

4

ระเบียบวิธีการของ
DATA ENVELOPMENT
ANALYSIS (DEA)
และการวัดประสิทธิภาพ
เชิงเทคนิค

ระเบียบวิธีการของ DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA) และการวัดประสิทธิภาพ เชิงเทคนิค

อรรณวา สืบพงศ์¹

บทคัดย่อ

บทความนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอแนวคิดเบื้องต้นในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับแบบจำลอง DEA ในการคำนวณหาคะแนนประสิทธิภาพทั้งทางด้านปัจจัยการผลิต และผลผลิต รวมไปถึงการพิจารณาประโยชน์ และข้อจำกัดของแบบจำลอง DEA ในการวัดประสิทธิภาพของ DMUs นอกจากนี้ ยังได้พิจารณาถึงวิวัฒนาการของแบบจำลอง DEA ในงานวิจัยที่สำคัญหลายชิ้นในช่วงหลายปีที่ผ่านมา ซึ่งมีเป้าหมายอยู่ที่การลดข้อจำกัดของแบบจำลอง DEA รวมทั้งการพัฒนาแบบจำลองให้สามารถวัดประสิทธิภาพในแง่มุมต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

คำสำคัญ: DEA, ประสิทธิภาพ, โปรแกรมเชิงเส้น

ABSTRACT

The objective of this article is to present the fundamental idea in order to understand the ways to evaluate the efficiency scores both on the input-oriented and output-oriented aspects together with considering benefits and defects of the traditional DEA model in estimating the efficiency level of DMUs. In addition, the article aims at considering the evolution of DEA model in many interesting works during the past several years targeting both to reduce the defects of DEA model and to properly enhance the capability of the model in estimating the wide varieties of aspects of efficiency measurement.

Keywords: Data Envelopment Analysis, Efficiency, Linear Programming

¹ อาจารย์ประจำคณะเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย, Corresponding author: s_auttapol@yahoo.com ,auttapol_sue@utcc.ac.th

1. บทนำ

ในช่วงหลายปีที่ผ่านมา ประเด็นการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวัดประสิทธิภาพของหน่วยผลิตได้รับความสนใจมากขึ้นจากนักเศรษฐศาสตร์ งานวิจัยหลายผลงานได้มีการประยุกต์ใช้วิธีการศึกษาที่หลากหลายในการวัดประสิทธิภาพของหน่วยผลิต แต่วิธีการหนึ่งที่ได้รับคามนิยมมาก คือ วิธีการวัดประสิทธิภาพ ที่เรียกว่า Data Envelopment Analysis หรือ DEA ดังนั้นวัตถุประสงค์หลักของการศึกษาครั้งนี้จึงมุ่งเน้นไปที่การทำความเข้าใจลักษณะโดยทั่วไปเกี่ยวกับวิธีการของ DEA การประยุกต์ใช้วิธีการของ DEA ในแง่มุมต่างๆ รวมไปถึงการวิเคราะห์จุดเด่น และจุดด้อยของวิธีการดังกล่าว เพื่อเป็นแนวทางเบื้องต้นสำหรับผู้สนใจศึกษาเกี่ยวกับการวัดประสิทธิภาพโดยใช้วิธีการของ DEA ต่อไป

Data Envelopment Analysis หรือ DEA เป็นวิธีการประมาณค่าที่ไม่อิงพารามิเตอร์ (Nonparametric Method) ในการวัดประสิทธิภาพของหน่วยผลิต ในกรณีนี้จะไม่มีกำหนดรูปแบบของฟังก์ชันที่แน่นอนสำหรับขอบเขตประสิทธิภาพ (Efficient Frontier) แต่ขอบเขตประสิทธิภาพจะถูกคำนวณขึ้นโดยใช้ระเบียบวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่าโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming) โดยใช้ข้อมูลเชิงประจักษ์ของปัจจัยการผลิต และผลผลิต จากนั้นจะทำการคำนวณหาค่าคะแนนประสิทธิภาพโดยเปรียบเทียบกับขอบเขตประสิทธิภาพที่สร้างขึ้นดังกล่าว ขณะที่วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ (Parametric Method) ในการคำนวณหาฟังก์ชันขอบเขตประสิทธิภาพ จะมีเริ่มต้นจากการกำหนดรูปแบบของฟังก์ชันประสิทธิภาพก่อน เช่น ฟังก์ชันการผลิตแบบ Cobb—Douglas, CES หรือฟังก์ชันในรูปแบบอื่นๆ ที่มีคุณสมบัติตามที่ต้องการ จากนั้นจะใช้ระเบียบวิธีการทางด้านเศรษฐมิติ อาทิ Corrected Ordinary Least Squares, Maximum Likelihoods ฯลฯ เพื่อทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชัน²

ภายใต้บริบทของ DEA หน่วยผลิตดังกล่าวจะถูกเรียกว่า Decision—Making Unit (DMU) แนวคิดเบื้องต้นของ DEA ถูกพัฒนาขึ้นโดย Charnes, Cooper and Rhodes (1978) แต่ก่อนที่กล่าวถึงวิธีการของ DEA ในรายละเอียด สิ่งที่ต้องทำความเข้าใจก่อนล่วงหน้า คือการคำนวณหาค่าคะแนนประสิทธิภาพของ DMU

Farrell (1957) ได้แสดงแนวคิดของการจำแนกประสิทธิภาพทางด้านเศรษฐศาสตร์ (Economic Efficiency) ของหน่วยผลิตออกเป็น 2 ลักษณะ ซึ่งได้แก่

- 1) **ประสิทธิภาพทางการจัดสรรทรัพยากร (Price/Allocative Efficiency)** หมายถึง ความสามารถของหน่วยผลิตในการเลือกสัดส่วนของปัจจัยการผลิตที่เหมาะสมภายใต้ข้อจำกัดทางด้านราคาของปัจจัยการผลิต ขณะที่
- 2) **ประสิทธิภาพทางเทคนิค (Technical Efficiency)** หมายถึง ความสามารถของหน่วยผลิตในการที่จะเพิ่มปริมาณผลผลิตภายใต้จำนวนปัจจัยการผลิตที่มีอยู่ (Output—Oriented Measure) หรือในทางกลับกัน สามารถพิจารณาได้จากความสามารถของหน่วยผลิตในการลดจำนวนปัจจัยการผลิตโดยที่จำนวนผลผลิตยังคงมีอยู่เท่าเดิม (Input—Oriented Measure)

ดังนั้นการศึกษาระเบียบวิธีการของ DEA ในงานวิจัยชิ้นนี้จะมุ่งความสนใจไปที่การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางเทคนิค (Technical Efficiency) เท่านั้น

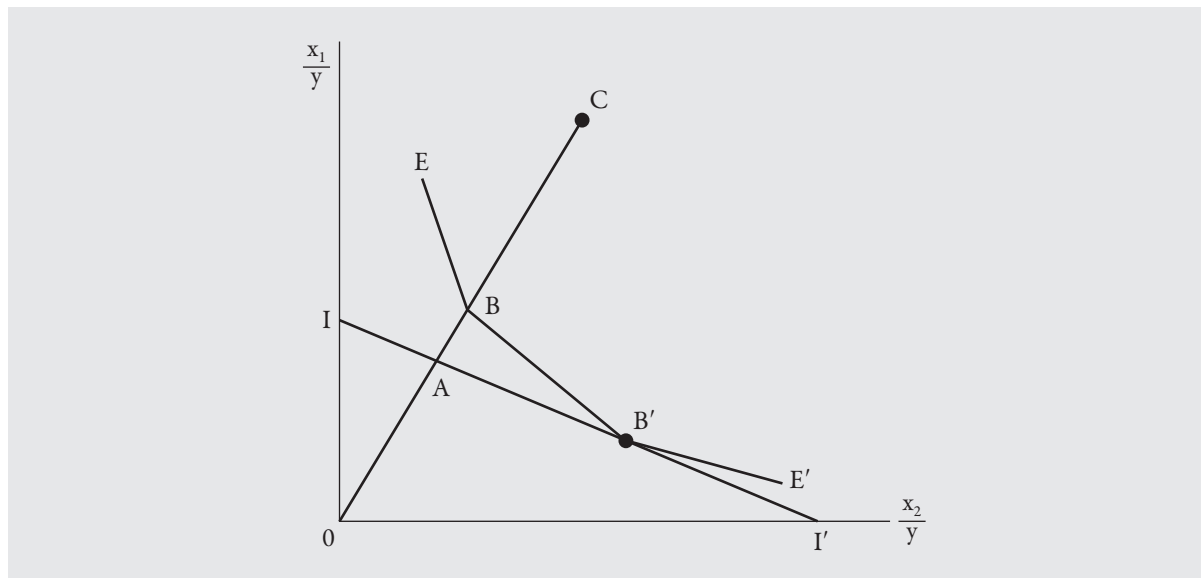
2. วิธีการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิต (INPUT—ORIENTED MEASURE)

เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวทางการวัดประสิทธิภาพของหน่วยผลิตทางด้านปัจจัยการผลิต (Input—Oriented Measure) ภายใต้กรอบแนวคิดของ Farrell สามารถพิจารณาได้จากกรณีที่ย่างที่สุดดังต่อไปนี้ กำหนดให้หน่วยผลิตทำการผลิตสินค้า y โดยใช้ปัจจัยการผลิตเพียง 2 ประเภท (x_1, x_2) และหน่วยผลิตทำการผลิตสินค้าภายใต้สมมติฐานของผลได้ต่อขนาดคงที่ (Constant Returns to Scale: CRS) สำหรับการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิต ของหน่วยผลิตใดๆ สามารถพิจารณาได้จากแผนภาพที่ 1

² ดังนั้นขอบเขตประสิทธิภาพ เช่น ฟังก์ชันการผลิต หรือเส้นผลผลิตเท่ากัน ในกรณีของการประมาณค่าแบบพารามิเตอร์จะมีคุณสมบัติตามทฤษฎีทางด้านเศรษฐศาสตร์ เช่น ฟังก์ชันการผลิตจะมีลักษณะโค้งคว่ำโดยสมบูรณ์ (Strictly Concave) หรือ เส้นผลผลิตเท่ากันจะมีลักษณะโค้งหงายโดยสมบูรณ์ (Strictly Convex) แต่ในกรณีของ DEA ขอบเขตประสิทธิภาพอาจจะมีส่วนของเส้นตรงเป็นองค์ประกอบในขอบเขตประสิทธิภาพได้

แผนภาพที่ 1: การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิต

52 /



ภายใต้ข้อสมมติของ CRS เส้นผลผลิตเท่ากันขนาด 1 หน่วย หรือ Unit Isoquant ของหน่วยผลิตที่มีประสิทธิภาพสูงสุด (Fully Efficient Firm) แสดงด้วยเส้น EE' ³ (แผนภาพที่ 1)

ถ้าหน่วยผลิตนี้ใช้สัดส่วนของปัจจัยการผลิต ณ จุด C เพื่อทำการผลิตสินค้าจำนวน 1 หน่วย ความไร้ประสิทธิภาพของหน่วยผลิตนี้สามารถวัดได้จากระยะทาง BC ซึ่งมีค่าเท่ากับสัดส่วนของปัจจัยการผลิต (x_1, x_2) ที่สามารถลดลงได้โดยไม่มีผลกระทบต่อปริมาณผลผลิต หรือหากวัดในรูปของเปอร์เซ็นต์จะมีค่าเท่ากับ $\frac{BC}{OC}$ ดังนั้นค่าคะแนนประสิทธิภาพเชิงเทคนิคที่คำนวณขึ้นทางด้านปัจจัยการผลิต (Input-Oriented Technical Efficiency Score: TE_I) ในกรณีนี้จะมีค่าเท่ากับ

$$TE_I = \frac{BC}{OC} = 1 - \frac{BC}{OC} \quad (1)$$

คุณสมบัติที่สำคัญของค่า TE_I คือ ค่า TE_I จะมีค่าอยู่ในช่วงระหว่าง 0-1 ซึ่งค่าคะแนนที่เข้าใกล้ 1 จะหมายถึงหน่วยผลิตที่มีประสิทธิภาพทางด้านเทคนิคที่สูงกว่า สำหรับสัดส่วนการใช้ปัจจัยการผลิต ณ จุดอื่นๆ ที่อยู่บนเส้นผลผลิตเท่ากันขนาด 1 หน่วย (Unit Isoquant) อาทิเช่น จุด B' หรือ จุด B จะมีค่า $TE_I = 1$

3 โดยทั่วไป ผู้วิจัยจะไม่ทราบถึง เส้นผลผลิตเท่ากันสำหรับ DMU หน่วยที่มีประสิทธิภาพสูงสุด (Efficient Isoquant) ดังนั้นเทคนิคการประมาณค่าแบบ DEA จึงถูกนำมาใช้เพื่อคำนวณหาขอบเขตประสิทธิภาพดังกล่าว ซึ่งในทางปฏิบัติ Farrell (1957) เสนอแนะว่าเส้นผลผลิตเท่ากันสำหรับ DMU หน่วยที่มีประสิทธิภาพสูงสุด (Efficient Isoquant) คือ เส้นผลผลิตเท่ากัน ที่แสดงถึงสัดส่วนของปัจจัยการผลิตที่น้อยที่สุดที่แต่ละ DMU ใช้ในการผลิต ดังนั้นเส้น EE' ในแผนภาพที่ 1 จะกลายเป็นเส้นขอบเขตประสิทธิภาพ หรือ Efficiency Isoquant ก็ต่อเมื่อ ไม่มีสัดส่วนของปัจจัยการผลิตที่อยู่ทางซ้าย หรือภายใต้เส้น EE' อยู่เลย (กล่าวคือ จะไม่มีจุดของข้อมูลทางด้านซ้าย หรือใต้เส้น EE')

ในกรณีที่เราทราบถึงราคาเปรียบเทียบระหว่างปัจจัยการผลิต (แสดงโดยเส้น II' ในแผนภาพที่ 1) ค่าคะแนนประสิทธิภาพการจัดสรรทรัพยากรทางด้านปัจจัยการผลิต (Input—Oriented Allocative Efficiency Score: AE_I) สามารถคำนวณได้จาก

$$AE_I = \frac{OA}{OB} \quad (2)^4$$

ดังนั้น ค่าคะแนนประสิทธิภาพทางเศรษฐศาสตร์ทางด้านปัจจัยการผลิต (Input—Oriented Economic Efficiency: EE_I) สามารถคำนวณได้จาก

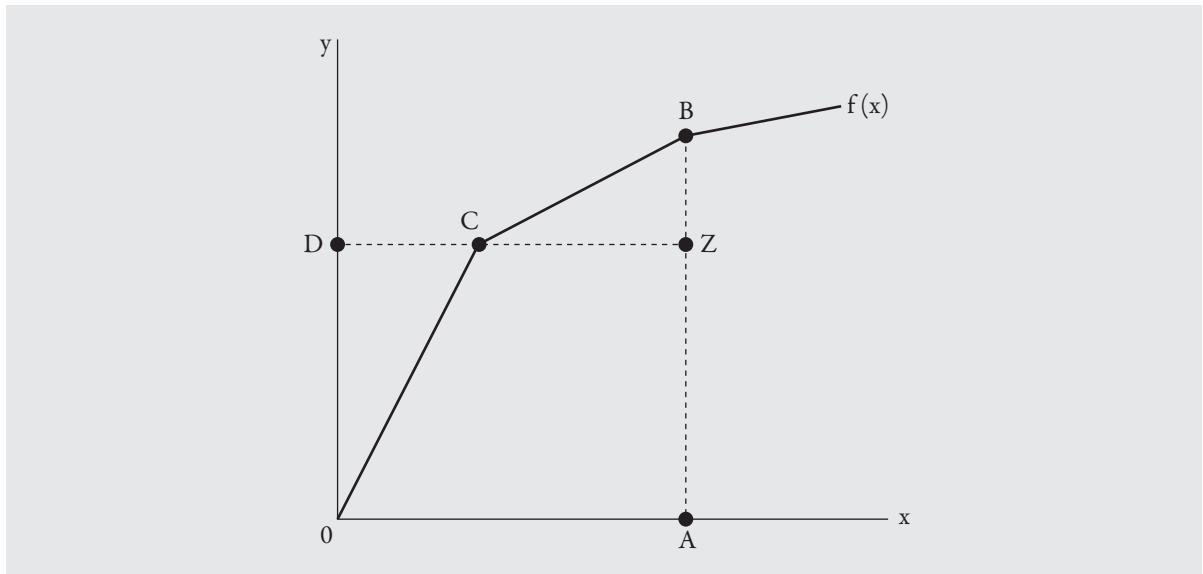
$$EE_I = TE_I \times AE_I = \frac{OB}{OC} \times \frac{OA}{OB} = \frac{OA}{OC} \quad (3)$$

ข้อสังเกตที่น่าสนใจ คือ ค่าคะแนนประสิทธิภาพที่คำนวณได้ตามสมการที่ (1), (2) และ (3) จะมีค่าอยู่ในช่วงระหว่าง 0 ถึง 1

3. วิธีการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านผลผลิต (OUTPUT—ORIENTED MEASURE)

สำหรับการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านผลผลิต (Output—Oriented Measure) มีวัตถุประสงค์อยู่ที่การคำนวณหาสัดส่วนของผลผลิตที่แต่ละ DMU สามารถทำการผลิตเพิ่มขึ้นได้จากการใช้ปัจจัยการผลิตในระดับที่เท่าเดิม แนวคิดดังกล่าวสามารถอธิบายได้จากแผนภาพที่ 2 ดังต่อไปนี้

แผนภาพที่ 2: การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านผลผลิต

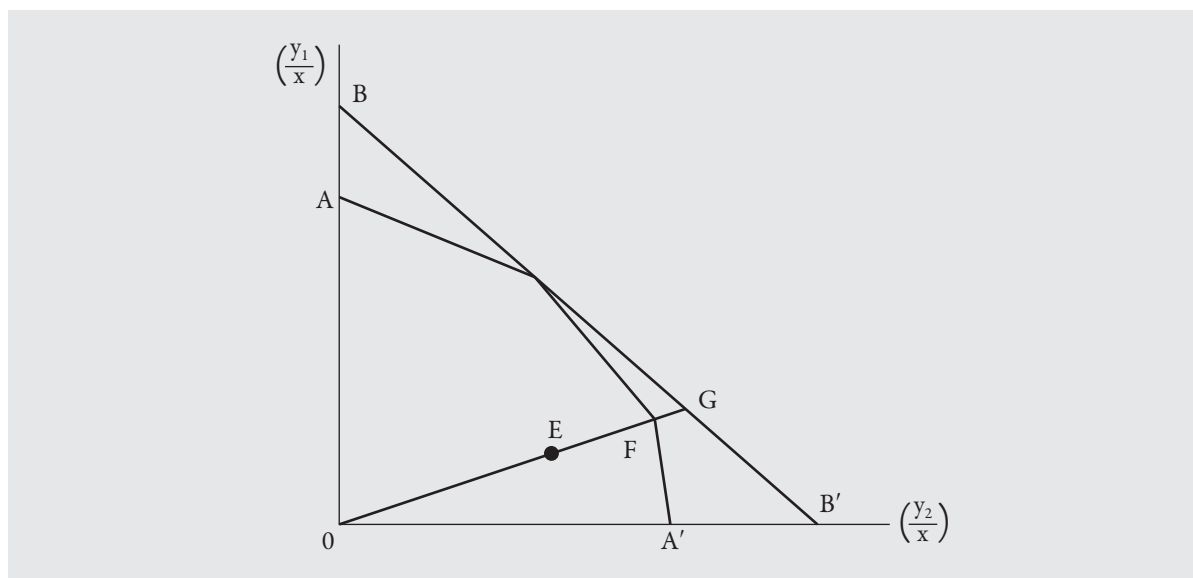


⁴ ข้อสังเกตที่น่าสนใจ คือ ระยะเวลา AB ในแผนภาพที่ 1 แสดงให้เห็นถึงสัดส่วนของต้นทุนการผลิตที่ลดลง ถ้าหน่วยผลิตเลือกใช้สัดส่วนปัจจัยการผลิต ณ จุด B' (จุดที่เหมาะสมสำหรับประสิทธิภาพทางเทคนิค และประสิทธิภาพในการจัดสรรทรัพยากร) เมื่อเปรียบเทียบกับ จุด B (จุดที่เหมาะสมสำหรับประสิทธิภาพทางเทคนิค แต่ขาดประสิทธิภาพในการจัดสรรทรัพยากร)

จากแผนภาพที่ 2 กำหนดให้ DMU ทำการผลิตสินค้า y โดยใช้ปัจจัยการผลิตเพียงชนิดเดียว คือปัจจัย x และกำหนดให้ $f(x)$ คือ ฟังก์ชันการผลิต หรือขอบเขตประสิทธิภาพในการผลิต⁵ ของ DMU หน่วยดังกล่าว ถ้า DMU ทำการผลิต ณ จุด Z ซึ่งเป็นระดับที่ต่ำกว่าประสิทธิภาพ ค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านผลผลิตสามารถคำนวณได้จากระยะทาง $\frac{AZ}{AB}$ (ขณะที่ค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิตสามารถคำนวณได้จากระยะทาง $\frac{DC}{DZ}$)⁶

สำหรับในกรณีที่ DMU ทำการผลิตสินค้า 2 ชนิด ซึ่งได้แก่ y_1 และ y_2 โดยใช้ปัจจัยการผลิตเพียงชนิดเดียว คือปัจจัย x ค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านผลผลิต ภายใต้ข้อสมมติของผลได้ต่อขนาดคงที่ (Constant Returns to Scale: CRS) สามารถพิจารณาได้จากแผนภาพที่ 3

