่ากับ μ_i และ variance σ^2 แล้วนำสมการ (25) ที่มีการเพิ่ม error term เข้าไป [ในสมการ (25)] ไปแทนค่า θ_i ในสมการ frontier และใช้วิธี maximum likelihood หาค่าตัวพารามิเตอร์เหล่านั้นมาพร้อม ๆ กับตัวพารามิเตอร์อื่น ๆ

สรุป

โดยสรุปแล้วในการประมาณค่า stochastic production frontiers ของการผลิตสินค้าเกษตร 2 ชนิดในเวลาเดียวกัน ซึ่งจะต้องมีการตัดสินใจในการเลือกว่า

จะผลิตสินค้าใดนั้น วิธีการก็จะต้องหาฟังก์ชันการตัดสินใจในการเลือกผลิตเสียก่อน หลังจากนั้นก็นำขนาดค่า W_1 และ W_2 และหาค่าพารามิเตอร์ของสมการถดถอยที่เราต้องการโดยการเพิ่ม W_1 เข้าไปในสมการแรกโดยที่สมการแรกในที่นี้คือ สมการสอดคล้องกับเงื่อนไข $I_i = 1$ และเพิ่ม W_2 เข้าไปในสมการสองโดยที่สมการสองในที่นี้คือ สมการที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $I_i = 0$ เราก็จะได้สมการ production functions สองสมการ โดยที่ production functions ทั้งสองสมการนี้ เป็นสมการ average production functions การที่เราจะหาประสิทธิภาพได้จะต้องหา production frontiers โดยแบ่ง error ออกเป็น 2 ตัว คือ V_i และ $-\theta_i$ หลังจากนั้นก็สามารถหา production frontiers ได้ และถ้าต้องการที่จะหาค่าพารามิเตอร์ของสมการที่อธิบายความไม่มีประสิทธิภาพในการผลิตเราก็สามารถทำได้ 2 วิธีคือ วิธี two-stage estimation method โดยการหาค่าความไม่มีประสิทธิภาพของแต่ละค่าสังเกตและระบุตัวแปรอิสระ หรือตัวแปรอธิบายของสมการดังกล่าว และใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด หาค่าพารามิเตอร์ออกมา และอีกวิธีหนึ่งก็เป็นการระบุสมการของ θ_i และนำสมการดังกล่าวไปแทนค่า θ_i และใช้วิธี maximum likelihood estimation method ก็จะได้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ทุกตัวออกมาพร้อมกัน

บรรณานุกรม

- Aigner, D.J., Lovell, C.A.K. and Schmidt, P. 1977. "Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models," **Journal of Econometrics**. 6 (July) : 21-37.
- Bravo-Ureta, B. and Rieger, L. 1991. "Dairy Farm Efficiency Measurement Using Stochastic Frontiers and Neoclassical Duality," **American Journal of Agricultural Economics**. 73, 2 (May) : 421 - 427.
- Freeman, H.A., Ehui, S.K. and Jabbar, M.A. 1998. "Credit constraints and Smallholder dairy production in the East African Highlands : Application of a Switching Regression Model," **Agricultural Economics**. 19, 1-2 (August) : 33-44
- Goldfeld, S.M., and Quandt, R.E. 1973. "The Estimation of Structural shifts by Switching Regression," **Annals of Economic and Social Measurement**. 2 : 475-485.
- Jondrow, J., C. Lovell, I. Materov, and P. Schmidt. 1982. "On the Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model," **Journal of Econometrics**. 19 (August) : 233 - 238.
- Lee, L.F. 1976. "Estimation of Limited Dependent Variable Models by Two Stage Methods," Ph.D. dissertation. University of Rochester.
- Lee, L.F. and Trost, R.D. 1978. "Estimation of Some Limited Dependent variable Models with Applications to Housing Demand," **Journal of Econometrics**. 8 : 357-382
- Maddala, G.S., and Nelson, F. 1975. "Switching Regression Model with Exogenous and Endogenous Switching," **Proceedings of American Statistical Association** (Business and Economics Section), 423-426.
- Maddala, G.S. 1983. **Limited Dependent and Qualitative Variables in Econometrics**. Monograph. Cambridge : Cambridge University Press.
- Seyoum, E.T., Battese, G.E. and Fleming, E.M. 1996. **Technical Efficiency and Productivity of Maize Producers in Eastern Ethiopia : A Study of Farmers Within and Outside the Sasakawa-Global 2000 Project : CEPA Working Papers No. 6/96**. Armidale : Department of Econometrics University of New England.
- _____. 1998. "Technical Efficiency and Productivity of Maize Producers in Eastern Ethiopia : a Study of Farmers within and outside the Sasakawa-Global 2000 Project," **Agricultural Economics**. 19, 3 (December) : 341-348.
- Wang, J., Wailes E, and Cramer, G. 1996. "A Shadow - Price Frontier Measurement of Profit Efficiency in Chinese Agriculture," **American Journal of Agricultural Economics**. 78, 1 (February) : 146 - 156.
- Weinstein, M.A. 1964. "The Sum of Values From a Normal and Truncated Normal Distribution," **Thechnometrics**. 6 : 104-105.