แผนภาพที่ 3: การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านผลผลิต (กรณีปัจจัยการผลิต 1 ชนิดทำการผลิตสินค้า 2 ประเภท)



จากแผนภาพที่ 3 เส้น AA' คือ เส้นขอบเขตความเป็นไปได้ในการผลิตสินค้าขนาด 1 หน่วย (Unit Production Possibility Frontier) หาก DMU ทำการผลิต ณ ระดับการผลิตที่ไร้ประสิทธิภาพ เช่น ที่จุด E ความไร้ประสิทธิภาพสามารถวัดได้จากระยะทาง EF^7 ดังนั้นค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านผลผลิต (Output—Oriented Technical Efficiency Score: TE_0) สามารถคำนวณได้จาก

$$TE_0 = 1 - \frac{EF}{OF} = \frac{OE}{OF} \quad (4)$$

⁵ ในกรณีนี้ ลักษณะ Concavity ของฟังก์ชันการผลิตแสดงถึงผลได้ต่อขนาดที่ลดลง (Decreasing Returns to Scale: DRS)

⁶ ข้อสังเกตคือ ค่าคะแนนประสิทธิภาพที่คำนวณทางด้านผลผลิต และปัจจัยการผลิตจะมีค่าเท่ากันก็ต่อเมื่อ ฟังก์ชันการผลิตมีลักษณะของผลได้ต่อขนาดแบบคงที่ (ในกรณีที่ฟังก์ชันการผลิต ตามแผนภาพที่ 2 มีความชันเป็นบวก และเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นที่เริ่มต้นจากจุดกำเนิด)

⁷ ระยะทาง EF คือ สัดส่วนของผลผลิต y_1 และ y_2 ที่สามารถเพิ่มขึ้นได้โดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดของการใช้ปัจจัยการผลิต

นอกจากนี้ หากทราบข้อมูลทางด้านราคา (ซึ่งแสดงโดยเส้น BB' ในแผนภาพที่ 3) ค่าคะแนนประสิทธิภาพการจัดสรรทรัพยากรทางด้านผลผลิต (Output—Oriented Allocative Efficiency Score: AE_0) สามารถคำนวณได้จาก

$$AE_0 = \frac{OF}{OG} \quad (5) \quad / \quad 55$$

และค่าคะแนนประสิทธิภาพทางเศรษฐศาสตร์ทางด้านผลผลิต (Output—Oriented Economic Efficiency: EE_0) สามารถคำนวณได้จาก

$$EE_0 = TE_0 \times AE_0 = \frac{OE}{OF} \times \frac{OF}{OG} = \frac{OE}{OG} \quad (6)$$

เช่นเดียวกับการวัดค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิต ค่าคะแนนประสิทธิภาพที่คำนวณได้จากสมการที่ (4)–(6) จะมีค่าอยู่ในช่วงระหว่าง 0–1

4. แนวคิดวิธีการของ DATA ENVELOPMENT ANALYSIS

จากแนวคิดของการวัดประสิทธิภาพที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น Pesenti และ Ukovich (1996: 2–3) ได้แสดงให้เห็นว่า แบบจำลอง DEA ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้วัดค่าคะแนนประสิทธิภาพโดยเปรียบเทียบ (Relative Efficiency) สำหรับ DMU จำนวน N หน่วย ที่มีลักษณะเหมือนกัน (Homogenous) และเป็นอิสระต่อกัน (Independent)⁸

ในกรณีทั่วไป หากกำหนดให้ x_{ij} คือ ระดับของปัจจัยการผลิตประเภท i ที่ถูกใช้ในขบวนการผลิตของ DMU หน่วยที่ j และ y_{jk} คือ ระดับของผลผลิตประเภท k ที่ DMU หน่วยที่ j ทำการผลิต ซึ่งภายใต้แบบจำลอง DEA สมมติให้

$$x_{ij} > 0, \forall i, j \text{ และ } y_{jk} > 0, \forall j, k \quad (7)$$

ดังนั้น แผนการผลิต (Production Plan) หรือ ระดับเทคโนโลยีของ DMU หน่วยที่ j จะถูกกำหนดโดยเวกเตอร์ (x_j, y_j) ดังนั้นค่าคะแนนประสิทธิภาพโดยสมบูรณ์ (Absolute Efficiency) ของ DMU หน่วยที่ j จะถูกกำหนดโดย

$$H_j(v, w) = \frac{\sum_{k=1}^K w_k y_{jk}}{\sum_{i=1}^I v_i x_{ji}} \quad (8)^9$$

โดยที่ $V = [v_1, v_2, \dots, v_I]$ และ $W = [w_1, w_2, \dots, w_K]$ คือ ค่าน้ำหนักของปัจจัยการผลิต และผลผลิต¹⁰ ตามลำดับ จากสมการที่ (8) พบว่าค่า $\frac{w_k}{w_{k'}}$ และ ค่า $\frac{v_i}{v_{i'}}$ คือ อัตราการทดแทนส่วนเพิ่ม (Marginal Rate of Substitution) ของผลผลิต และปัจจัยการผลิต ตามลำดับ ขณะที่ ค่าของ $\frac{w_k}{v_i}$ คืออัตราส่วนเพิ่มของการแปลงรูป (Marginal Rate of Transformation) ระหว่างผลผลิต และปัจจัยการผลิต (Sudit, 1995: 435–453)

⁸ DMU แต่ละหน่วยมีลักษณะเหมือนกัน (Homogeneous) ในแง่ของประเภทปัจจัยการผลิตที่เลือกใช้ และชนิดของผลผลิตที่เหมือนกันทุกประการ ขณะที่ คุณสมบัติของความเป็นอิสระต่อกัน (Independent) หมายความว่า ระดับของปัจจัยการผลิตที่ใช้ และจำนวนผลผลิตที่ผลิตได้ ของแต่ละ DMU จะมีความแตกต่างกัน ซึ่งจะสะท้อนให้เห็นถึงความแตกต่างในเรื่องของประสิทธิภาพในการผลิต

⁹ จะเห็นได้ว่าค่าคะแนนประสิทธิภาพโดยสมบูรณ์ (Absolute Efficiency) คือ สัดส่วนระหว่างผลผลิต และปัจจัยการผลิตที่ได้มีการถ่วงน้ำหนักแล้ว

¹⁰ ข้อสังเกตที่น่าสนใจจากการวิเคราะห์สมการที่ (8) คือ แม้ว่าค่า H_j เป็นฟังก์ชันของค่าน้ำหนัก v และ w แต่ถ้าหากค่า v และ w มีการเปลี่ยนแปลงในสัดส่วนที่เท่ากัน เช่น βv และ βw การเปลี่ยนแปลงดังกล่าวจะไม่มีผลต่อค่า H_j

สำหรับการประมาณค่าคะแนนประสิทธิภาพเชิงเปรียบเทียบ (Relative Efficiency: h_{j0}) ในกรณีทั่วไปที่มี DMU จำนวน N หน่วย สามารถคำนวณได้จาก

$$h_{j0}(v, w) = \frac{H_{j0}(v, w)}{H^*(v, w)} \quad (9)$$

โดยที่ $H^*(v, w) = \max_j H_j(v, w)$ คือ ค่าคะแนนประสิทธิภาพโดยสมบูรณ์ สำหรับ DMU หน่วยที่มีประสิทธิภาพสูงสุด ภายใต้เงื่อนไขของสมการที่ (9) พบว่าค่าของ $h_{j0}(v, w) \leq 1, \forall v, w$ อย่างไรก็ตาม การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพโดยเปรียบเทียบตามสมการที่ (9) มีข้อบกพร่อง 2 ประการคือ

- 1) การใช้ค่าถ่วงน้ำหนัก v และ w ที่เหมือนกันสำหรับทุกๆ DMU ที่ร่วมอยู่ในการคำนวณ ซึ่งในทางปฏิบัติเป็นเรื่องยากในการกำหนดค่าถ่วงน้ำหนักที่เหมาะสม
- 2) การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพสำหรับ DMU หน่วยต่างๆ จะมีความลำเอียง กล่าวคือนักวิจัยอาจจะเลือกค่าถ่วงน้ำหนักที่ทำให้ค่าคะแนนประสิทธิภาพของ DMU หน่วยที่ i มีค่าสูงสุด

ซึ่งข้อจำกัดทั้งสองข้อดังกล่าว เป็นที่มาสำหรับการปรับปรุงแบบจำลอง DEA ในช่วงเวลาต่อมา ซึ่งแนวทางการปรับปรุงที่สำคัญ ประกอบด้วยแบบจำลองต่างๆ ดังต่อไปนี้

4.1 แบบจำลอง CCR

แบบจำลอง CCR ถือเป็นแบบจำลองดั้งเดิมสำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ DEA ตัวแบบจำลองถูกพัฒนาขึ้นโดย Charnes, A., W.W. Cooper และ E. Rhodes (1978a)

เพื่อที่จะแก้ไขข้อบกพร่องในการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพ แบบจำลอง CCR จะทำการเลือกค่าถ่วงน้ำหนักสำหรับปัจจัยการผลิต และผลผลิต (v และ w) ที่ทำให้ค่า h_{j0} สำหรับ DMU แต่ละหน่วยมีค่าสูงสุด กล่าวคือ $\max_{h_{j0}}, H^*, v, w$ ภายใต้ข้อจำกัด

$$h_{j0} = \frac{\left[\frac{\sum_{k=1}^K w_k y_{j0k}}{\sum_{i=1}^I v_i x_{j0i}} \right]}{H^*} \quad \text{และ} \quad H^* \geq \frac{\sum_{k=1}^K w_k y_{jk}}{\sum_{i=1}^I v_i x_{ji}} \quad (10)$$

อย่างไรก็ตาม สมการที่ (10) ยังคงมีข้อบกพร่อง 2 ประการ คือ

- 1) พิจารณากรณีที่ DMU หน่วยที่ 1 มีลักษณะเช่นเดียวกับ DMU หน่วยที่ 2 ทุกประการ ในแง่ของปัจจัยการผลิต และผลผลิตที่ได้รับ เว้นแต่มีปัจจัยการผลิตประเภทเดียวกับ DMU หน่วยที่ 1 ใช้น้อยกว่า DMU หน่วยที่ 2 ดังนั้นค่าคะแนนประสิทธิภาพของ DMU ทั้งสองหน่วย จะมีค่าเท่ากันถ้ากำหนดค่าถ่วงน้ำหนักของปัจจัยการผลิตที่แตกต่างกัน ดังกล่าวให้มีค่าเท่ากับ 0 ดังนั้นเพื่อสร้างความสมเหตุสมผลให้กับแบบจำลองที่ (10) ข้อสมมติที่ว่าด้วยค่าถ่วงน้ำหนักทุกค่าจะต้องมีค่าเป็นบวก จะต้องถูกกำหนดเพิ่มเติมในแบบจำลอง CCR หรือ

$$v > 0 \quad \text{และ} \quad w > 0 \quad (11)$$

2) คำตอบของแบบจำลองที่ (10) จะมีได้มากกว่า 1 คำตอบ กล่าวคือ ถ้า h_{jo}, H^*, v และ w คือค่าที่เหมาะสมของระบบสมการ ค่าของ $h_{jo}, \beta H^*, \alpha v$ และ $\alpha \beta w$ (สำหรับ $\alpha, \beta > 0$) จะให้คำตอบของระบบสมการที่เท่ากัน

เพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าว เงื่อนไขเพิ่มเติมที่ต้องเพิ่มเติมในแบบจำลอง CCR ประกอบด้วย

/ 57

$$\frac{\sum_{k=1}^K w_k y_{jk}}{\sum_{i=1}^I v_i x_{ji}} \leq 1, \forall j \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^I v_i x_{j0i} = 1 \quad (13)$$

หรือ

$$\sum_{i=1}^I w_k y_{j0k} = 1 \quad (14)$$

เงื่อนไขตามสมการที่ (12) คือ การกำหนดขีดจำกัดบน (Upper Bound) สำหรับค่าคะแนนประสิทธิภาพให้มีค่าเท่ากับ 1 (ค่าคะแนนประสิทธิภาพของ DMU ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดจะมีค่าเท่ากับ 1 หรือ $H^* = 1$) ขณะที่ สมการที่ (13) และ (14) คือการลดความซ้ำซ้อนของข้อมูล (Normalization) โดยการทำให้ผลรวมของค่าน้ำหนักของปัจจัยการผลิต หรือ ผลผลิตมีค่าเท่ากับ 1¹¹

4.1.1 แบบจำลอง CCR ภายใต้การคำนวณทางด้านปัจจัยการผลิต

ในกรณีของการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิต (Input—Oriented Measure) การเพิ่มข้อจำกัดตามสมการที่ (11) (12) และ (14) มีผลทำให้แบบจำลอง CCR ในสมการที่ (10) ถูกแปลงรูปเป็นปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming Problem)

$$\max_{v_i, w_k} z = \sum_{k=1}^K w_k y_{kjo} \quad (15.1)$$

$$\sum_{k=1}^K w_k y_{kj} \leq \sum_{i=1}^I v_i x_{ij}, \forall j \quad (15.2)$$

$$\sum_{i=1}^I v_i x_{ij0} = 1 \quad (15.3)$$

$$v_i > 0, w_k > 0, \forall i, k \quad (15.4)$$

¹¹ การกำหนดข้อจำกัดตามสมการที่ (13) คือการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิต (Input—Oriented Measure) ขณะที่ การกำหนดข้อจำกัดตามสมการที่ (14) คือการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านผลผลิต (Output—Oriented Measure)

ภายใต้ทฤษฎีโปรแกรมเชิงเส้น ระบบสมการที่ (15.1-15.4) สามารถเขียนอยู่ในรูปปัญหาคู่ (Duality Problem) ได้ดังนี้

$$58 / \quad \theta^* = \min \theta \quad (15.5)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j \leq \theta x_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (15.6)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{kj} \lambda_j \geq y_{k0}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (15.7)$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (15.8)$$

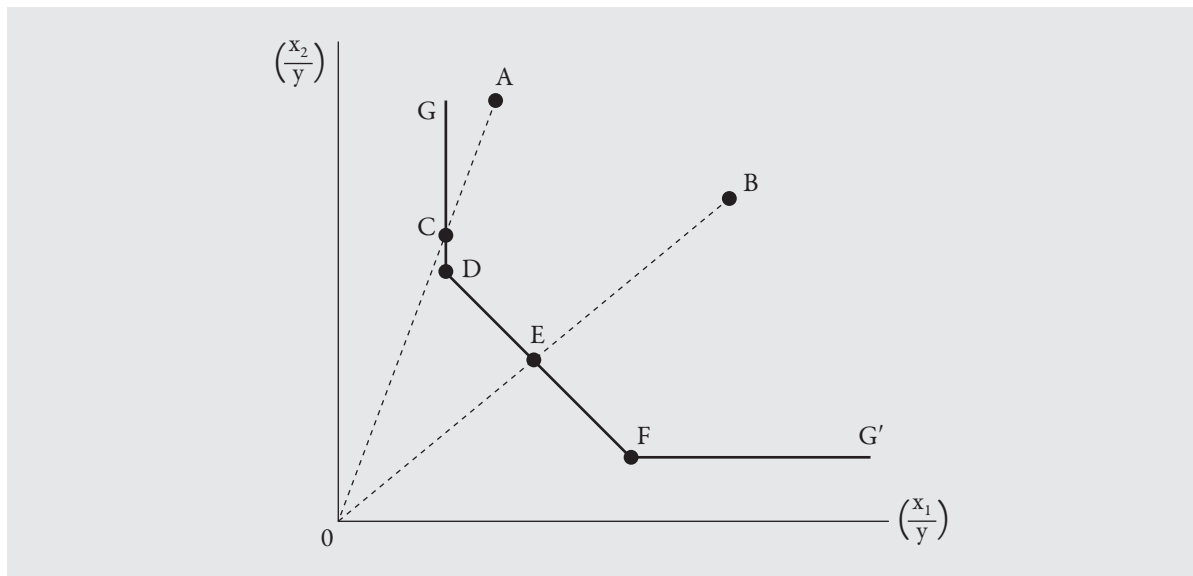
ภายใต้บริบทของ DEA ระบบสมการที่ (15.5)-(15.8) มีชื่อเรียกว่าแบบจำลอง Farrell (Farrell, 1957) ซึ่งในกรณีนี้ ระบบสมการที่ (15.1)-(15.4) หรือระบบสมการที่ (15.5)-(15.8) คือขบวนการคัดเลือกค่าถ่วงน้ำหนักที่ทำให้ DMU หน่วยที่ j_0 ได้รับคะแนนประสิทธิภาพสูงสุด ภายใต้ข้อจำกัดทางด้านผลรวมของค่าถ่วงน้ำหนักทางด้านปัจจัยการผลิต ในลักษณะที่ว่าไม่มี DMU หน่วยใดที่มีค่าคะแนนประสิทธิภาพมากกว่า 1 ภายใต้มูลค่าของค่าถ่วงน้ำหนักเดียวกัน

จะเห็นว่าค่าคงที่ λ_j ในระบบสมการที่ (15.6)-(15.8) จะสอดคล้องกับแนวคิดของการสร้างขอบเขตประสิทธิภาพ ซึ่งเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นแบบช่วง (Piecewise Linear Efficiency Boundary) การมีค่า λ_j ในสมการข้อจำกัดจะส่งผลให้ ขอบเขตประสิทธิภาพมีส่วนของเส้นตรงเป็นองค์ประกอบ (ดังแสดงในแผนภาพที่ 4) โดยที่ λ_j จะเป็นค่าที่ใช้กำหนดจุดอ้างอิง (Reference Points) บนขอบเขตประสิทธิภาพสำหรับ DMU หน่วยที่ j_0 ซึ่งเมื่อพิจารณาสมการข้อจำกัดที่ (15.6) พบว่าเวกเตอร์ของปัจจัยการผลิตหน่วยที่ j_0 จะถูกปรับด้วยค่าคะแนนประสิทธิภาพ θ และจะถูกนำไปเปรียบเทียบกับ จุดอ้างอิง $\sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j$ ซึ่งอยู่บนขอบเขตประสิทธิภาพในการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพ นั่นเอง

สำหรับผลลัพธ์ของการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิต (ค่า θ^* หรือ z^*) แสดงถึงอัตราการใช้ปัจจัยการผลิต ที่ DMU แต่ละหน่วยสามารถลดลงได้ (เพื่อเพิ่มค่าคะแนนประสิทธิภาพให้เท่ากับ 1) โดยไม่มีผลกระทบต่อระดับการผลิตของ DMU หน่วยดังกล่าว

อย่างไรก็ตาม แม้ว่าค่าคะแนนประสิทธิภาพที่คำนวณจาก แบบจำลอง Farrell จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0-1 แต่แบบจำลอง ดังกล่าวยังมีข้อบกพร่องของการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพในกรณีที่มูลค่าของผลผลิตส่วนที่ขาด (Output Slack) และ ปัจจัยการผลิตส่วนเกิน (Input Slack) มีค่ามากกว่าศูนย์ เพื่อความเข้าใจแนวคิดดังกล่าว ขอให้พิจารณาแผนภาพที่ 4 ต่อไปนี้

แผนภาพที่ 4: การวัดประสิทธิภาพ และมูลค่าปัจจัยการผลิตส่วนเกิน



/ 59

จากแผนภาพที่ 4 กำหนดให้เส้น GG' คือเส้นผลผลิตเท่ากันสำหรับ DMU ที่มีประสิทธิภาพในการผลิต (Efficient Isoquant/Frontier) ซึ่งในกรณีนี้พบว่าเส้นผลผลิตเท่ากันมีส่วนของเส้นตรงที่ขนานกับแกนตั้ง และแกนนอน (GD และ FG') ซึ่งส่งผลต่อการวัดค่าคะแนนประสิทธิภาพ กล่าวคือ จากแนวคิดของ Farrell (1957) DMU ที่ใช้สัดส่วนปัจจัยการผลิตที่อยู่เหนือขอบเขตประสิทธิภาพ อาทิ ณ จุด A และ B คือ DMU ที่ด้อยประสิทธิภาพ โดยมีค่าคะแนนประสิทธิภาพ คือ $\frac{OC}{OA}$ และ $\frac{OE}{OB}$ ตามลำดับ อย่างไรก็ตามแนวคิดดังกล่าวจะมีข้อบกพร่องในกรณีที่ DMU ซึ่งทำการผลิตโดยใช้สัดส่วนของปัจจัยการผลิต ณ จุด C ซึ่งอยู่บนเส้นขอบเขตประสิทธิภาพ แต่ขบวนการผลิตดังกล่าวถือว่าการผลิตที่ไร้ประสิทธิภาพ (Koopmans, 1951) เนื่องจากหาก DMU ลดการใช้ปัจจัยผลิตประเภท x_2 ลงจำนวน CD หน่วย จะไม่มีผลกระทบต่อระดับการผลิตของ DMU หน่วยดังกล่าว ซึ่งในกรณีนี้ ระยะทาง CD จะแสดงให้เห็นถึงขนาดของปัจจัยการผลิตส่วนเกิน (Input Slack) นั้นเอง

เพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าว Ali และ Seiford (1993) ได้เสนอแนะแนวทางแก้ไขโดยการกำหนดปัญหาระบบสมการเชิงเส้นที่ทำให้มูลค่าของผลผลิตส่วนที่ขาด (Output Slack) และ ปัจจัยการผลิตส่วนเกิน (Input Slack) ดังกล่าวมีค่าสูงสุด ดังนี้

$$\max \sum_{i=1}^I s_i^- + \sum_{k=1}^K s_k^+ \quad (16.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta^* x_{ij0}, i = 1, 2, \dots, I \quad (16.2)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{kj} \lambda_j + s_k^+ = y_{kj0}, k = 1, 2, \dots, K \quad (16.3)$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_k^+ \geq 0, \forall i, j, k \quad (16.4)$$

โดยที่ s_i^- คือ ปัจจัยการผลิตส่วนเกิน (Input Slack), s_k^+ คือ ผลผลิตส่วนที่ขาด (Output Slack), λ คือ จำนวนจริงที่มีค่า ≥ 0 (Nonnegative Real Number) และ θ^* คือค่าคะแนนประสิทธิภาพที่คำนวณขึ้นจากระบบสมการที่ (15.5)-(15.8)

อย่างไรก็ตาม การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพ และ ค่า Slacks ตามระบบสมการที่ (15.5)-(15.8) และ (16.1)-(16.4) ต้องอาศัยวิธีการคำนวณถึง 2 ขั้นตอน กล่าวคือ ขบวนการจะเริ่มต้นจากการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพที่เหมาะสมสำหรับ DMU หรือ θ^* ตามระบบสมการที่ (15.5)-(15.8) จากนั้นแทนค่า θ^* ลงในสมการที่ (16.2) เพื่อคำนวณหาค่า Slacks อีกครั้งหนึ่ง ดังนั้นเพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าว ขั้นตอนการคำนวณสามารถทำได้จากระบบปัญหาสมการเชิงเส้น ต่อไปนี้

$$\min \theta - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^I s_i^- + \sum_{k=1}^K s_k^+ \right) \quad (17.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta x_{ij0}, i = 1, 2, \dots, I \quad (17.2)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{kj} \lambda_j + s_k^+ = y_{kj0}, k = 1, 2, \dots, K \quad (17.3)$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_k^+ \geq 0, \forall i, j, k \quad (17.4)$$

โดยที่ ε คือ จำนวนจริงที่มีค่ามากกว่า 0 แต่มีค่าน้อยกว่าจำนวนจริงบวกใดๆ¹² (Arnold et al., 1998) ระบบปัญหาสมการเชิงเส้นที่ (17.1)-(17.4) นำไปสู่แนวความคิดที่อยู่บนพื้นฐานของการวัดประสิทธิภาพเชิงเปรียบเทียบ ดังนี้

1) ประสิทธิภาพภายใต้แบบจำลอง DEA (DEA Efficiency) คือกรณีที่ DMU หน่วยที่ j_0 มีประสิทธิภาพสูงสุด (100% Efficiency) กล่าวคือ มีค่าคะแนนประสิทธิภาพ $\theta^* = 1$ และ ค่าของ $s_i^{*-} = s_i^{*+} = 0$

2) ประสิทธิภาพอย่างอ่อน ภายใต้แบบจำลอง DEA (Weakly DEA Efficiency) คือกรณีที่ DMU หน่วยที่ j_0 มีค่าคะแนนประสิทธิภาพ $\theta^* = 1$ แต่มีค่าของ $s_i^{*-} \neq 0$ และ $s_i^{*+} \neq 0$

4.1.2 แบบจำลอง CCR ภายใต้การคำนวณทางด้านผลผลิต

ในทำนองเดียวกัน การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านผลผลิต (Output—Oriented Measure) สามารถทำได้โดยการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้น ต่อไปนี้

$$\min_{v_i, w_k} \left(\frac{1}{h_{j_0}} \right) = \left(\frac{\sum_{i=1}^I v_i x_{ij_0}}{\sum_{k=1}^K w_k y_{kj_0}} \right) \quad (18.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\frac{\sum_{i=1}^I v_i x_{ij}}{\sum_{k=1}^K w_k y_{kj}} \geq 1, j = 1, 2, \dots, N \quad (18.2)$$

$$v_i, w_k \geq \varepsilon > 0, \forall k, i \quad (18.3)$$

¹² ค่าของ ε ในทางคณิตศาสตร์ มีชื่อเรียกว่า Non—Archimedean Element

โดยที่ ε คือ Non—Archimedean Element และด้วยวิธีการแปลงรูปสมการของ Charnes และ Cooper (1962) ผลที่ได้รับ คือ

$$\min q = \sum_{i=1}^I v_i x_{j0i} \quad (19.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_{k=1}^K w_k y_{jk} \leq \sum_{i=1}^I v_i x_{ji}, \forall j \quad (19.2)$$

$$\sum_{i=1}^I w_k y_{j0k} = 1 \quad (19.3)$$

$$v_i, w_k \geq \varepsilon > 0, \forall k, i \quad (19.4)$$

ในกรณีนี้ระบบสมการที่ (19.1)-(19.4) มีชื่อเรียกว่า Multiplier Model สำหรับค่าคะแนนประสิทธิภาพที่คำนวณได้จาก Multiplier Model จะแสดงให้เห็นถึงอัตราส่วนของผลผลิตที่ DMU แต่ละหน่วยสามารถขยายการผลิตเพิ่มขึ้นได้โดยไม่ต้องทำการเปลี่ยนแปลงจำนวนของปัจจัยการผลิตที่ใช้ นอกจากนี้ ภายใต้ทฤษฎีบทโปรแกรมเชิงเส้น ประกอบกับการแก้ปัญหา Slacks ของแบบจำลองระบบสมการที่ (19.1)-(19.4) สามารถเขียนอยู่ในรูปปัญหาคู่ (Duality Problem) ได้ดังนี้

$$\max \sum_{i=1}^I s_i^- + \sum_{k=1}^K s_k^+ \quad (20.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ij0}, i = 1, 2, \dots, I \quad (20.2)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{kj} \lambda_j - s_k^+ = \phi^* y_{kj0}, k = 1, 2, \dots, K \quad (20.3)$$

$$\lambda_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, N \quad (20.4)$$

เมื่อพิจารณาระบบสมการที่ (20.1)-(20.4) แนวคิดของ DEA Efficiency (หรือ การมีประสิทธิภาพ 100%) จะเกิดขึ้นในกรณีที่ $\phi^* = 1$ และ $s_i^- = s_k^+ = 0$ ในขณะที่ แนวคิดของประสิทธิภาพอย่างอ่อน (Weak Efficiency) จะเกิดขึ้นในกรณีที่ $\phi^* = 1$ และ $s_i^- \neq 0$ และ/หรือ $s_k^+ \neq 0$ นั้นเอง

นอกจากนี้ เช่นเดียวกับการคำนวณทางด้านปัจจัยการผลิตในระบบสมการที่ (16.1)-(16.4) การแก้ปัญหาระบบสมการที่ (20.1)-(20.4) มีขั้นตอนการอยู่ 2 ขั้นตอน กล่าวคือขั้นตอนแรกเป็นการคำนวณหาค่าคะแนนประสิทธิภาพที่เหมาะสม ϕ^* จากนั้นนำค่า ϕ^* ที่คำนวณได้มาใช้ในการคำนวณหาค่า Slacks ที่เหมาะสมอีกครั้งหนึ่ง ดังนั้นเพื่อลดขั้นตอนความยุ่งยากดังกล่าว ระบบสมการที่ (20.1)-(20.4) จึงถูกปรับปรุงให้อยู่ในรูป

$$\max \phi + \varepsilon (\sum_{i=1}^I s_i^- + \sum_{k=1}^K s_k^+) \quad (21.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ij0}, i = 1, 2, \dots, I \quad (21.2)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{kj} \lambda_j - s_k^+ = \phi y_{kj0}, k = 1, 2, \dots, K \quad (21.3)$$

$$\lambda_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, N \quad (21.4)$$

ภายใต้บริบทของ DEA ระบบสมการที่ (21.1)-(21.4) มีชื่อเรียกว่า Envelopment Model สำหรับข้อสรุปของแบบจำลอง CCR แสดงในตารางที่ 1

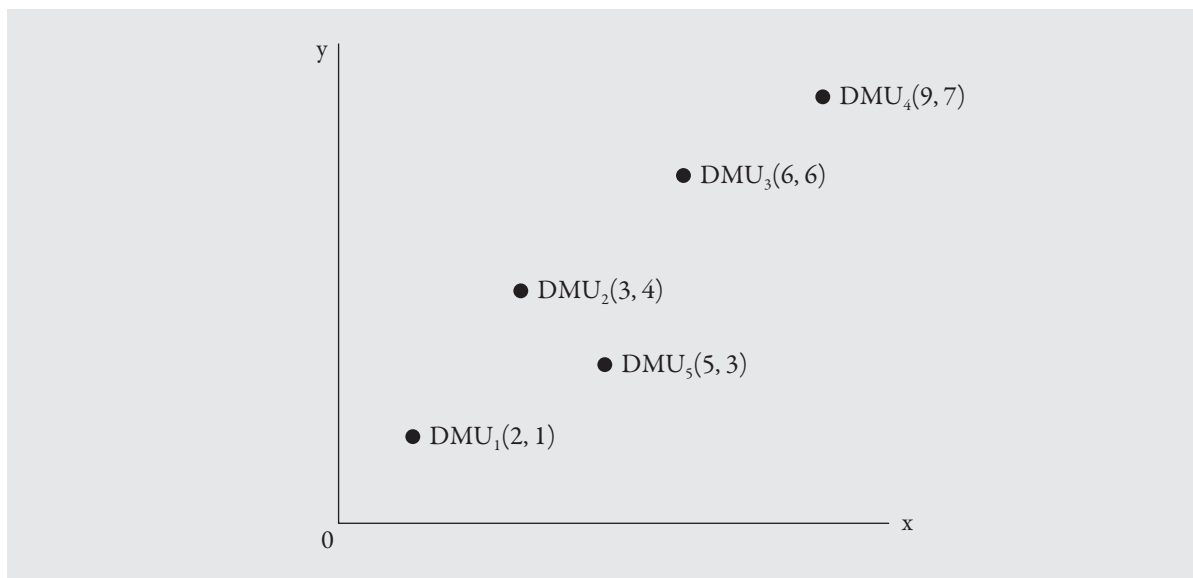
ข้อสังเกตที่น่าสนใจคือ การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพตามแบบจำลอง CCR อยู่ภายใต้ข้อสมมติที่ว่า ทุกๆ DMU ทำการผลิตภายใต้ขนาดของการผลิตที่เหมาะสม กล่าวคือ ทุกๆ DMU มีรูปแบบการผลิตที่มีผลได้ต่อขนาดคงที่ (Constant Returns to Scale: CRS) ดังนั้น แบบจำลอง CCR จึงมีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่ง คือ แบบจำลอง CRS

ตารางที่ 1: แบบจำลอง DEA – CCR

การคำนวณทางด้านปัจจัยการผลิต (Input-Oriented Measure)	
Envelopment Model	Multiplier Model
$\min \theta - \varepsilon (\sum_{i=1}^I s_i^- + \sum_{k=1}^K s_k^+)$ ภายใต้ข้อจำกัด $\sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta x_{ij0}, i = 1, 2, \dots, I$ $\sum_{j=1}^N y_{kj} \lambda_j + s_k^+ = y_{kj0}, k = 1, 2, \dots, K$ $\lambda_j, s_i^-, s_k^+ \geq 0, \forall i, j, k$	$\max_{v_i, w_k} z = \sum_{k=1}^K w_k y_{kj0}$ ภายใต้ข้อจำกัด $\sum_{k=1}^K w_k y_{kj} \leq \sum_{i=1}^I v_i x_{ij}, \forall j$ $\sum_{i=1}^I v_i x_{ij0} = 1$ $v_i, w_k \geq \varepsilon > 0$
การคำนวณทางด้านผลผลิต (Output-Oriented Measure)	
Envelopment Model	Multiplier Model
$\max \phi + \varepsilon (\sum_{i=1}^I s_i^- + \sum_{k=1}^K s_k^+)$ ภายใต้ข้อจำกัด $\sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ij0}, i = 1, 2, \dots, I$ $\sum_{j=1}^N y_{kj} \lambda_j - s_k^+ = \phi y_{kj0}, k = 1, 2, \dots, K$ $\lambda_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, N$	$\min q = \sum_{i=1}^I v_i x_{ij0i}$ ภายใต้ข้อจำกัด $\sum_{k=1}^K w_k y_{jk} \leq \sum_{i=1}^I v_i x_{ji}, \forall j$ $\sum_{i=1}^I v_i x_{ji0} = 1$ $v_i, w_k \geq \varepsilon > 0, \forall k, i$

เพื่อความเข้าใจการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิต และผลผลิต พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้ ซึ่งกำหนดให้ DMU จำนวน 5 หน่วยทำการผลิตซึ่งมีผลผลิตเพียง 1 ประเภท ได้แก่ y โดยใช้ปัจจัยการผลิตเพียงชนิดเดียว คือ x ดังแสดงในแผนภาพที่ 5 ต่อไปนี้

แผนภาพที่ 5: ลักษณะการผลิตของ DMU กรณีปัจจัยการผลิต 1 ชนิด ทำการผลิตผลผลิต 1 ประเภท



/ 63

ในกรณีนี้ถ้าต้องการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพของ DMU₅ โดยใช้แบบจำลอง CCR ทางด้านปัจจัยการผลิตตามระบบสมการที่ (15.5)-(15.8) จะได้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \min \theta & \text{ ภายใต้ข้อจำกัด} \\ 2\lambda_1 + 3\lambda_2 + 6\lambda_3 + 9\lambda_4 + 5\lambda_5 & \leq 5\theta \text{ (ปัจจัยการผลิต)} \\ 1\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 + 7\lambda_4 + 3\lambda_5 & \geq 3 \text{ (ผลผลิต)} \\ \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5 & \geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{ซึ่งจะได้คำตอบของระบบสมการคือ } \theta^* = \frac{9}{20}, \lambda_2^* = \frac{3}{4} \text{ และ } \lambda_j^* = 0 (j \neq 2)$$

ในอีกด้านหนึ่งหากทำการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพของ DMU₅ โดยใช้แบบจำลอง CCR ทางด้านผลผลิตระบบสมการที่ (19.1)-(19.4) (Multiplier Model) จะเห็นได้ว่าปัญหาระบบสมการเชิงเส้นในกรณีนี้ คือ

$$\begin{aligned} \min q & = 5v \text{ ภายใต้ข้อจำกัด} \\ 1w - 2v & \leq 0 \text{ (สำหรับ DMU}_1\text{)} \\ 4w - 3v & \leq 0 \text{ (สำหรับ DMU}_2\text{)} \\ 6w - 6v & \leq 0 \text{ (สำหรับ DMU}_3\text{)} \\ 7w - 9v & \leq 0 \text{ (สำหรับ DMU}_4\text{)} \\ 3w - 5v & \leq 0 \text{ (สำหรับ DMU}_5\text{)} \\ 3w & = 1 \text{ และ } v, w > 0 \end{aligned}$$

ซึ่งจะได้คำตอบของระบบสมการ คือ $\theta^* = \frac{1}{q} = \frac{9}{20}, w^* = \frac{1}{3}$ และ $v^* = \frac{4}{9}$ จากตัวอย่างดังกล่าวจะเห็นว่า DMU₅ มีการดำเนินงานที่ไร้ประสิทธิภาพ เนื่องจากค่าคะแนนประสิทธิภาพไม่ว่าจะคำนวณทางด้านปัจจัยการผลิตหรือผลผลิต มีค่าน้อยกว่า 1

4.2 แบบจำลอง BCC และผลได้ต่อขนาดแปรผัน

เพื่อประโยชน์ในการตรวจสอบลักษณะของผลได้ต่อขนาด (Returns to Scale) ของ DMU แต่ละหน่วย Banker et.al. (1984) ได้นำเสนอ แบบจำลอง BCC ในรูปของ Envelopment Model ภายใต้การคำนวณทางด้านปัจจัยการผลิต (Input—Oriented Measure) ดังต่อไปนี้

$$\min \theta - \varepsilon (\sum_{i=1}^I s_i^- + \sum_{k=1}^K s_k^+) \quad (22.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta x_{ij0}, i = 1, 2, \dots, I \quad (22.2)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{kj} \lambda_j + s_k^+ = y_{kj0}, k = 1, 2, \dots, K \quad (22.3)$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_k^+ \geq 0, \forall i, j, k \quad (22.4)$$

และ

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \quad (22.5)^{13}$$

จะเห็นว่า แบบจำลอง BCC มีลักษณะแตกต่างจาก แบบจำลอง CCR ในระบบสมการที่ (17.1)–(17.4) ในแง่ของการเพิ่มข้อจำกัดที่ (22.5) ลงในแบบจำลอง

โดยอาศัยทฤษฎีบทของปัญหาคู่ ระบบสมการที่ (22.1)–(22.5) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบจำลอง Multiplier ได้ดังนี้

$$\max z = \sum_{k=1}^K w_k y_{kj0} - \omega \quad (22.6)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_{k=1}^K w_k y_{kj} - \sum_{i=1}^I v_i x_{ij} - \omega \leq 0, \forall j \quad (22.7)$$

$$\sum_{i=1}^I v_i x_{ij0} = 1 \quad (22.8)^{14}$$

$$v_i, w_k \geq \varepsilon > 0 \quad (22.9)$$

¹³ ในทางคณิตศาสตร์ข้อจำกัดที่ (22.5) คือ เงื่อนไขความโค้งนูน (Convexity Condition)

¹⁴ สำหรับการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพสำหรับแบบจำลอง BCC ทางด้านผลผลิต (Output—Oriented Measure) สามารถทำได้โดยการแทนค่าสมการสมการที่ (22.8) ด้วยเงื่อนไข $\sum_{k=1}^K w_k y_{kj0}$ และทำการแปลงรูป Objective Function (สำหรับรายละเอียดของการแปลงรูปสมการสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก Charnes et.al. (1994))

ภายใต้แบบจำลองที่ (22.6)-(22.9) ตัวแปรในระบบสมการนี้ ซึ่งได้แก่ x_{ij} , y_{kj} , v_i และ w_k จะถูกกำหนดให้เป็นค่าบวกทั้งหมด เว้นแต่ตัวแปร ω ซึ่งจะมีค่าเป็นลบ บวก หรือ ศูนย์ก็ได้ โดยที่มูลค่าของ ω ที่เหมาะสมจะถูกใช้เป็นเครื่องมือในการกำหนดลักษณะผลได้ต่อขนาดของ DMU อย่างไรก็ตาม การกำหนดลักษณะของผลได้ต่อขนาด จะต้องเป็นขบวนการที่เกิดขึ้นเมื่อ DMU มีแผนการผลิตอยู่บนเส้นขอบเขตประสิทธิภาพ (Banker et al., 2004: 348) หรือเมื่อ $z^* = 1$ ดังนั้นในกรณีที่ $z^* < 1$ ขบวนการกำหนดลักษณะของผลได้ต่อขนาดจะต้องเริ่มต้นจากการเคลื่อนย้ายแผนการผลิตของ DMU หน่วยดังกล่าวให้ไปอยู่บนเส้นขอบเขตประสิทธิภาพ ซึ่งมีวิธีการคำนวณดังนี้

$$\hat{x}_{ij0} = \theta^* x_{ij0} - s_i^- = \sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j^*, i = 1, 2, \dots, I \quad (23)$$

$$\hat{y}_{kjo} = y_{kjo} + s_k^+ = \sum_{j=1}^N y_{kj} \lambda_j^*, k = 1, 2, \dots, K$$

โดยที่ $\hat{x}_{ij0}$ และ $\hat{y}_{kjo}$ คือมูลค่าของปัจจัยการผลิต และผลผลิตที่ถูกเคลื่อนย้ายให้ไปอยู่บนเส้นขอบเขตประสิทธิภาพ และ เครื่องหมาย $*$ แสดงถึงมูลค่าของตัวแปรที่เหมาะสม (Optimal Value) ที่ได้จากการคำนวณตามระบบสมการที่ (22.1)-(22.5)

ดังนั้น จากสมการที่ (23) Banker และ Thrall (1992: 79) ได้พิสูจน์ว่าทฤษฎีบทต่อไปนี้ถูกต้อง เกี่ยวกับ เครื่องหมายของ ω และลักษณะของผลได้ต่อขนาด

1) การผลิตจะมีลักษณะผลได้ต่อขนาดเพิ่มขึ้น (Increasing Returns to Scale: IRTS) ณ $(\hat{x}_{ij0}, \hat{y}_{kjo})$ ก็ต่อเมื่อ $\omega^* < 0$ (สำหรับค่าที่เหมาะสมทุกค่า)

2) การผลิตจะมีลักษณะผลได้ต่อขนาดลดลง (Decreasing Returns to Scale: DRTS) ณ $(\hat{x}_{ij0}, \hat{y}_{kjo})$ ก็ต่อเมื่อ $\omega^* > 0$ (สำหรับค่าที่เหมาะสมทุกค่า)

3) การผลิตจะมีลักษณะผลได้ต่อขนาดคงที่ (Constant Returns to Scale: CRTS) ณ $(\hat{x}_{ij0}, \hat{y}_{kjo})$ ก็ต่อเมื่อ $\omega^* = 0$ (สำหรับค่าที่เหมาะสมอย่างน้อย 1 ค่า)

โดยที่ $(\hat{x}_{ij0}, \hat{y}_{kjo})$ คือมูลค่าที่เหมาะสมของปัจจัยการผลิต และผลผลิตที่ได้จากสมการที่ (23) อย่างไรก็ตาม เพื่อหลีกเลี่ยงขั้นตอนการคำนวณที่ซับซ้อนรวมไปถึงการที่ต้องตรวจสอบค่าที่เหมาะสมของ ω^* ทุกค่า Banker et al. (1996a) ได้นำเสนอวิธีการเพื่อรับประกันว่าลักษณะของผลได้ต่อขนาดจะถูกกำหนดเฉพาะแผนการผลิตที่อยู่บนเส้นขอบเขตประสิทธิภาพ ในกรณีที่ $\omega^* < 0$ ดังนี้

$\max \omega$ ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_{k=1}^K w_k y_{kjo} - \sum_{i=1}^I v_i x_{ij} - \omega \leq 0, j = 1, 2, \dots, N; j \neq 0 \quad (24)$$

$$\sum_{i=1}^I v_i \hat{x}_i = 1$$

$$\sum_{k=1}^K w_k \hat{y}_{kjo} - \omega = 1$$

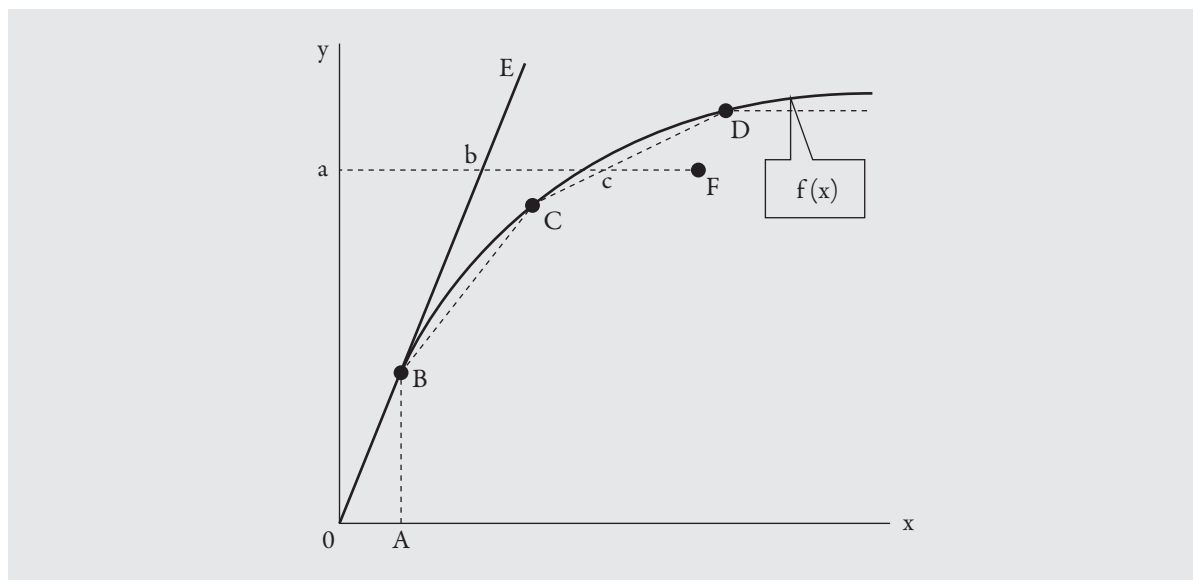
$$v_i, w_k \geq 0 \text{ และ } \omega \leq 0$$

โดยที่ $\hat{x}_{ij0}$ และ $\hat{y}_{kjo}$ คือมูลค่าของปัจจัยการผลิต และผลผลิตที่คำนวณได้จากสมการที่ (23)

ในกรณีนี้จะเห็นได้ว่าข้อจำกัดของระบบสมการที่ (24) จะมีลักษณะเช่นเดียวกับระบบสมการที่ (22.6)-(22.9) ทุกประการ ยกเว้นแต่มีการเพิ่มเติมเงื่อนไขของ $\sum_{k=1}^K w_k \hat{y}_{kj0} - \hat{\omega} = 1$ และ $\hat{\omega} \leq 0$ ¹⁵ ลงในระบบสมการ สำหรับการตีความผลลัพธ์ของค่า $\hat{\omega}^*$ ที่คำนวณได้จากระบบสมการที่ (24) จะมีลักษณะเช่นเดียวกับการตีความค่าของ ω^* ข้างต้น

สำหรับค่าคะแนนประสิทธิภาพที่คำนวณได้จากแบบจำลอง BCC สามารถตีความได้เช่นเดียวกับค่าคะแนนประสิทธิภาพจากแบบจำลอง CCR แต่เนื่องจากเงื่อนไข (22.5) ที่เพิ่มเติมในแบบจำลอง BCC ส่งผลให้ค่าคะแนนประสิทธิภาพในแบบจำลองถูกคำนวณอยู่ภายใต้สมมติฐานของลักษณะการผลิตแบบผลได้ต่อขนาดแปรผัน (Variable Returns to Scale: VRS) และไม่รวมเอาผลกระทบทางด้านขนาดการผลิต (Scale Part) ไว้ในการคำนวณ ดังนั้นค่าคะแนนประสิทธิภาพ (z^* หรือ θ^*) ที่คำนวณได้จึงเป็นการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านเทคนิคอย่างแท้จริง (Pure Technical Efficiency Scores) ข้อสังเกตที่น่าสนใจ คือ ค่าคะแนนประสิทธิภาพที่คำนวณได้จากแบบจำลอง CCR จะมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าคะแนนประสิทธิภาพที่คำนวณได้จากแบบจำลอง BCC (สำหรับ DMU หน่วยเดียวกัน) เสมอ ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยแผนภาพที่ 5 ต่อไปนี้

แผนภาพที่ 5: การวัดประสิทธิภาพภายใต้แบบจำลอง CCR และ BCC



แผนภาพที่ 5 แสดงฟังก์ชันการผลิตในกรณีปัจจัยการผลิต x ถูกใช้ในการผลิตสินค้า y ในกรณีของแบบจำลอง CCR เส้นขอบเขตประสิทธิภาพที่คำนวณได้ คือ OE ขณะที่ขอบเขตประสิทธิภาพที่ถูกคำนวณโดยแบบจำลอง BCC คือ $A0BCD$ และเมื่อทำการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านเทคนิค (Technical Efficiency Score: TE) ของ DMU หน่วยที่ F พบว่า

$$TE_{DEA-BCC} = \frac{ac}{aF} \quad \text{ขณะที่} \quad TE_{DEA-CCR} = \frac{ab}{aF}$$

¹⁵ เงื่อนไข $\sum_{k=1}^K w_k \hat{y}_{kj0} - \hat{\omega} = 1$ เป็นการรับประกันว่าแผนการผลิตจะต้องอยู่บนเส้นขอบเขตประสิทธิภาพ ขณะที่เงื่อนไข $\hat{\omega} \leq 0$ เป็นการตรวจสอบว่าผลลัพธ์ของระบบสมการที่ (24) สามารถคำนวณได้หรือไม่ เมื่อค่าของ $\max \hat{\omega} = 0$

ดังนั้น

$$TE_{DEA-BCC} \geq TE_{DEA-CCR} \quad (25)$$

/ 67

ข้อสังเกตที่น่าสนใจอีกประการหนึ่ง ในประเด็นที่เกี่ยวข้องกับความแตกต่างระหว่างแบบจำลอง BCC และ CCR คือ การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพขนาด (Scale Efficiency: SE) ที่ถูกนำเสนอโดย Coelli et al. (1998)

ในงานวิจัยดังกล่าว Coelli et al. (1998) เสนอแนวคิดที่ว่า ความไร้ประสิทธิภาพทางด้านขนาดการผลิต (Scale Inefficiency) สามารถคำนวณได้จากความแตกต่างระหว่างค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านเทคนิคที่คำนวณขึ้นจากแบบจำลอง BCC และ CCR ซึ่งเมื่อพิจารณาจากแผนภาพที่ 6 พบว่า

$$SE = \frac{ab}{ac} = \frac{TE_{DEA-CCR}}{TE_{DEA-BCC}} = \frac{TE_{CRS}}{TE_{VRS}} \quad (26)$$

โดยที่ TE_{CRS} และ TE_{VRS} คือ ค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านเทคนิคที่คำนวณขึ้นภายใต้ข้อสมมติของผลได้ต่อขนาดคงที่ (CRS) และ แปรผัน (VRS) ตามลำดับ

ถ้าค่า SE มีค่าเท่ากับ 1 หมายความว่า DMU ทำการผลิตโดยมีขนาดการผลิตที่เหมาะสม กล่าวคือการผลิตของ DMU หน่วยดังกล่าวมีลักษณะผลได้ต่อขนาดคงที่ ในขณะที่ค่า SE ที่น้อยกว่า 1 จะแสดงถึงความไร้ประสิทธิภาพของขนาดการผลิตของ DMU หน่วยนั้น ซึ่งเป็นไปได้ว่า DMU หน่วยดังกล่าวจะมีการผลิตแบบผลได้ต่อขนาดเพิ่มขึ้น หรือผลได้ต่อขนาดลดลง ในเชิงนโยบายค่า SE จะเป็นตัวบ่งชี้ถึงแหล่งของความไร้ประสิทธิภาพ (Sources of Inefficiency) และให้ข้อเสนอแนะในการจัดสรรทรัพยากร เช่น การโอนย้ายทรัพยากรหรือปัจจัยการผลิตจาก DMU ที่มีขนาดการผลิตที่ไม่เหมาะสมไปยัง DMU หน่วยอื่นๆ เพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพโดยรวมของอุตสาหกรรม

5. แบบจำลอง DEA และการประยุกต์ใช้

นอกเหนือจากความสามารถของแบบจำลอง DEA ในการวัดค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านเทคนิค การวัดประสิทธิภาพขนาด และ การวัดลักษณะผลได้ต่อขนาดของ DMU ตามที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น ในทางปฏิบัติ หรือในงานวิจัยอีกหลายชิ้นในช่วงต่อมา ได้นำเอาแบบจำลอง DEA มาประยุกต์ใช้ประโยชน์ในอีกหลายแง่มุม สำหรับงานวิจัยที่ได้มีการประยุกต์ใช้แบบจำลอง DEA ในประเด็นที่น่าสนใจ ประกอบด้วย

5.1 กรณีของปัจจัยการผลิต หรือผลผลิตที่อยู่นอกเหนือการควบคุม (EXOGENOUS/NONDISCRETIONARY INPUTS AND OUTPUTS)

สำหรับกรณีทั่วไปการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านเทคนิค จะอยู่ภายใต้ข้อสมมติที่ว่าปัจจัยการผลิตและผลผลิตจะอยู่ภายใต้การควบคุมของ DMU แต่ละหน่วย ดังนั้น ในกรณีที่เกิด ข้อผิดพลาดในเรื่องของปริมาณผลผลิตที่ได้รับจากปัจจัยการผลิตที่มีอยู่ หรือ การใช้ปัจจัยการผลิตที่มากเกินไปจนความจำเป็นจะสะท้อนให้เห็นถึงประสิทธิภาพของ DMU หน่วยนั้นๆ (กรณีที่ค่าคะแนนประสิทธิภาพมีค่าน้อยกว่า 1) อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติยังมีปัจจัยการผลิตบางประเภทที่อยู่นอกเหนือการควบคุมของ DMU อาทิ สภาพภูมิประเทศ สภาพดินฟ้าอากาศ ที่มีผลต่อปริมาณการผลิตสินค้าเกษตรกรรม จำนวนธุรกรรมที่แต่ละธนาคารแต่ละสาขาดำเนินการ งบการใช้จ่ายทางด้านโฆษณาจากบริษัทแม่ ซึ่งสาขาของบริษัทไม่สามารถควบคุมได้ ฯลฯ

ตัวอย่างหนึ่งในกรณีนี้ ได้แก่ Banker และ Morey (1986a) ได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของสาขาของร้านอาหารจานด่วน จำนวนทั้งสิ้น 60 สาขา โดยกำหนดให้แต่ละสาขามีการใช้ปัจจัยการผลิต 6 ประเภท เพื่อทำการผลิตผลผลิต 3 ประเภท ในที่นี้ผลผลิตทั้ง 3 ประเภทเป็นตัวแปรที่ควบคุมได้ (discretionary Outputs) ซึ่งได้แก่ ยอดขายของ

อาหารมื้อเช้า มื้อกลางวัน และ มื้อเย็น ขณะที่ ปัจจัยการผลิตอีก 6 ประเภทประกอบด้วยปัจจัยที่ควบคุมได้ 2 ประเภท ซึ่งได้แก่ ค่าใช้จ่ายในเรื่องของวัสดุอุปกรณ์ และ ค่าจ้างแรงงาน ส่วนปัจจัยการผลิตอีก 4 ประเภท ถูกกำหนดให้เป็น ปัจจัยการผลิตที่ควบคุมไม่ได้ (Nondiscretionary Inputs) ซึ่งประกอบด้วย อายุของร้านอาหาร ระดับค่าใช้จ่าย ในการโฆษณาซึ่งถูกกำหนดโดยบริษัทแม่ สถานที่ตั้ง และความสามารถของการให้บริการในกรณีที่ลูกค้าขับรถมารับเอง (Drive-in Capability) ซึ่งอยู่นอกเหนือการควบคุมของผู้จัดการสาขา

จากกรณีศึกษาดังกล่าว Banker และ Morey (1986a) ได้ทำการแบ่งแยกปัจจัยการผลิต (i) และผลผลิต (k) ออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ปัจจัยการผลิต/ผลผลิต ที่ควบคุมได้ (Discretionary: D) และควบคุมไม่ได้ (Nondiscretionary: ND) ดังนี้

$$i = \{1, 2, \dots, I\} = i_D \cup i_{ND} \text{ และ } i_D \cap i_{ND} = \emptyset$$

และ

$$k = \{1, 2, \dots, K\} = k_D \cup k_{ND} \text{ และ } k_D \cap k_{ND} = \emptyset$$

โดยที่ $\emptyset$ คือเซตว่าง และใช้แนวคิดดังกล่าวเพื่อปรับปรุงแบบจำลอง CCR ดังนี้

$$\min \theta - \varepsilon (\sum_{i \in i_D} s_i^- + \sum_{k=1}^K s_k^+) \quad (27.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta x_{ij0}, i \in i_D \quad (27.2)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ij0}, i \in i_{ND} \quad (27.3)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{kj0} \lambda_j - s_k^+ = y_{kj0}, k = 1, 2, \dots, K \quad (27.4)$$

$$\lambda_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, N \quad (27.5)$$

สิ่งที่ Banker และ Morey (1986a) ได้ทำการปรับปรุงในแบบระบบสมการที่ (27.1)-(27.5) คือ การที่ค่าของ ตัวแปร θ ที่ต้องการหามูลค่าต่ำสุด จะมีอยู่เฉพาะในเงื่อนไขที่ (27.2) เมื่อการปรับเปลี่ยนปัจจัยการผลิตสามารถควบคุม ได้โดย DMU หรือ $i \in i_D$ เท่านั้น ขณะที่ เงื่อนไข (27.3) เมื่อปัจจัยการผลิตมีลักษณะเป็นตัวแปรภายนอก ($i \in i_{ND}$) จะไม่มีตัวแปร θ ในสมการ นอกจากนี้ สิ่งที่น่าสนใจของระบบสมการที่ (27.1)-(27.5) คือ การที่มูลค่าของปัจจัย การผลิตส่วนเกิน (Input Slacks) ที่เกิดจากปัจจัยการผลิตประเภทควบคุมไม่ได้ จะไม่ถูกรวมอยู่ในสมการวัตถุประสงค์ ที่ (27.1) โดยตรง สำหรับการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพในกรณีนี้

สำหรับกรณีของการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านผลผลิต (Output-Oriented Measure) ในกรณีที่ ตัวแปรในแบบจำลองเป็นตัวแปรที่ควบคุมไม่ได้ การปรับเปลี่ยนแบบจำลอง CCR สามารถทำได้ดังนี้

$$\max \phi + \varepsilon (\sum_{i=1}^I s_i^- + \sum_{k \in k_D} s_k^+) \quad (28.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_{j=1}^N x_{ij}\lambda_j + s_i^- = x_{i0}, i = 1, 2, \dots, I \quad (28.2)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{kj}\lambda_j - s_k^- = \phi y_{k0}, k \in k_D \quad (28.3)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{kj}\lambda_j - s_k^+ = y_{k0}, k \in k_{ND} \quad (28.4)$$

$$\lambda_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, N \quad (28.5)$$

สำหรับผู้สนใจศึกษาเกี่ยวกับแบบจำลอง DEA ภายใต้เงื่อนไขของตัวแปรที่ควบคุมไม่ได้ สามารถหาอ่านรายละเอียดเพิ่มเติมได้จากงานวิจัย อาทิ Ray (1988), Saen (2004), Saati et.al. (2011) ฯลฯ

5.2 แบบจำลอง DEA กรณีปัจจัยการผลิต และผลผลิตเป็นตัวแปรจำแนกประเภท (CATEGORICAL VARIABLES)

ในกรณีทั่วไปของการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพเชิงเทคนิค ภายใต้แบบจำลอง DEA ตัวแปรผลผลิต และปัจจัยการผลิตที่ใช้ส่วนใหญ่จะเป็นตัวแปรต่อเนื่อง (Continuous Variables) อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ ตัวแปรเหล่านี้ในบางครั้งจะมีลักษณะเป็นตัวแปรจำแนกประเภท (Categorical Variables) กล่าวคือ มูลค่าของตัวแปรสามารถกำหนดได้แน่นอน หรือมีจำนวนจำกัด ซึ่งโดยทั่วไปจำนวนที่จำกัดของตัวแปรเหล่านี้จะถูกใช้แทนประเภท หรือ ลักษณะของตัวแปร อาทิ ระดับการศึกษาของแรงงาน ระดับการผลิต (สูง กลาง ต่ำ) ฯลฯ นอกจากนี้ ตัวแปรจำแนกประเภทยังมีประโยชน์ในกรณีแต่ละ DMU มีประเภทของผลผลิต หรือปัจจัยการผลิตที่แตกต่างกัน แต่สามารถนำมาคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพโดยเปรียบเทียบรวมกันได้

Banker และ Morey (1986) ได้นำเสนอวิธีการรวมเอาตัวแปรจำแนกประเภท (Categorical Variables) ในแบบจำลอง DEA ภายใต้ข้อสมมติของผลได้ต่อขนาดแปรผัน (VRS) โดยการกำหนดตัวแปรหุ่น ที่มีค่าเป็น 0 หรือ 1 (Dummy Variables: d_j) ให้มีจำนวนเท่ากับจำนวนประเภทหรือลักษณะของตัวแปร (C) ลบด้วย 1 กล่าวคือถ้าลักษณะของตัวแปรมีจำนวนเท่ากับ 5 จะต้องทำการกำหนดตัวแปรหุ่นจำนวนเท่ากับ $4 = (5 - 1)$ ตัวแปร

ในงานศึกษาของ Banker และ Morey (1986) ได้ยกตัวอย่างแบบจำลอง DEA ที่คำนวณขึ้นทางด้านปัจจัยการผลิต (Input—Oriented Measure) ในที่นี้ตัวแปรสามารถแบ่งออกได้ 4 ลักษณะ (C) คือ ไม่มีลักษณะ (None), ระดับต่ำ (Low), ระดับเฉลี่ย (Average) และ ระดับสูง (High) ดังนั้น จำนวนของตัวแปรหุ่นที่เหมาะสมในกรณีนี้คือ 3 ตัวแปร (C-1) ซึ่งได้แก่ $d_j^{(1)}$, $d_j^{(2)}$ และ $d_j^{(3)}$ ซึ่งมีการกำหนดในรูปแบบต่อไปนี้

- (1) คุณสมบัติ “ไม่มีลักษณะ (None)” เมื่อ $d_j^{(1)} = d_j^{(2)} = d_j^{(3)} = 0$
- (2) คุณสมบัติ “ระดับต่ำ (Low)” เมื่อ $d_j^{(1)} = 1$ และ $d_j^{(2)} = d_j^{(3)} = 0$
- (3) คุณสมบัติ “ระดับเฉลี่ย (Average)” เมื่อ $d_j^{(1)} = d_j^{(2)} = 1$ และ $d_j^{(3)} = 0$
- (4) คุณสมบัติ “ระดับสูง (High)” เมื่อ $d_j^{(1)} = d_j^{(2)} = d_j^{(3)} = 1$

จะเห็นว่าผลลัพธ์ของการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพในกรณีนี้ จะเหมือนกับการแบ่งข้อมูลตาม DMU ออกเป็น 4 กลุ่ม และทำการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้น 4 ครั้ง กล่าวคือ ในครั้งแรกจะทำการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพเฉพาะกลุ่ม DMU ที่มีคุณสมบัติ “ไม่มีลักษณะ (None)” ครั้งที่ 2 จะทำการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพเฉพาะกลุ่ม DMU ที่มีคุณสมบัติ “ไม่มีลักษณะ (None)” และ กลุ่ม DMU ที่มีคุณสมบัติ “ระดับต่ำ(Low)” ครั้งที่ 3

จะทำการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพสำหรับกลุ่ม DMU ที่มีคุณสมบัติ “ไม่มีลักษณะ (None)”, “ระดับต่ำ (Low)” และ “ระดับเฉลี่ย (Average)” และในครั้งสุดท้าย คือการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพสำหรับทุกๆ DMU พร้อมๆ กัน¹⁶

ในกรณีทั่วไปสำหรับตัวแปรจำแนกประเภท z_r ซึ่งเป็นตัวแทนของคุณลักษณะจำนวน R ประเภท ในกรณีจำเป็นจะต้องมีข้อจำกัดจำนวน R กลุ่มซึ่งอยู่ในรูปของ

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j d_{rj}^{(\bar{c}_r)} \leq d_{rj_0}^{(\bar{c}_r)} \quad (29)$$

โดยที่ $\bar{c}_r = 1, 2, \dots, C-1$ (จำนวนลักษณะหรือประเภทของตัวแปรลบด้วย 1) ซึ่งเป็นจำนวนข้อจำกัดที่เพียงพอในการที่จะแบ่งแยกกลุ่มตัวแปรที่มีคุณลักษณะที่ต้องการออกจากกลุ่มตัวแปรที่มีคุณสมบัติที่ดีกว่า ในกรณีที่ตัวแปรหุ่น $d_{rj_0}^{(\bar{c}_r)} = 0$ หมายความว่า ข้อมูลของตัวแปรจาก DMU หน่วยที่ j_0 จะต้องมีความสัมพันธ์อยู่ในกลุ่มที่แยกหรืออย่างน้อยมีคุณสมบัติที่เท่ากับกับคุณสมบัติของกลุ่มที่ r ¹⁷ นอกจากนี้ จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ $\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1$ ส่งผลให้มูลค่าสูงสุดของ $\sum_{j=1}^N \lambda_j d_{rj}^{(\bar{c}_r)}$ มีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้น ด้วยเงื่อนไขดังกล่าว ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงเส้นในกรณีที่แบบจำลอง DEA มีตัวแปรจำแนกประเภทรวมอยู่ในการคำนวณด้วย สามารถสรุปได้ดังนี้

min θ ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j y_{kj} \geq y_{kj_0}, k = 1, 2, \dots, K$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{ij_0}, i = 1, 2, \dots, I$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j d_{rj}^{(\bar{c}_r)} \leq d_{rj_0}^{(\bar{c}_r)}, r = 1, 2, \dots, R; \bar{c}_r = 1, 2, \dots, C-1$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1$$

และ

$$\lambda_j, x_{ij}, y_{kj} \geq 0, j = 1, 2, \dots, N \quad (30)$$

การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพภายใต้ระบบสมการที่ (30) อยู่ภายใต้ข้อสมมติของการที่ DMU มีผลได้ต่อขนาดแปรผัน (VRS) สำหรับกรณีของการคำนวณภายใต้เงื่อนไขของผลได้ต่อขนาดคงที่ (CRS) สามารถทำได้โดยการตัดเงื่อนไขความโค้งนูน (Convexity Constraint หรือ $\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1$) ออกจากระบบสมการที่ (30) และ แทนที่ข้อจำกัด $\sum_{j=1}^N \lambda_j d_{rj}^{(\bar{c}_r)} \leq d_{rj_0}^{(\bar{c}_r)}$ ด้วย $\sum_{j=1}^N \lambda_j d_{rj}^{(\bar{c}_r)} \leq \sum_{j=1}^N d_{rj_0}^{(\bar{c}_r)}$

ประเด็นของตัวแปรจำแนกประเภทภายใต้แบบจำลอง DEA ได้ถูกกล่าวถึงเป็นครั้งแรกในงานของ Banker และ Morey (1986) สำหรับแนวทางการพัฒนาแบบจำลองดังกล่าวสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จากผลงานของ Kamakura (1988) รวมไปถึงผลงานวิจัยในช่วงต่อมา อาทิ Rousseau และ Semple (1993), Puig-Junoy (1998), Cooper et al. (2000) ฯลฯ

¹⁶ แนวทางการวิเคราะห์ดังกล่าวอยู่ภายใต้แนวคิดพื้นฐานที่ว่า จุดอ้างอิงของตัวแปรจำแนกประเภท ไม่ควรที่จะสร้างขึ้นจากข้อมูลของกลุ่ม DMU ที่มีความได้เปรียบมากกว่า เนื่องจากความได้เปรียบของตัวแปรในแต่ละระดับชั้นไม่สามารถวัดได้อย่างสมบูรณ์ (Lober, G. and Staat, M., 2009)

¹⁷ มูลค่าของ $\lambda_j d_{rj}^{(\bar{c}_r)}$ ใน $\sum_{j=1}^N \lambda_j d_{rj}^{(\bar{c}_r)}$ จะมีค่าเท่ากับ 0 ได้ในกรณีเดียว คือ เมื่อ $d_{rj_0}^{(\bar{c}_r)} = 0$ (ภายใต้เงื่อนไขที่ว่า $\lambda_j > 0$) เพื่อเป็นการรับประกันว่าข้อมูลจะต้องมาจากกลุ่มที่มีคุณลักษณะเดียวกัน หรือคุณลักษณะที่แยกว่า

5.3 DEA และการวัดระดับการเปลี่ยนแปลงของประสิทธิภาพข้ามเวลา

โดยทั่วไปแบบจำลอง DEA มีประโยชน์ในแง่ของการวัดค่าคะแนนประสิทธิภาพ และการเปรียบเทียบค่าคะแนนระหว่าง DMU ในกรณีที่มีข้อมูลของปัจจัยการผลิต และผลผลิต หลายชนิด โดยที่ แบบจำลอง DEA จะทำการกำหนดเส้นขอบเขตประสิทธิภาพ และทำการวัดค่าคะแนนของ DMU โดยเปรียบเทียบกับเส้นขอบเขตประสิทธิภาพดังกล่าว และแปรเป็นผลคะแนนเพียงมูลค่าเดียว อย่างไรก็ตาม การวัดประสิทธิภาพดังกล่าวจะใช้เพียงข้อมูลภาคตัดขวาง (Cross—Sectional Data) ในการวิเคราะห์ค่าคะแนน ณ จุดใดจุดหนึ่งของเวลา ดังนั้นเพื่อให้มีมิติทางด้านเวลาเข้ามาเกี่ยวข้อง กล่าวคือ หากผู้วิจัยต้องการวัดการเปลี่ยนแปลงของประสิทธิภาพตลอดช่วงเวลา แบบจำลอง DEA ดังเดิมจะไม่เหมาะสมในกรณีนี้

สำหรับแนวทางในการวัดการเปลี่ยนแปลงของประสิทธิภาพ ภายใต้การประยุกต์ใช้แบบจำลอง DEA ที่พบบ่อยครั้งจะมีอยู่ 2 แนวทางหลักด้วยกัน คือ (1) เทคนิค Window DEA และ (2) การคำนวณดัชนี Malmquist หรือ Malmquist Index ซึ่งมีรายละเอียดโดยสรุป ดังนี้

5.3.1 วิธีการ Window DEA

เทคนิค Window DEA ถูกนำเสนอโดย Charnes et.al. (1994b) โดยอาศัยหลักการของการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average) โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงของระดับประสิทธิภาพของ DMU ตลอดช่วงเวลา ในกรณีนี้ DMU ที่ทำการผลิตต่างช่วงเวลากันจะถูกกำหนดให้เป็น DMU ที่แตกต่างกัน¹⁸ (แม้ว่าจะเป็น DMU หน่วยเดียวกัน ในช่วงเวลาเริ่มต้นก็ตาม) ดังนั้นประสิทธิภาพของ DMU หน่วยเดียวกันจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับในช่วงเวลาต่างๆ

ดังนั้น ภายใต้บริบทของ Window DEA การวิเคราะห์ข้อมูลสามารถทำได้ใน 3 แนวทางหลัก (Tulkens and Vanden, 1995) ซึ่งประกอบด้วย

1) การวิเคราะห์ภายในช่วงเวลาเดียวกัน (Contemporaneous Analysis) เนื่องจาก ช่วงเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์ ภายใต้เทคนิค Window DEA ครอบคลุมถึงข้อมูลในช่วงเวลาต่างๆ กล่าวคือ เป็นการเปรียบเทียบค่าคะแนนประสิทธิภาพของ DMU หน่วยต่างๆ ณ จุดใดจุดหนึ่งของเวลา

2) การวิเคราะห์ข้ามเวลา (Intertemporal Analysis) โดยการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของ DMU แต่ละหน่วย ในช่วงเวลาต่างๆ การวิเคราะห์ในลักษณะนี้ยังรวมไปถึงกรณีของการเปลี่ยนแปลงช่วงเวลาที่ใช้ในการคำนวณ (Window Width) ด้วย

3) หากการวิเคราะห์ข้อมูลครอบคลุมตั้งแต่ช่วงเวลาเริ่มต้นไปจนถึงช่วงเวลาลิ้นสุด (Real—Window Analysis) การวิเคราะห์ในลักษณะนี้มีชื่อเรียกว่า การวิเคราะห์ลำดับขั้น (Sequential Analysis หรือ Locally Intertemporal Analysis)

พิจารณากรณีทั่วไปเมื่อ DMU จำนวนทั้งสิ้น N หน่วย ($j = 1, 2, \dots, N$) ซึ่งทำการผลิตตลอดช่วงเวลา P ($t = 1, 2, \dots, P$) โดยใช้ปัจจัยการผลิตจำนวน I ($i = 1, 2, \dots, I$) ประเภท เพื่อทำการผลิตผลผลิตจำนวน K ($k = 1, 2, \dots, K$) ประเภท ดังนั้นจำนวนตัวอย่างทั้งหมดในกรณีนี้ คือ $N \times P$ ตัวอย่าง และเมื่อพิจารณา DMU หน่วยที่ j ในช่วงเวลา t หรือ DMU_t^j พบว่าข้อมูลของ DMU หน่วยดังกล่าวสามารถแสดงได้ด้วยเวกเตอร์ของปัจจัยการผลิต (x_{it}^j) ขนาด I มิติ และเวกเตอร์ของผลผลิต (y_{kt}^j) ขนาด K มิติ โดยที่

$$x_{it}^j = [x_{1t}^j, x_{2t}^j, \dots, x_{It}^j]^T \quad (31)$$

$$y_{kt}^j = [y_{1t}^j, y_{2t}^j, \dots, y_{kt}^j]^T \quad (32)$$

¹⁸ การกำหนดให้ DMU มีความแตกต่างกันในแต่ละช่วงเวลา มีประโยชน์ค่อนข้างมากในแง่ของการเพิ่มจำนวนข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ถ้ากลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการคำนวณมีขนาดเล็กลง

หากกำหนดให้ ช่วงเวลาที่ต้องการศึกษาเริ่มต้น ณ เวลา m , ($1 \leq m \leq P$) โดยมีช่วงความยาวของระยะเวลา (Window Width) คือ w , ($1 \leq w \leq P - m$) ถูกแทนด้วยสัญลักษณ์ m_w และหากใช้หลักเกณฑ์ที่ว่า DMU ที่ทำการผลิตในช่วงเวลาต่างกันถือเป็น DMU ที่แตกต่างกัน ดังนั้น กรณีนี้จะมีข้อมูลทั้งสิ้น $N \times w$ ตัวอย่างในแต่ละหน้าต่างซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปของเมทริกซ์ปัจจัยการผลิต (X_{mw}) และผลผลิต (Y_{mw}) ดังนี้

$$X_{mw} = [x_m^1, x_m^2, \dots, x_m^N, x_{m+1}^1, x_{m+1}^2, \dots, x_{m+1}^N, \dots, x_{m+w}^1, x_{m+w}^2, \dots, x_{m+w}^N] \quad (33)$$

$$Y_{mw} = [y_m^1, y_m^2, \dots, y_m^N, y_{m+1}^1, y_{m+1}^2, \dots, y_{m+1}^N, \dots, y_{m+w}^1, y_{m+w}^2, \dots, y_{m+w}^N] \quad (34)$$

ในกรณีนี้การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิต (Input-Oriented Measure) ภายใต้ข้อสมมติของผลได้ต่อขนาดคงที่ (CRS) จะถูกกำหนดโดยปัญหาระบบสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$\theta'_{mwt} = \min_{\theta, \lambda} \theta \quad (35.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$-X_{mw} \lambda + \theta x'_t \geq 0 \quad (35.2)$$

$$Y_{mw} \lambda - y'_t \geq 0 \quad (35.3)$$

และ

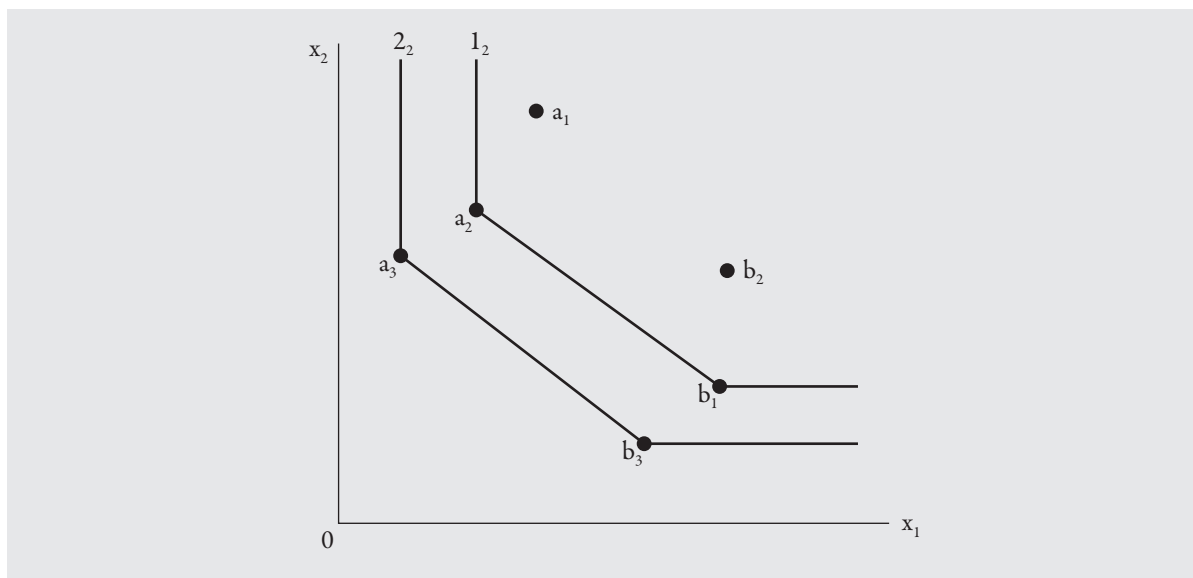
$$\lambda_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, N \times w \quad (35.4)$$

จะเห็นได้ว่าระบบสมการที่ (35.1)-(35.4) คือการแทนค่าเมทริกซ์ในสมการที่ (33) และ (34) ลงในแบบจำลอง CCR ในสมการที่ (15.5)-(15.8) นั่นเอง ดังนั้น วิธีการของ Window DEA จึงมีหลักการเดียวกันกับการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average) ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากแผนภาพที่ 6 ต่อไปนี้

จากแผนภาพที่ 6 ซึ่งแสดงถึงขอบเขตประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิต ที่ถูกกำหนดขึ้นโดยเทคนิค Window DEA ในกรณีที่ DMU จำนวน 2 หน่วย ทำการผลิตสินค้าเพียงชนิดเดียว โดยใช้ปัจจัยการผลิต 2 ประเภท ซึ่งได้แก่ x_1 และ x_2 โดยทำการเก็บข้อมูลใน 3 ช่วงเวลา ($t = 1, 2, 3$)

ภายใต้บริบทของ Window DEA ถ้ากำหนดให้ช่วงความยาวของระยะเวลา $w = 2$ ดังนั้นการคำนวณขอบเขตประสิทธิภาพในช่วงเวลาย่อยที่ 1 หรือ หน้าต่างที่ 1 จะครอบคลุมแผนการผลิต a_1, a_2, b_1 และ b_2 ซึ่งจะถูกพิจารณาว่าเป็น DMU ที่แตกต่างกัน ดังนั้น ค่าคะแนนประสิทธิภาพของ DMU หน่วยที่ a_1 ไม่เพียงแต่ คำนวณขึ้นจากการเปรียบเทียบแผนการผลิตของ DMU หน่วยเดียวกันในแต่ละช่วงเวลา (เช่น เปรียบเทียบกับ a_2) แต่ยังคำนวณขึ้นจากการเปรียบเทียบกับ DMU หน่วยอื่นๆ ในหน้าต่างนั้นๆ ด้วย (ในที่นี้จะทำการเปรียบเทียบกับ b_1 และ b_2 ด้วย) ซึ่งผลการคำนวณที่ได้ คือ เส้นขอบเขตประสิทธิภาพ 1_2 ซึ่งหมายถึง ขอบเขตประสิทธิภาพในช่วงเวลาย่อยที่ 1 หรือ หน้าต่างที่ 1 (ซึ่งมีจุดเริ่มต้น ณ $t = 1$) โดยมีความยาวของช่วงเวลาเท่ากับ 2

แผนภาพที่ 6: ขอบเขตประสิทธิภาพภายใต้เทคนิค Window DEA



/ 73

จากนั้นทำการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพในช่วงเวลาย่อยที่ 2 (หน้าต่างที่ 2) ซึ่งจะครอบคลุมแผนการผลิต a_2, a_3, b_2 และ b_3 ในลักษณะเช่นเดียวกัน แผนการผลิตดังกล่าวจะถูกพิจารณาว่าเป็น DMU ที่แตกต่างกัน ซึ่งผลการคำนวณที่ได้ คือ เส้นขอบเขตประสิทธิภาพ 2_2 ซึ่งหมายถึง ขอบเขตประสิทธิภาพในช่วงเวลาย่อยที่ 2 หรือ หน้าต่างที่ 2 (โดยมีจุดเริ่มต้น ณ $t=2$) และมีความยาวของช่วงเวลาเท่ากับ 2 นั่นเอง จะเห็นได้ว่าการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพด้วย Window DEA จะทำให้จำนวนกลุ่มตัวอย่างในแต่ละหน้าต่างมีค่าเท่ากับ $N \times w = 2 \times 2 = 4$ ตัวอย่าง ซึ่งมีค่ามากกว่าจำนวนกลุ่มตัวอย่าง ($= 2$) ในแต่ละช่วงเวลา

5.3.2 ดัชนี Malmquist

สำหรับแนวทางในการวัดการเปลี่ยนแปลงของประสิทธิภาพตลอดช่วงเวลา ภายใต้การประยุกต์ใช้แบบจำลอง DEA อีกวิธีการหนึ่งที่น่าสนใจ คือ การใช้ดัชนี Malmquist (Malmquist Index) ซึ่งเป็นวิธีการที่ถูกนำเสนอเป็นครั้งแรกโดย Caves et al. (1982)

โดยทั่วไปแนวคิดของดัชนี Malmquist ดังกล่าวเกิดจากการประยุกต์ใช้แนวคิดในการวัดประสิทธิภาพเชิงเทคนิคของ Farrell (1957) เพื่อคำนวณหาฟังก์ชันระยะทาง (Distance Function: D_t^i) ซึ่งขบวนการดังกล่าวสามารถอธิบายได้ดังนี้

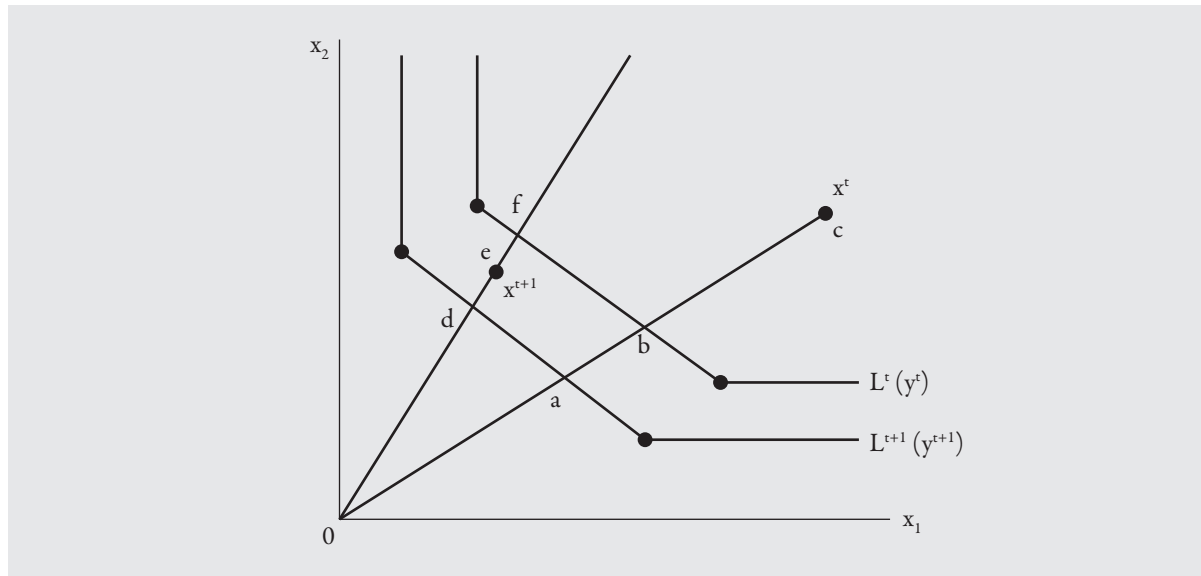
ในกรณีทั่วไป หากกำหนดให้ เซตที่เป็นไปได้ของปัจจัยการผลิตจำนวน I ประเภท และผลผลิตจำนวน K ประเภทที่ DMU ทำการผลิต ณ ช่วงเวลา t คือ $x^t = (x_1^t, x_2^t, \dots, x_I^t)$ และ $y^t = (y_1^t, y_2^t, \dots, y_K^t)$ โดยที่ $x^t, y^t \in \mathbb{R}_+^N$ ดังนั้น ระดับของเทคโนโลยี หรือ ประสิทธิภาพของ DMU จะถูกกำหนดโดย เซตของระดับปัจจัยการผลิตที่ต้องการ (Input Requirement Set: $L^t(y^t)$) หรือ

$$L^t(y^t) = \{x^t : (y^t, x^t) \in S^t\}, t = 1, 2, \dots, T \quad (36)$$

โดยที่ $S^t = \{(y^t, x^t) : x^t \text{ ใช้ในการผลิต } y^t\}$ ซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงระดับของเทคโนโลยีที่ DMU ใช้ในช่วงเวลา t ซึ่งสามารถอธิบายได้ตามแผนภาพที่ 8

แผนภาพที่ 7: เซตของระดับปัจจัยการผลิตที่ต้องการ และการวัดการเปลี่ยนแปลงของประสิทธิภาพ

74 /



แผนภาพที่ 7 แสดงให้เห็นถึงกรณีที่ DMU ทำการผลิตสินค้าเพียงชนิดเดียว (y) โดยการใช้ปัจจัยการผลิต 2 ประเภท (x_1, x_2) ในกรณีนี้เส้น $L^t(y^t)$ และ $L^{t+1}(y^{t+1})$ คือเส้นขอบเขตประสิทธิภาพ (เส้นผลผลิตเท่ากัน) ในสองช่วงเวลา ($t, t+1$) และกำหนดให้ DMU ทำการผลิต ณ จุด c ในช่วงเวลา t จากนั้นมีการเปลี่ยนแปลงแผนการผลิตไปยังจุด e ในช่วงเวลา $t+1$

ภายใต้แนวคิดของ Farrell (1957) ค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิต ของ DMU ในช่วงเวลา t สามารถวัดได้จากสัดส่วน $\frac{Ob}{Oc}$ ขณะที่ค่าคะแนนประสิทธิภาพในช่วงเวลา $t+1$ คือ $\frac{Od}{Oe}$ ในทางตรงกันข้าม ฟังก์ชันระยะทางสำหรับปัจจัยการผลิต (Input Distance Function) สามารถคำนวณได้จากส่วนกลับของค่าคะแนนประสิทธิภาพของ Farrell ดังนั้น ฟังก์ชันระยะทางของ DMU ในช่วงเวลา t และ $t+1$ ในกรณีนี้ สามารถคำนวณได้จาก $\frac{Oc}{Ob}$ และ $\frac{Oe}{Od}$ ตามลำดับ (Shephard, 1953)

สำหรับกรณีทั่วไป หากกำหนดให้ $F_i^t(y^t, x^t)$ คือ ค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิตภายใต้แนวคิดของ Farrell ณ ช่วงเวลา t ดังนั้น

$$F_i^t(y^t, x^t) = \min_{\theta} \{ \theta : \theta x^t \in L^t(y^t) \} \quad (37)$$

ขณะที่ฟังก์ชันระยะทางสำหรับปัจจัยการผลิต จะถูกกำหนดโดย

$$D_i^t(y^t, x^t) = \max_{\theta} \{ \theta \geq 1 : (x^t / \theta) \in L^t(y^t) \} \quad (38)$$

หรือ

$$[D_i^t(y^t, x^t)]^{-1} = F_i^t(y^t, x^t) \quad (39)$$

เพื่อที่จะคำนวณค่าดัชนี Malmquist สำหรับการวัดการเปลี่ยนแปลงของประสิทธิภาพระหว่างช่วงเวลา t และ $t+1$ นอกเหนือจากการคำนวณฟังก์ชันระยะทางตามสมการที่ (38) ข้างต้น ฟังก์ชันระยะทางอื่นๆ ที่ต้องคำนวณเพิ่มเติมประกอบด้วย

/ 75

$$D_i^t(y^{t+1}, x^{t+1}) = \max_{\theta} \{ \theta \geq 1 : (x^{t+1} / \theta) \in L^t(y^{t+1}) \} \quad (40)$$

$$D_i^{t+1}(y^t, x^t) = \max_{\theta} \{ \theta \geq 1 : (x^t / \theta) \in L^{t+1}(y^t) \} \quad (41)$$

$$D_i^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1}) = \max_{\theta} \{ \theta \geq 1 : (x^{t+1} / \theta) \in L^{t+1}(y^{t+1}) \} \quad (42)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (40) พบว่า $D_i^t(y^{t+1}, x^{t+1})$ คือ ฟังก์ชันระยะทางที่คำนวณขึ้นโดยใช้ข้อมูลในช่วงเวลา $t+1$ โดยเปรียบเทียบกับขอบเขตประสิทธิภาพในช่วงเวลา t (จากแผนภาพที่ 7 ฟังก์ชัน $D_i^t(y^{t+1}, x^{t+1}) = \frac{0e}{0f}$) ขณะที่ $D_i^{t+1}(y^t, x^t)$ ในสมการที่ (41) คือฟังก์ชันระยะทางที่คำนวณขึ้นโดยใช้ข้อมูลในช่วงเวลา t โดยเปรียบเทียบกับขอบเขตประสิทธิภาพในช่วงเวลา $t+1$ (จากแผนภาพที่ 7 ฟังก์ชัน $D_i^{t+1}(y^t, x^t) = \frac{0c}{0a}$) สำหรับความหมายของฟังก์ชัน $D_i^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})$ ในสมการที่ (42) สามารถตีความได้ในลักษณะเดียวกัน โดยที่ขนาดของฟังก์ชัน $D_i^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})$ ในแผนภาพที่ 7 มีค่าเท่ากับ $\frac{0e}{0d}$

จากข้อมูลของฟังก์ชันระยะทางในสมการที่ (38) และ (40)-(42) Caves et.al. (1982) กำหนดให้ ดัชนี Malmquist สำหรับการวัดการเปลี่ยนแปลงของประสิทธิภาพในระหว่างช่วงเวลา t และ $t+1$ (โดยกำหนดให้ ช่วงเวลา t เป็นจุดอ้างอิง) จะมีค่าเท่ากับ

$$M_i^t(y^{t+1}, x^{t+1}, y^t, x^t) = \frac{D_i^t(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_i^t(y^t, x^t)} \quad (43)$$

สมการที่ (43) แสดงให้เห็นว่าดัชนี Malmquist สามารถคำนวณได้จาก การเปรียบเทียบฟังก์ชันระยะทางจากแผนการผลิต (y^{t+1}, x^{t+1}) และ (y^t, x^t) โดยใช้ขอบเขตประสิทธิภาพในช่วงเวลา t เป็นจุดอ้างอิง

ในอีกด้านหนึ่ง ถ้ากำหนดให้ขอบเขตประสิทธิภาพในช่วงเวลา $t+1$ เป็นจุดอ้างอิง ดัชนี Malmquist สามารถคำนวณได้จาก

$$M_i^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1}, y^t, x^t) = \frac{D_i^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_i^{t+1}(y^t, x^t)} \quad (44)$$

ดังนั้นเพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาของการเลือกช่วงเวลาอ้างอิงที่เหมาะสมในการคำนวณ Fare et al. (1994) จึงได้ทำการคำนวณดัชนี Malmquist ในรูปของค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของดัชนีในสมการที่ (43) และ (44) ซึ่งผลที่ได้รับคือ

$$M_i(y^{t+1}, x^{t+1}, y^t, x^t) = \left[\frac{D_i^t(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_i^t(y^t, x^t)} * \frac{D_i^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_i^{t+1}(y^t, x^t)} \right]^{1/2} \quad (45)$$

นอกจากนี้ Fare et al. (1994) ยังได้ทำการแบ่งองค์ประกอบของดัชนี Malmquist ออกเป็น 2 องค์ประกอบ ซึ่งได้แก่ (1) องค์ประกอบที่ใช้วัดการเปลี่ยนแปลงทางด้านประสิทธิภาพเชิงเทคนิค (Technical Efficiency Change: E_i) และ (2) องค์ประกอบที่ใช้วัดการเปลี่ยนแปลงทางด้านเทคโนโลยี (Technical Change: T_i) ดังนี้

$$M_i(y^{t+1}, x^{t+1}, y^t, x^t) = \frac{D_i^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_i^t(y^t, x^t)} * \left[\frac{D_i^t(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_i^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})} \frac{D_i^t(y^t, x^t)}{D_i^{t+1}(y^t, x^t)} \right]^{1/2} \quad (46)$$

$$= E_i * T_i$$

สำหรับการตีความค่าดัชนี Malmquist สามารถพิจารณาแยกตามองค์ประกอบได้ดังนี้

(1) พิจารณาพจน์ $\frac{D_i^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_i^t(y^t, x^t)} = E_i$ สำหรับการวัดการเปลี่ยนแปลงทางด้านประสิทธิภาพเชิงเทคนิค

ของ DMU หน่วยที่กำลังพิจารณา กล่าวคือ

ถ้า $E_i < 1$ หมายถึง ประสิทธิภาพเชิงเทคนิค ของ DMU ดังกล่าวมีการปรับตัวสูงขึ้น

ถ้า $E_i > 1$ หมายถึง ประสิทธิภาพเชิงเทคนิค ของ DMU ดังกล่าวมีการปรับตัวลดลง

ถ้า $E_i = 1$ หมายถึง ไม่มีการเปลี่ยนแปลงในประสิทธิภาพเชิงเทคนิค ของ DMU ดังกล่าว

(2) พิจารณาพจน์ $\left[\frac{D_i^t(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_i^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})} \frac{D_i^t(y^t, x^t)}{D_i^{t+1}(y^t, x^t)} \right]^{1/2} = T_i$ สำหรับการวัดการเปลี่ยนแปลงทางด้าน

เทคโนโลยี (การเคลื่อนที่ของเส้นขอบเขตประสิทธิภาพ) ของ DMU หน่วยที่กำลังพิจารณา กล่าวคือ

ถ้า $T_i < 1$ หมายถึง การเปลี่ยนแปลงทางด้านเทคโนโลยีมีการปรับตัวที่ดีขึ้น

ถ้า $T_i > 1$ หมายถึง การเปลี่ยนแปลงทางด้านเทคโนโลยีมีการปรับตัวที่ลดลง

ถ้า $T_i = 1$ หมายถึง ไม่มีการเปลี่ยนแปลงทางด้านเทคโนโลยี

(3) พิจารณาดัชนี Malmquist (M_i) ซึ่งสะท้อนให้เห็นถึง การเปลี่ยนแปลงทางด้านของผลิตภาพในการผลิต (Productivity) กล่าวคือ

ถ้า $M_i < 1$ หมายถึง ผลิตภาพในการผลิตมีการปรับตัวดีขึ้น

ถ้า $M_i > 1$ หมายถึง ผลิตภาพในการผลิตมีการปรับตัวลดลง

ถ้า $M_i = 1$ หมายถึง ไม่มีการเปลี่ยนแปลงทางด้านผลิตภาพในการผลิต

สำหรับการคำนวณดัชนี Malmquist ทางด้านผลผลิตสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (45) เช่นเดียวกัน แต่การคำนวณในกรณีนี้จะใช้ฟังก์ชันระยะทางสำหรับผลผลิต (Output Distance Function) ซึ่งมีนิยามดังต่อไปนี้

จากเซตของเทคโนโลยีการผลิตที่เป็นไปได้ในช่วงเวลา t หรือ $S^t = \{(y^t, x^t) : x^t \text{ ใช้ในการผลิต } y^t\}$

ดังนั้น เซตของผลผลิต (Output Set) ที่สอดคล้องกับระดับเทคโนโลยี ($P^t(x^t)$) ดังกล่าวจะถูกกำหนดโดย

$$P^t(x^t) = \{y^t : (y^t, x^t) \in S^t\}, x^t \in R_+^N \quad (47)$$

ในกรณีนี้ฟังก์ชันระยะทางสำหรับผลผลิต (Shephard, 1970) จะอยู่ในรูป

$$D_0^t(y^t, x^t) = \min_{\theta} \left\{ \theta : \left(\frac{y^t}{\theta} \right) \in P^t(x^t) \right\} \quad (48)$$

/ 77

จากสมการที่ (48) ถ้ากำหนดให้ฟังก์ชัน $F_0^t(y^t, x^t)$ คือ ค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านผลผลิตภายใต้แนวคิดของ Farrell ณ ช่วงเวลา t ดังนั้น

$$D_0^t(y^t, x^t) = F_0^t(y^t, x^t) \quad (49)$$

กล่าวคือ ฟังก์ชันระยะทางสำหรับผลผลิตจะมีค่าเท่ากับค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านผลผลิต นั่นเอง เช่นเดียวกับการนิยามของการคำนวณทางด้านปัจจัยการผลิต ดัชนี Malmquist ทางด้านผลผลิต (โดยใช้ขอบเขตประสิทธิภาพ ณ เวลา t เป็นจุดอ้างอิง) สามารถคำนวณได้จาก

$$M_0^t(y^{t+1}, x^{t+1}, y^t, x^t) = \frac{D_0^t(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_0^t(y^t, x^t)} \quad (50)$$

หรือ ในกรณีที่กำหนดให้ขอบเขตประสิทธิภาพ ณ เวลา $t+1$ เป็นจุดอ้างอิง

$$M_0^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1}, y^t, x^t) = \frac{D_0^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_0^{t+1}(y^t, x^t)} \quad (51)$$

นอกจากนี้ จากการหาค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของสมการที่ (50) และ (51) เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาการเลือกจุดอ้างอิงที่เหมาะสม ผลที่ได้รับคือ

$$M_0(y^{t+1}, x^{t+1}, y^t, x^t) = \left[\frac{D_0^t(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_0^t(y^t, x^t)} * \frac{D_0^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_0^{t+1}(y^t, x^t)} \right]^{1/2} \quad (52)$$

และจากการแยกองค์ประกอบของสมการที่ (52) ภายใต้แนวคิดของ Fare et.al. (1994) จะได้ผลลัพธ์ของดัชนี Malmquist ทางด้านผลผลิตที่ใช้ในกรณีทั่วไป คือ

$$\begin{aligned} M_0(y^{t+1}, x^{t+1}, y^t, x^t) &= \frac{D_0^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_0^t(y^t, x^t)} * \left[\frac{D_0^t(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_0^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})} \frac{D_0^t(y^t, x^t)}{D_0^{t+1}(y^t, x^t)} \right]^{1/2} \\ &= E_0 * T_0 \end{aligned} \quad (53)$$

โดยที่ E_0 และ T_0 คือ การเปลี่ยนแปลงประสิทธิภาพเชิงเทคนิค และการเปลี่ยนแปลงทางด้านเทคโนโลยี ตามลำดับ อย่างไรก็ตาม เนื่องจากสมการที่ (49) การตีความหมายของดัชนี Malmquist ทางด้านผลผลิตจะมีลักษณะ ตรงข้ามกับกรณีของการคำนวณทางด้านปัจจัยการผลิต ดังนี้

ถ้า E_0, T_0 และ $M_0 < 1$ หมายถึง ประสิทธิภาพเชิงเทคนิค, ประสิทธิภาพทางด้านเทคโนโลยี และผลิตภาพ ของ DMU มีการปรับตัวลดลงในช่วงเวลาที่ทำการศึกษา

ถ้า E_0, T_0 และ $M_0 > 1$ หมายถึง ประสิทธิภาพเชิงเทคนิค, ประสิทธิภาพทางด้านเทคโนโลยี และผลิตภาพ ของ DMU มีการปรับตัวดีขึ้นในช่วงเวลาที่ทำการศึกษา และ

ถ้า E_0, T_0 และ $M_0 = 1$ หมายถึง ประสิทธิภาพเชิงเทคนิค, ประสิทธิภาพทางด้านเทคโนโลยี และผลิตภาพ ของ DMU ไม่มีการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาที่ทำการศึกษา

6. จุดอ่อน และจุดแข็งของแบบจำลอง DEA

แบบจำลอง DEA ถือเป็นอีกหนทางเลือกในการวัดประสิทธิภาพขององค์กร ในปัจจุบันมีงานวิจัยหลายชิ้นที่มีการ ประยุกต์ใช้แบบจำลอง DEA เป็นเครื่องมือหลักในการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพ อาทิ Belton and Vickers (1993) ได้ประยุกต์ใช้แบบจำลอง DEA ในการวัดประสิทธิภาพของธนาคารในประเทศแถบสแกนดิเนเวีย Ntantos and Karpouzios (2010) ประยุกต์ใช้แบบจำลอง DEA ในการวัดประสิทธิภาพของระบบชลประทานในประเทศกรีซ ฯลฯ นอกจากนี้ยังได้มีการพัฒนาแบบจำลอง DEA ในรูปแบบต่างๆ อาทิ แบบจำลอง FDH (Free Disposal Hull) ซึ่งถูก ประยุกต์ใช้ในงานวิจัยของ Deprins et al.(1984) แบบจำลอง Petersen (Petersen, 1990) ซึ่งยกเลิกเงื่อนไขในเรื่อง ของความโค้งนูน (Convexity Assumption) ของขอบเขตประสิทธิภาพ ฯลฯ

การที่แบบจำลอง DEA ได้รับความนิยม เป็นผลมาจากลักษณะเด่นของแบบจำลอง DEA (Charnes et al., 1994) ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- แบบจำลอง DEA สามารถคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพที่เฉพาะเจาะจงสำหรับ DMU แต่ละหน่วย แม้ว่า ลักษณะของ DMU หน่วยดังกล่าวจะถูกกำหนดโดย จำนวนหรือประเภทของปัจจัยการผลิต และผลผลิตที่มีความหลากหลาย หรือมีความแตกต่างกันในเรื่องของหน่วยการวัด
- ผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลอง DEA (ทั้งค่าคะแนนประสิทธิภาพ ค่า Slacks ฯลฯ) มีประโยชน์ในแง่ของการ ปรับปรุงการดำเนินงานของ DMU แต่ละหน่วย
- เนื่องจากวิธีการของ DEA เป็นวิธีการประมาณค่าที่ไม่อิงพารามิเตอร์ (Nonparametric Method) ดังนั้นจึง ไม่มีการกำหนดข้อจำกัดในเรื่องของรูปแบบฟังก์ชันการผลิต ที่เหมาะสมสำหรับข้อมูล
- วิธีการวัดประสิทธิภาพของแบบจำลอง DEA เป็นการเปรียบเทียบการดำเนินงานของ DMU แต่ละหน่วย กับเส้นขอบเขตประสิทธิภาพที่ดีที่สุด (Best—Practice Frontier) ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะสะท้อนให้เห็นถึงที่มาของความไร้ ประสิทธิภาพ (Sources of Inefficiency) ของ DMU ที่ไม่ได้มีการดำเนินงานอยู่บนเส้นขอบเขตประสิทธิภาพดังกล่าว

อย่างไรก็ตาม ในทางกลับกันแบบจำลอง DEA (โดยเฉพาะอย่างยิ่งแบบจำลองดั้งเดิม เช่น BCC หรือ CCR) ยังมี จุดด้อยอยู่หลายประการ ซึ่งถือเป็นข้อควรระวังสำหรับนักวิจัยในการที่จะเลือกใช้วิธีการดังกล่าวเป็นเครื่องมือหลักในการ วัดประสิทธิภาพของ DMU ข้อจำกัดของแบบจำลอง DEA สามารถสรุปได้ดังนี้

- หน้าที่หลักของแบบจำลอง DEA คือการกำหนดขอบเขตประสิทธิภาพที่ดีที่สุด (Efficiency Frontier) จากข้อมูล ของ DMU ทั้งหมดทั้งในด้านของปัจจัยการผลิต และผลผลิต ดังนั้นหากเกิดความคลาดเคลื่อนในมูลค่าของตัวแปรเหล่านี้ (Measurement Errors) จะส่งผลให้ผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลอง DEA มีความคลาดเคลื่อนตามไปด้วย
- แบบจำลอง DEA ใช้วิธีการประมาณค่าแบบไม่อิงพารามิเตอร์ (Non—Parametric Method) จึงไม่เอื้ออำนวย ต่อการอ้างอิงเชิงสถิติ (Statistical Inferences) อาทิ การทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis Testing) และ การคำนวณ ช่วงแห่งความเชื่อมั่น (Confidence Interval)

- ค่าคะแนนประสิทธิภาพที่ได้รับจาก แบบจำลอง DEA จะไม่สะท้อนให้เห็นถึงการวัดประสิทธิภาพที่แท้จริง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ DMU มีการดำเนินงานในกิจกรรมที่หลากหลาย หรือ ในกรณีที่ DMU มีการดำเนินงานในด้านต่างๆ ที่แตกต่างกัน ยกตัวอย่างเช่น กรณีของการวัดประสิทธิภาพของสาขาของธนาคาร ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับการขายบริการทางการเงิน (Sales Efficiency) โดยไม่แยกกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับการให้บริการทั่วไป (Service Efficiency) ซึ่งเป็นไปได้ที่ว่า ธนาคารสาขา (DMU) หน่วยดังกล่าวอาจจะมีประสิทธิภาพในการขายบริการทางการเงิน แต่ไม่มีประสิทธิภาพในเรื่องของการให้บริการทั่วไป ดังนั้นการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพโดยรวมเอามิติของกิจกรรมที่หลากหลายเข้าไว้ด้วยกัน อาจจะทำให้ผลลัพธ์ที่ไม่สอดคล้องกับประสิทธิภาพที่แท้จริง

- ในประการสุดท้าย ค่าคะแนนประสิทธิภาพที่คำนวณได้จากแบบจำลอง DEA มีลักษณะเป็นการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพโดยเปรียบเทียบ (Relative Efficiency) ซึ่งการตีความหมายค่าคะแนนดังกล่าวจะมีความแตกต่างจากกรณีของค่าคะแนนประสิทธิภาพโดยสมบูรณ์ (Absolute Efficiency) ซึ่งส่งผลให้ การเรียงลำดับว่า DMU ในกลุ่มที่มีประสิทธิภาพ (เมื่อคะแนน = 1 ทั้งหมด) หน่วยใดจะมีประสิทธิภาพที่สูงกว่า ไม่สามารถกระทำได้นอกจากนี้ ยังมีข้อบกพร่องที่สืบเนื่องจากการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพโดยเปรียบเทียบ อีกประการหนึ่ง คือ ขอบเขตประสิทธิภาพ (Efficiency Frontier) ที่คำนวณขึ้น ด้วยวิธีการของ DEA โดยใช้ข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง เป็นเพียงขอบเขตประสิทธิภาพโดยเปรียบเทียบ ซึ่งไม่สามารถสะท้อนให้เห็นถึงระดับของความด้อยประสิทธิภาพที่แท้จริงของ DMU โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อการเปรียบเทียบเกิดขึ้นในอุตสาหกรรมที่มีการตั้งมาตรฐานในการผลิต กล่าวคือ DMU หน่วยที่มีประสิทธิภาพ (เมื่อค่าคะแนน = 1) ในความเป็นจริงอาจจะยังด้อยประสิทธิภาพเมื่อเปรียบเทียบกับมาตรฐานของอุตสาหกรรมโดยรวมก็เป็นได้

7. วิวัฒนาการของแบบจำลอง DEA ในช่วง 30 ปีที่ผ่านมา

การพัฒนาแบบจำลอง DEA ในช่วง 30 ปีที่ผ่านมา ได้มีนักวิจัยหลายท่านได้พยายามแก้ไขข้อจำกัดที่หลากหลายของแบบจำลอง (ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในส่วนที่ 6) แต่ผลงานที่สำคัญ ซึ่งถือเป็นวิวัฒนาการของแบบจำลอง DEA ในยุคปัจจุบัน ประกอบด้วยงานวิจัยในแง่มุมต่างๆ ดังต่อไปนี้

7.1 การพัฒนาตัวแบบจำลอง DEA

หลังจากที่ Farrell (1957) ได้ให้นิยามของคำว่าประสิทธิภาพ และแนวทางการวัดประสิทธิภาพโดยแนวทางการวิเคราะห์กิจกรรมของหน่วยผลิต (Activity Analysis Approach) ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อการสร้างดัชนีเดียว (Single Index) ที่ใช้วัดประสิทธิภาพของหน่วยผลิตในกรณีที่หน่วยผลิตทำการผลิตสินค้าหลายชนิด โดยใช้ปัจจัยการผลิตหลายชนิด อย่างไรก็ตามตัวอย่างของ Farrell (1957) ยังคงจำกัดอยู่ในกรณีที่หน่วยผลิตมีผลผลิตเพียงชนิดเดียวซึ่งยังคงไม่ตอบโจทย์ของการสร้างดัชนีที่รวมเอาปัจจัยการผลิต และผลผลิตทุกประเภทในการวัดประสิทธิภาพ ในอีกประมาณ 20 ปีต่อมา Charnes et al. (1978) ได้ทำการพัฒนาวิธีการของ DEA ขึ้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว โดยมีแนวคิดอยู่ที่การกำหนดสิ่งที่เรียกว่า “ขอบเขตประสิทธิภาพ (Efficiency Frontier)” ซึ่งสร้างขึ้นจากประพจน์กรรมของหน่วยผลิตที่มีประสิทธิภาพสูงสุด และใช้ขอบเขตดังกล่าวเป็นจุดอ้างอิงในการวัดค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิตและผลผลิตสำหรับ DMU หน่วยอื่นๆ โดย ณ จุดเริ่มต้น Charnes et al. (1978) ได้นำเสนอแบบจำลอง CCR ที่สามารถคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพทั้งทางด้านปัจจัยการผลิต และผลผลิตภายใต้เงื่อนไขของผลได้ต่อขนาดคงที่ (Constant Returns to Scale) ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในส่วนที่ 4.1

ต่อมาแบบจำลอง CCR ได้ถูกพัฒนาขึ้นไปอีกระดับหนึ่งโดย Banker et al. (1984) เพื่อใช้วัดค่าคะแนนประสิทธิภาพในกรณีที่ DMU มีขนาดของการผลิตที่ไม่เหมาะสม หรือมีลักษณะของการผลิตแบบผลได้ต่อขนาดแปรผัน (Variable Returns to Scale) ซึ่งแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น มีชื่อเรียกว่า แบบจำลอง BCC ซึ่งเป็นแบบจำลองที่มีประโยชน์ไม่เพียงแต่การวัดค่าคะแนนประสิทธิภาพ แต่ยังสามารถตรวจสอบว่า DMU ที่กำลังพิจารณามีขนาดการผลิตที่เหมาะสม

หรือไม่ นอกจากนี้ ถ้า DMU มีขนาดการผลิตที่ไม่เหมาะสม แบบจำลอง BCC ยังสามารถตรวจสอบได้ว่า DMU ทำการผลิตอยู่ในช่วงของผลได้ต่อขนาดเพิ่มขึ้น หรือลดลง ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในส่วนที่ 4.2

การพัฒนาของแบบจำลอง DEA ในช่วงเวลาต่อมาได้ให้ความสนใจเกี่ยวกับการรวมเอาแนวทางการวัดค่าคะแนนประสิทธิภาพทางด้านปัจจัยการผลิต และผลผลิตเข้าไว้ด้วยกันในแบบจำลองเดียว (Non-radial Model) โดยแบบจำลองดังกล่าวมีชื่อเรียกว่า แบบจำลอง Additive ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นโดย Charnes et al. (1985b) สำหรับรูปแบบที่ง่ายที่สุดของแบบจำลอง Additive คือ

$$P_0 = \max \sum_i s_i^- + \sum_k s_k^+ \quad (54.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_j \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{ij0}, i = 1, \dots, I \quad (54.2)$$

$$\sum_j \lambda_j y_{kj} + s_k^+ = y_{kj0}, k = 1, \dots, K \quad (54.3)$$

$$\sum_j \lambda_j = 1 \quad (54.4)$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_k^+ \geq 0, \forall j, i, k \quad (54.5)$$

เงื่อนไข Convexity ตามสมการที่ (54.4) แสดงให้เห็นว่าแบบจำลอง Additive อยู่ภายใต้ของเงื่อนไขผลได้ต่อขนาดแปรผัน ดังนั้น ขอบเขตประสิทธิภาพที่สร้างขึ้นโดยแบบจำลอง Additive จะมีลักษณะเช่นเดียวกับแบบจำลอง BBC ในสมการที่ (22.1)-(22.5) แต่สิ่งที่เพิ่มข้อได้เปรียบของแบบจำลอง Additive อยู่คือการคำนวณฟังก์ชันระยะทางแบบ Manhattan¹⁹ ดังนั้นการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพจึงไม่ต้องการแบ่งแยกว่าเป็นการคำนวณทางด้านปัจจัยการผลิต หรือผลผลิต อย่างไรก็ตาม ข้อบกพร่องของแบบจำลอง Additive อยู่ที่ยังสมการวัตถุประสงค์ที่ (54.1) ซึ่งเป็นการรวมเอาค่า Slacks ทางด้านผลผลิต และปัจจัยการผลิตเข้าด้วยกันโดยตรง ซึ่งในทางปฏิบัติไม่สามารถทำได้ เนื่องจากหน่วยวัดของปัจจัยการผลิต และผลผลิตมีความแตกต่างกัน หรือ Non-Commensurate Units (Russell, 1988)

ดังนั้น เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว Charnes et al. (1985b) เสนอให้มีการใช้ตัวแปร Q_0 แทนที่ตัวแปร P_0 ในสมการที่ (54.1) โดยที่

$$Q_0 = \delta (\sum_i s_i^- / x_{ij0} + \sum_k s_k^+ / y_{kj0}) \quad (55)$$

และมูลค่าของ δ ที่เหมาะสมคือ $\frac{1}{(I+K)}$ ซึ่งจะเห็นได้ว่าการหาร และ s_i^- ด้วยค่า s_k^+ และ x_{ij0} ตามลำดับ มีวัตถุประสงค์เพื่อให้หน่วยการวัดของผลผลิต และปัจจัยการผลิตสามารถเปรียบเทียบกันได้ (Commensurate Unit) นอกจากนี้ เพื่อให้ค่าคะแนนประสิทธิภาพที่คำนวณได้มีลักษณะเช่นเดียวกับค่าคะแนนประสิทธิภาพที่ได้จากแบบจำลอง CCR และ BCC Sueyoshi (1990) เสนอแนะให้ใช้ค่าของ $1 - Q_0$ เป็นค่าคะแนนประสิทธิภาพที่ได้จากแบบจำลอง Additive อย่างไรก็ตาม Chang และ Sueyoshi (1991) ได้ทำการพิสูจน์ว่า เงื่อนไข $0 \leq 1 - Q_0 \leq 1$ อาจจะไม่เป็นจริงในบางกรณี นอกจากนี้ยังพบว่าในบางครั้งค่าของ $1 - Q_0 \leq 0$ อีกด้วย

¹⁹ ฟังก์ชันระยะทางแบบ Manhattan ระหว่างจุด 2 จุดใดๆ คือ ฟังก์ชันระยะห่างในรูปของตาราง (Grid-Like Path) ที่คำนวณขึ้นจากผลต่างของจุดในระนาบที่สอดคล้องกัน 2 จุดใดๆ โดยมีวิธีการคำนวณ ดังนี้

กำหนดให้ x และ y คือจุดในระนาบ n มิติ ซึ่งแสดงด้วยพิกัด $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ และ $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ดังนั้น ระยะทางแบบ Manhattan สามารถคำนวณได้จาก $d = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$

เพื่อที่จะแก้ปัญหาของสมการวัตถุประสงค์ที่ (55) Green et al. (1997) เสนอแนะให้ทำการเปลี่ยนแปลงฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ให้อยู่ในรูป

$$R_0 = \frac{1}{K+K} [\sum_i s_i^- / x_{ij0} + \sum_k s_k^+ / (y_{kj0} + s_k^+)] \quad (56)$$

/ 81

โดยที่ค่าคะแนนประสิทธิภาพสามารถคำนวณได้จากการหาค่าสูงสุดของสมการที่ (56) หรือ $\max R_0$ ภายใต้ข้อจำกัดของสมการที่ (54.2)-(54.5) ข้อได้เปรียบของสมการที่ (56) คือ ค่าคะแนนประสิทธิภาพ (R_0) ที่คำนวณได้จะมีค่าอยู่ในช่วง $[0, 1]$ แต่ต้องแลกเปลี่ยนกับการคำนวณที่ยุ่งยาก เนื่องจาก ฟังก์ชันในสมการที่ (56) ไม่ใช่สมการเชิงเส้น

ต่อมา Tone (2001) ได้นำเสนอแบบจำลอง Slacks—Based Measure (SBM) โดยได้ทำการเปลี่ยนแปลงฟังก์ชันวัตถุประสงค์ให้อยู่ในรูปของ

$$p = \frac{1 - \frac{1}{I} \sum_i s_i^- x_{ij0}}{1 + \frac{1}{K} \sum_k s_k^+ / y_{kj0}} \quad (57)$$

โดยค่าคะแนนประสิทธิภาพในกรณีนี้สามารถคำนวณหาได้จากการหาค่าต่ำสุดของสมการที่ (57) หรือ $\min p$ ภายใต้ข้อจำกัดของสมการที่ (54.2)-(54.5) แบบจำลอง SBM มีข้อได้เปรียบหลายประการ กล่าวคือ

- หน่วยการวัดค่า slacks ไม่มีผลกระทบต่อมูลค่าของฟังก์ชัน p
- ฟังก์ชัน p ยังมีลักษณะเพิ่มขึ้นตลอดช่วง เมื่อค่า slacks (s_i^- และ s_k^+) มีค่าเพิ่มขึ้น (Monotonic Increasing Function in s_i^- and s_k^+)
- ค่าคะแนนประสิทธิภาพ (p) ที่คำนวณได้จะมีค่าอยู่ในช่วง $[0, 1]$

นอกจากนี้ยังมีแบบจำลองอื่นๆ อาทิ แบบจำลอง Russell Measure ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นโดย Fare และ Lovell (1978) และถูกพัฒนาเพิ่มขึ้นโดย Paster et al. (1999) ซึ่งแบบจำลองอยู่ในรูปของ

$$R_0 = \min [\sum_i (\theta_i / I) / \sum_k (\varphi_k / K)] \quad (58.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$\sum_j \lambda_j x_{ij} \leq \theta_i x_{ij0}, i = 1, 2, \dots, I \quad (58.2)$$

$$\sum_j \lambda_j y_{kj} \leq \varphi_k y_{kj0}, k = 1, 2, \dots, K \quad (58.3)$$

$$\sum_j \lambda_j = 1 \quad (58.4)$$

$$\lambda_j \geq 0, 0 \leq \theta_i \leq 1, \varphi_k \geq 1, \forall i, j, k \quad (58.5)$$

ซึ่งได้มีการพิสูจน์ใน Cooper et al. (2006) ว่าผลลัพธ์ที่ได้มีลักษณะเช่นเดียวกันกับแบบจำลอง SBM ของ Tone (2001)

7.2 การเรียงลำดับ DMU ด้วยค่าคะแนนประสิทธิภาพไขว้ (CROSS EFFICIENCY)

นอกเหนือจากการพัฒนาตัวแบบจำลองในแง่มุมต่างตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น ประเด็นต่อมาที่มีการพัฒนาในแบบจำลอง DEA เกิดจากการความต้องการในการเรียงลำดับ DMU ที่มีค่าคะแนนประสิทธิภาพเท่ากัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกลุ่ม DMU ที่ทำการผลิตอยู่บนขอบเขตประสิทธิภาพ วิธีการหนึ่งที่ยอมรับใช้กัน คือการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพไขว้ (Cross Efficiency) ซึ่งเป็นวิธีการที่พัฒนาขึ้นครั้งแรกโดย Sexton et al. (1986) และถูกตรวจสอบอีกครั้งในงานวิจัยของ Doyle และ Green (1994) โดยทั่วไปการคำนวณค่าประสิทธิภาพไขว้ จะมีขั้นตอนการคำนวณ 2 ขั้นตอน ดังนี้

1) การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพจากแบบจำลอง DEA ทั่วไป เช่น แบบจำลอง BCC หรือ CCR พร้อมทั้งคำนวณหาค่าถ่วงน้ำหนักของปัจจัยการผลิต และผลผลิตที่เหมาะสม เช่น พิจารณา DMU_d ดังนั้น ค่าคะแนนประสิทธิภาพของ DMU หน่วยดังกล่าว ภายใต้แบบจำลอง CCR สามารถคำนวณได้จาก

$$E_{dd}^* = \max \frac{\sum_{k=1}^K w_{kd} y_{kd}}{\sum_{i=1}^I v_{id} x_{id}} \quad (59.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$E_{dj} = \frac{\sum_{k=1}^K w_{kd} y_{kj}}{\sum_{i=1}^I v_{id} x_{ij}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n \quad (59.2)$$

$$w_{kd} \geq 0, k = 1, 2, \dots, K \quad (59.3)$$

$$v_{id} \geq 0, i = 1, 2, \dots, I \quad (59.4)$$

โดยที่ v_{id} และ w_{kd} คือค่าถ่วงน้ำหนักทางด้านปัจจัยการผลิตและผลผลิต ของ DMU_d ตามลำดับ

2) ทำการคำนวณประสิทธิภาพไขว้ระหว่าง DMU_j และ DMU_d จาก

$$E_{dj} = \frac{\sum_{k=1}^K w_{kd}^* y_{kj}}{\sum_{i=1}^I v_{id}^* x_{ij}} \quad (59.5)$$

โดยที่ v_{id}^* และ w_{kd}^* คือค่าถ่วงน้ำหนักทางด้านปัจจัยการผลิต และผลผลิตที่ได้จากขั้นตอนแรก จากนั้นทำการหาค่าเฉลี่ยตลอด DMU จะได้ผลลัพธ์คือค่าคะแนนประสิทธิภาพไขว้ (Cross Efficiency) สำหรับ DMU_j ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\bar{E}_j = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n E_{dj} \quad (59.6)$$

3) สำหรับ DMU_k และ DMU_j ใดๆ ที่มีค่าคะแนนประสิทธิภาพเท่ากัน ถ้าพบว่า $\bar{E}_j > \bar{E}_k$ แสดงว่า DMU_j มีประสิทธิภาพสูงกว่า DMU_k

7.3 การตรวจสอบคุณสมบัติคงที่ (INVARIANT PROPERTIES) ของแบบจำลอง DEA

ประเด็นสำคัญอีกประการหนึ่งที่ได้มีการกล่าวถึงในงานวิจัย อาทิ Ali และ Seiford (1990), Pastor (1996) และ Cooper et al. (2006) คือการตรวจสอบถึงการเปลี่ยนแปลงของค่าคะแนนประสิทธิภาพในแบบจำลอง DEA เมื่อมีการแปลงข้อมูลปัจจัยการผลิต หรือผลผลิตใน 2 ลักษณะที่พบบ่อยครั้งในการทำงานวิจัยเชิงประจักษ์ ซึ่งได้แก่

1) การแปลงหน่วยของข้อมูลปัจจัยการผลิต และผลผลิต (Scaling) จาก x_{ij} หรือ y_{kj} เป็น αx_{ij} หรือ αy_{kj} ตามลำดับ โดยที่ α คือ ค่าพารามิเตอร์ในการแปลงหน่วย (Scaling Multiplier) เช่น การแปลงข้อมูลในหน่วยของบาท เป็นพันล้านบาท ฯลฯ

2) การแปลงค่าของข้อมูลปัจจัยการผลิต และผลผลิต (Translation) โดยการบวกเพิ่มค่าคงที่ใดๆ เข้ากับข้อมูล เพื่อให้ข้อมูลปัจจัยการผลิต หรือผลผลิตมีค่าเป็นบวก เช่น จาก x_{ij} หรือ y_{kj} เป็น $\alpha + x_{ij}$ หรือ $\alpha + y_{kj}$ ซึ่งมักพบบ่อยครั้งในงานวิจัยที่ใช้ตัวแปรกำไรเป็นผลผลิตสำหรับ DMU ซึ่งบ่อยครั้งพบว่าบาง DMU มีค่ากำไรเป็นลบ ดังนั้นการแปลงรูปโดยบวกเพิ่มค่าคงที่จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อให้ตัวแปรกำไรมีค่าเป็นบวก

ในกรณีที่มีการแปลงหน่วยของข้อมูล (Scaling) ไม่มีผลกระทบต่อการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพของแบบจำลอง แสดงว่าแบบจำลองดังกล่าวมีคุณสมบัติคงที่ต่อการแปลงหน่วย (Units Invariance) ขณะที่ ถ้าค่าคะแนนประสิทธิภาพไม่มีผลกระทบต่อ การบวกเพิ่มค่าคงที่ใดๆ กับข้อมูลของปัจจัยการผลิต และผลผลิต (Translation) แสดงว่าแบบจำลองดังกล่าวมีคุณสมบัติคงที่ต่อการบวกเพิ่มค่าคงที่ (Translation Invariance) ซึ่งผลการตรวจสอบโดย Cooper et al. (2006) แสดงในตารางที่ 2 ต่อไปนี้

ตารางที่ 2: คุณสมบัติคงที่ (Invariant Properties) ของแบบจำลอง DEA รูปแบบต่างๆ

แบบจำลอง		CCR - I	CCR - O	BCC - I	BCC - O	ADD	SBM
Translation Invariance	x	No	No	No	Yes	Yes ²	No
	$-y$	No	No	Yes	No	Yes ²	No
Unit Invariance		Yes	Yes	Yes	Yes	No	Yes
θ^*		[0, 1]	[0, 1]	[0, 1]	[0, 1]	No	[0, 1]
ผลได้ต่อขนาด		CRS	CRS	VRS	VRS	CRS/VRS ³	CRS/VRS ³

ที่มา: 1. สรุปจาก Cooper et al. (2006)

2. แบบจำลอง Additive จะมีคุณสมบัติ Translation Invariance ในกรณีที่ไม่มีเงื่อนไข Convexity ตามสมการที่ (54.4) ในแบบจำลองเท่านั้น

3. CRS/VRS หมายถึง ผลได้ต่อขนาดคงที่ หรือผลได้ต่อขนาดไม่เปลี่ยน ซึ่งขึ้นอยู่กับเงื่อนไข Convexity ในแบบจำลองหรือไม่

7.4 ข้อมูลอนุกรมเวลา และการวัดประสิทธิภาพ

ในหลายผลงานวิจัยได้มีความพยายามที่จะใช้แบบจำลอง DEA ในการวัดระดับของการเปลี่ยนแปลงประสิทธิภาพของ DMU ในช่วงเวลาต่างๆ ประกอบกับ การคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพโดยใช้ข้อมูลภาคตัดขวางในแต่ละช่วงเวลาไม่ได้สะท้อนให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงประสิทธิภาพของ DMU เนื่องจาก ขอบเขตประสิทธิภาพที่ใช้เป็นจุดอ้างอิงในต่างช่วงเวลาจะถูกสร้างขึ้นจากข้อมูลของ DMU ที่แตกต่างกัน ดังนั้นการวัดการเปลี่ยนแปลงของประสิทธิภาพจึงเป็นเป้าหมายสำคัญของงานวิจัยในแง่มุมนี้

สำหรับงานวิจัยที่ถือเป็นวิวัฒนาการของการประยุกต์ใช้ข้อมูลอนุกรมเวลากับระเบียบวิธีการ DEA ประกอบด้วย เทคนิคการวิเคราะห์หน้าต่าง DEA (DEA Window Analysis) ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นโดย Charnes et al. (1985a) ใช้หลักการของค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average) และการนำแนวคิดที่ว่าข้อมูลของ DMU ที่ต่างช่วงเวลากันถือว่าเป็น DMU คนละหน่วยกัน ดังนั้นค่าคะแนนประสิทธิภาพจึงถูกคำนวณขึ้น ไม่เพียงแต่จากการเปรียบเทียบระหว่าง DMU ในกลุ่มข้อมูลแต่ละจะต้องมีการเปรียบเทียบระหว่าง DMU หน่วยเดียวกันในแต่ละช่วงเวลาด้วย ดังนั้นวิธีการของ Window DEA

จะทำให้ผู้วิเคราะห์มองเห็นภาพของควมมีเสถียรภาพ และแนวโน้มการเปลี่ยนแปลง (Stability and Trend) ของระดับประสิทธิภาพของ DMU ที่กำลังพิจารณา

สำหรับงานวิจัยชิ้นที่สองซึ่งถือว่ามีความสำคัญไม่แพ้กัน คือ การพัฒนาดัชนี Malmquist ซึ่งถูกคิดค้นเป็นครั้งแรกโดย Malmquist (1953) และถูกพัฒนาควบคู่ไปกับแบบจำลอง DEA โดย Fare et al. (1994a) โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อการสร้างดัชนีที่ใช้วัดอัตราการเปลี่ยนแปลงของผลิตภาพสำหรับ DMU ในช่วงเวลาต่างๆ โดยตัวดัชนี Malmquist สามารถแยกองค์ประกอบออกเป็น 2 ส่วนสำหรับการวัดประสิทธิภาพเชิงเทคนิค และการเปลี่ยนแปลงทางด้านเทคโนโลยี (สำหรับรายละเอียดของวิธีการ Window DEA และ ดัชนี Malmquist ได้กล่าวถึงแล้วในส่วนที่ 5.3.1 และ 5.3.2)

7.5 แบบจำลอง DEA และการพัฒนาในแง่มุมอื่นๆ

การพัฒนาแบบจำลอง DEA ในแง่มุมอื่นๆ ยังมีอีกหลากหลายประเด็น อาทิ การใช้แบบจำลอง DEA เพื่อวัดประสิทธิภาพของ DMU ในกรณีที่ปัจจัยการผลิต และผลผลิตเป็นตัวแปรจำแนกประเภทในงานวิจัยของ Banker และ Morey (1986) ซึ่งได้กล่าวถึงรายละเอียดแล้วในส่วนที่ 5.2 ซึ่งในงานวิจัยชิ้นเดียวกันได้ใช้แบบจำลองดังกล่าวในการวัดค่าคะแนนประสิทธิภาพของร้านค้าปลีกในกรณีที่ระดับของการแข่งขันในแต่ละพื้นที่มีความแตกต่างกัน โดยการเพิ่มตัวแปรหุ่น (Dummy) ลงในแบบจำลอง เพื่อแยกประเภทของ DMU ในแต่ละกลุ่มตามระดับของการแข่งขัน โดยการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพในกรณีนี้จะทำการเปรียบเทียบ DMU ในกลุ่มที่มีระดับการแข่งขันที่เท่ากัน หรือมีข้อได้เปรียบที่น้อยกว่าเท่านั้น ทั้งนี้ Banker และ Morey (1986) ให้ความเห็นว่า การวัดประสิทธิภาพโดยรวมเอา DMU ซึ่งอยู่ภายใต้การแข่งขันที่รุนแรง เข้าไว้กับกลุ่ม DMU ที่อยู่ภายใต้ภาวะการแข่งขันที่น้อยกว่า จะเกิดความไม่เป็นธรรมในการวัดประสิทธิภาพของ DMU เหล่านี้

การพัฒนาแบบจำลอง DEA ในกรณีที่ตัวแปรปัจจัยการผลิต หรือผลผลิตที่อยู่นอกเหนือการควบคุม (Banker และ Morey, 1986a) ตามที่ได้กล่าวไปแล้วในส่วนที่ 5.1 หรือในกรณีงานวิจัยของ Scheel (2001), Seiford and Zhu (2002) หรือ Fare and Grosskopf (2004) ซึ่งมีการประยุกต์ใช้แบบจำลอง DEA ในกรณีที่ตัวแปรปัจจัยการผลิต หรือผลผลิตเป็นตัวแปรที่ไม่พึงปรารถนา (Undesirable Factors) ยกตัวอย่างเช่น การวัดประสิทธิภาพของโรงงานเมื่อระดับของมลภาวะทางอากาศเป็นตัวแปรผลผลิตตัวแปรหนึ่งในแบบจำลอง ฯลฯ

นอกจากนี้ เพื่อแก้ไขปัญหาข้อจำกัดของการที่ระเบียบวิธีการ DEA เป็นการประมาณค่าแบบไม่อิงพารามิเตอร์ (Nonparametric Method) ซึ่งส่งผลให้การอ้างอิงเชิงสถิติ อาทิ การสร้างช่วงแห่งความเชื่อมั่น และการทดสอบสมมติฐานไม่สามารถทำได้ อย่างไรก็ตาม Banker and Maindiratta (1992), Banker (1993) และ Banker and Natarasan (2004) ได้มีการประยุกต์ใช้วิธีการวิเคราะห์เส้นพรมแดนเชิงเส้นสุ่ม (Stochastic Frontier Analysis: SFA) ซึ่งเป็นวิธีการประมาณค่าแบบอิงพารามิเตอร์ (Parametric Method) ภายใต้บริบทของ DEA ซึ่งงานวิจัยเหล่านี้ได้ทำการคำนวณหาขอบเขตประสิทธิภาพในกรณีที่ฟังก์ชันการผลิตมีลักษณะโค้งคว่ำ (Concave) โดยกำหนดให้ค่าความเบี่ยงเบนของข้อมูลจากเส้นขอบเขตประสิทธิภาพ หรือ ความไร้ประสิทธิภาพของ DMU มีลักษณะเป็นตัวแปรสุ่ม ผลของการประยุกต์ใช้วิธีการ SFA พบว่า การประมาณค่าด้วยวิธีการ DEA จะให้ค่าประมาณที่มีความคงเส้นคงวา (Consistent Estimator) อย่างไรก็ตาม ผลการศึกษาในงานวิจัยดังกล่าวอยู่ภายใต้กรณีที่ DMU ใช้ปัจจัยการผลิตหลายชนิดในการผลิตผลผลิตเพียงชนิดเดียว ดังนั้น ในผลงานวิจัยชิ้นต่อมาของ Simar และ Wilson (1998) จึงได้มีการประยุกต์ใช้วิธีการ Bootstrap ในกรณีทั่วไปเมื่อ DMU มีจำนวนผลผลิต และปัจจัยการผลิตหลายประเภท ในกรณีนี้ Simar และ Wilson (1998) กำหนดให้ค่าคะแนนประสิทธิภาพ θ^* ที่ได้จากแบบจำลอง BCC เป็นตัวแปรสุ่มแบบไส้คืนที่มีการสุ่มซ้ำกันหลายๆ ครั้งจากกลุ่ม DMU ที่ทำการพิจารณา จากนั้นทำการคำนวณหารูปแบบการแจกแจงของฟังก์ชันความน่าจะเป็นของ θ^* เพื่อนำมาใช้ในการอ้างอิงเชิงสถิติ ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาข้อจำกัดของแบบจำลอง DEA

8. บทสรุป

บทความนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอแนวคิดเบื้องต้นสำหรับการทำความเข้าใจเกี่ยวกับแบบจำลอง DEA รวมไปถึงแนวทางการประยุกต์ใช้แบบจำลองดังกล่าวสำหรับการวัดค่าประสิทธิภาพทางด้านเทคนิคของ DMU ค่า Slacks (ปัจจัยการผลิตส่วนเกิน และจำนวนผลผลิตส่วนที่ขาด) รวมทั้งลักษณะของผลได้ต่อขนาดสำหรับ DMU หน่วยต่างๆ ที่อยู่ภายใต้ความสนใจของผู้วิเคราะห์ อย่างไรก็ตามในปัจจุบันได้มีผู้วิจัยจำนวนมากได้นำเสนอแนวทางแก้ไข หรือ เพิ่มเติมความสามารถในการวิเคราะห์ให้กับแบบจำลอง DEA มากมาย อาทิ งานวิจัยของ Olesen and Petersen (1995) ได้มีการรวมเอาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความคลาดเคลื่อน (Uncertainty) ลงในแบบจำลอง Wei et.al. (1995) ได้นำเสนอแบบจำลอง DEA ซึ่งรวมเอาตัวแปรที่สะท้อนให้เห็นถึงความก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยี (Technical Progress) เข้าไว้ใน การวัดประสิทธิภาพ Andersen and Petersen (1993) ได้มีการนำเสนอแบบจำลอง DEA โดยผ่อนผันข้อจำกัดบนของค่าคะแนนประสิทธิภาพให้มีค่ามากกว่า 1 ได้ ซึ่งในกรณีนี้ DMU หน่วยที่มีค่าคะแนนประสิทธิภาพตั้งแต่ 1 ขึ้นไปถือว่าเป็น DMU ที่มีประสิทธิภาพ และค่า คะแนนที่สูงกว่าจะสะท้อนให้เห็นถึงระดับประสิทธิภาพที่สูงกว่า ดังนั้นจึงเป็นแนวทางในการเรียงลำดับ DMU ตามค่าคะแนนประสิทธิภาพที่คำนวณได้ ฯลฯ นอกจากนี้ ยังมีงานวิจัยอีกจำนวนมากที่พยายามเปรียบเทียบความสามารถ ข้อดี ข้อเสีย ของแบบจำลอง DEA กับแบบจำลองอื่นๆ ที่ใช้ในการคำนวณค่าคะแนนประสิทธิภาพ แต่ในกรณีส่วนใหญ่ยังไม่ได้ข้อสรุปที่ชัดเจนว่าแบบจำลองอื่นๆ เมื่อเปรียบเทียบกับ DEA จะมีความสามารถที่เหนือกว่า อาทิเช่น Bjurek et.al.(1990) ได้ทำการเปรียบเทียบแบบจำลอง DEA และฟังก์ชันการผลิตแบบ Cobb—Douglas ในการวัดประสิทธิภาพของระบบประกันสังคม ซึ่งผลที่ได้รับจากแบบจำลองทั้งสองให้ค่าคะแนนประสิทธิภาพที่ใกล้เคียงกัน Thanassoulis (1993) ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการของแบบจำลอง DEA และการประมาณค่าด้วยสมการถดถอย (Regression Analysis: RA) ซึ่งแสดงข้อได้เปรียบและเสียเปรียบของ แบบจำลองทั้งสองในหลายแง่มุม เช่น ทางด้านความถูกต้องของการคำนวณ รวมไปถึงการพยากรณ์ แบบจำลอง RA จะมีความได้เปรียบเหนือแบบจำลอง DEA เนื่องจาก RA เป็นวิธีการประมาณค่าแบบอิงพารามิเตอร์ (Parametric Methodology) ซึ่งขึ้นอยู่กับค่าเฉลี่ยของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างจึงมีความถูกต้องแน่นอนกว่า อย่างไรก็ตามเนื่องจากข้อจำกัดของแบบจำลอง RA เกี่ยวกับการตั้งสมมติฐานที่ค่อนข้างเข้มงวดเกี่ยวกับคุณสมบัติของค่าความคลาดเคลื่อน ส่งผลให้แบบจำลอง DEA มีความได้เปรียบในเรื่องการคำนวณที่มีความยืดหยุ่นมากกว่าในทางปฏิบัติ ฯลฯ

จากข้อได้เปรียบของแบบจำลอง DEA และจากจำนวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องจึงไม่เป็นเรื่องที่น่าแปลกใจเลยที่แบบจำลอง DEA จะได้รับความนิยมอย่างมากในช่วงหลายปีที่ผ่านมา และยังคงเป็นประเด็นที่น่าสนใจสำหรับการศึกษาต่อไปในอนาคต รวมทั้งเป็นความท้าทายที่จะต้องติดตามทดสอบกับข้อมูลในโลกแห่งความเป็นจริงต่อไป

บรรณานุกรม

- Ali, A.I & Seiford, L.M (1993) "The mathematical programming approach to efficiency analysis." In Fried, H.O, C.A.K Lovell & S.S. Schmidt, **The measurement of productive efficiency** (pp.120-159). New York: Oxford University.
- Ali, A.I & Seiford, L.M. (1990) Translation invariance in data envelopment analysis. **Operations Research Letters**, 9, 403-405.
- Andersen, P. & Petersen, N.C. (1993) A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. **Management Science**, 39(10), 1261-1264.
- Arnold, V., Bardhan, I., Cooper, W.W. & Gallegos, A. (1998) "Primal and dual optimality in computer codes using two-stage solution procedures in DEA." In J. Aronson & S. Zionts, **Operations Research Methods, Models and Applications**. (Westpost, Conn: Quorum Books).
- Banker, R.D. (1993) Maximum likelihood, consistency and data envelopment analysis: a statistical foundation. **Management Science**, 39, 1265-1273.
- Banker, R.D. & Maindiratta, A. (1992) Maximum likelihood estimation of monotone and concave production frontiers. **Journal of Productivity Analysis**, 3, 401-415.
- Banker, R.D. & Morey, R.C. (1986a) Efficiency analysis for exogenously fixed inputs and outputs. **Operations Research**, 34(4), 513-521.
- Banker, R.D. & Morey, R.C. (1986) The use of categorical variables in data envelopment analysis. **Management Science**, 32(12), 1613-1627.
- Banker, R.D. & Natarasan, R. (2004) "Statistical tests based on DEA efficiency scores" In Cooper, W.W, Seiford, L.M & Zhu, J. **Handbook on data envelopment analysis**. Norwell, MA: Kluwer Academic.
- Banker, R.D., Charnes, A. & Cooper, W.W. (1984) Some models for the estimation of technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. **Management Science**, 30, 1078-1092.
- Banker, R.D., Cooper, W.W., Seiford L.M., Thrall, R.M. & Zhu, J. (2004) Returns to scale in different DEA models. **European Journal of Operational Research**, 154, 345-362.
- Belton, V. & Vickers, S.P (1993) Demystifying DEA—A visual interactive approach based on multiple criteria analysis. **Journal of the Operational Research Society**, 44(9), 883-896.
- Bjurek, H., Hjalmarsson, L. & Forsund, F.R. (1990) Deterministic parametric and non parametric estimation of efficiency in service production: A comparison. **Journal of Econometrics**, 46, 213-227.
- Caves, D.W, Christensen, L.R & Diewert, W.E (1982) The economic theory of index numbers and the measurement of input, output and productivity. **Econometrica**, 50, 1393-1414.
- Chang, Y. & Sueyoshi, T. (1991) An interactive application of DEA in microcomputers. **Computer Science in Economics and Management**, 4(1), 51-64.
- Charnes, A. & Cooper W.W (1962) Programming with linear fractional functional. **Naval Research Logistics Quarterly**, 9, 181-185.
- Charnes, A., Clarke, C., Cooper, W.W & Golany, B. (1985a) A development study of DEA in measuring the effect of maintenance units in the U.S. Air Force. **Annals of Operations Research**, 2, 95-112.
- Charnes, A., Cooper, W.W & Rhodes, E. (1978a) Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, pp. 429-444.

- Charnes, A., Cooper, W.W & Seiford, L.M (1994b) "Extension to DEA models." In Charnes, A., Cooper, W.W, Lewin, A.Y. & Seiford, L.M. **Data envelopment analysis: theory, methodology and applications**. Norwell, Ma: Kluwer Academic.
- Charnes, A., Cooper, W.W, Golany, B., Seiford, L.M. & Stutz, J. (1985b) Foundations of data envelopment analysis and pareto—koopmans empirical production functions. **Journal of Econometrics**, 30, 91-107.
- Charnes, A., Cooper, W.W, Lewin, A.L & Seiford, L.M (1994) **Data envelopment analysis: Theory, methodology and application**. Norwell, Ma: Kluwer.
- Coelli, T., Rao D.S Prasada & Battese, G.E (1998) **An introduction to efficiency and productivity analysis**. Boston: Kluwer.
- Cooper, W.W, Seiford, L.M & Tone, K. (2000) Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA—Solver Software. (pp.193-197) Boston/Dordrecht/London: Kluwer Academic. (Section 7.4 DEA with Categorical DMUs)
- Cooper, W.W, Seiford, L.M & Tone, K. (2006) **Introduction to data envelopment analysis and its uses**. London: Springer Science. pp. 351.
- Deprins, D., Simar, L. & Tulkens, H. (1984) "Measuring labor efficiency in post offices." In Marchand, M., Pestierau, P. & Tulkens, H. **The Performance of Public Enterprises**, (Vol. 33), Studies in Mathematical and Managerial Economics. Amsterdam: North—Holland.
- Fare, R.S & Grosskopf, S. (2004) Modeling undesirable factors in efficiency evaluation: comment. **European Journal of Operational Research**, 157, 242-245.
- Fare, R.S & Lovell, C.A.K (1978) Measuring the technical efficiency of production. **Journal of Economic Theory**, 19, 150-162.
- Fare, R.S, Grosskopf, S. & Lovell, C.A.K (1994a) **Production Frontiers**. Cambridge: Cambridge University.
- Fare, R.S, Grosskopf, S., Yaisir Warng, S., Li, S. & Wang, Z. (1994) Productivity growth in Illinois electric utilities. **Resources and Energy**, 12, 383-398.
- Farrell, M.J (1957) The measurement of productive efficiency. **Journal of Royal Statistical Society**, 120(3), 253-281.
- Kamakura, W.A (1988) A note on the use of categorical variables in data envelopment analysis. **Management Science**, 34(10), 1273-1276.
- Koopmans, T.C (1951) **Analysis of production as an efficient combination of activities**. New York: Wiley.
- Lober, G. & Staat, M. (2009) Integrating categorical variables in data envelopment analysis models: a simple solution technique. **European Journal of Operational Research**, 202(3), 810-818.
- Malmquist, S. (1953) Index numbers and indifference surfaces. **Trabajos de Estadística**, 4, 209-242.
- Ntanos, P.N & Karpouzou, D.K (2010) Application of data envelopment analysis and performance indicators to irrigation systems in Thessaloniki Plain (Greece). **World Academy of Science, Engineering and Technology**, 70, 56-62.
- Olesen, O.B. & Petersen N.C (1995) Chance constrained efficiency evaluation. **Management Science**, 36(3), 442-457.
- Pastor, J.T (1996) Translation invariance in DEA: A generalization. **Annals of Operations Research**, 66, 93-102.

- Pastor, J.T, Ruiz, J.L & Sirvent, I. (1999) An enhanced DEA Russell graph efficiency measure. **European Journal of Operational Research**, 115, 596-607.
- Pesenti, R. & Ukovich, W. (1996) Data envelopment analysis: A possible way to evaluate the academic activity: an overview. (pp. 2-3) n.p: Università Degli Studi di Trieste.
- Petersen, N.C (1990) Data envelopment analysis on a relaxed set of assumptions. **Management Science**, 36(3), 305-314.
- Puig—Junoy, J. (1998) Technical efficiency in the clinical management of critically ill patients. **Health Economics**, 7, 263-277.
- Ray, S.C (1988) Data envelopment analysis, nondiscretionary inputs and efficiency: an alternative interpretation. **Socio-Economic Planning Sciences**, 22(4), 167-176.
- Rousseau, J.J & Semple, J. (1993) Categorical outputs in data envelopment analysis. **Management Science** 39(3), 384-386.
- Russell, R.R (1988) Measures of technical efficiency. **Journal of Economic Theory**, 35, 109-126.
- Saati, S., Hatami—Marbini, A. & Tavana, M. (2011) A data envelopment analysis model with discretionary and non—discretionary factors in fuzzy environments. **International Journal of Productivity and Quality Management**, 8(1), 45-63.
- Saen, R.F (2004) Developing a nondiscretionary model of slacks—based measure in data envelopment analysis. **Applied Mathematics and Computation**, 169(2), 1440-1447.
- Scheel, H. (2001) Undesirable outputs in efficiency valuations. **European Journal of Operational Research**, 132, 400-410.
- Seiford, L. & Zhu, J. (2002) Modeling undesirable factors in efficiency evaluation. **European Journal of Operational Research**, 142, 16-20.
- Shephard, R.W (1953) Cost and production functions. Princeton, N.J: Princeton University.
- Shephard, R.W (1970) **The theory of cost and production functions**. Princeton, N.J: Princeton University.
- Simar, L. & Wilson, P.W (1998) Sensitivity analysis of Efficiency scores: How to bootstrap in nonparametric frontier models. **Management Science**, 44, 49-61.
- Sudit, E.F (1995) Productivity measurement in industrial operations. **European Journal of Operational Research**, 85, 435-453.
- Sueyoshi, T. (1990) A special algorithm for the additive model in DEA. **Journal of the Operational Research Society**, 41(3), 249-257.
- Thanassoulis, E. (1993) A comparison of regression analysis and data Envelopment Analysis as Alternative Methods for Performance Assessments. **Journal Opl. Res. Soc.**, 44(11), 1129-1144.
- Tone, K. (2001) A slacks—based measure of efficiency in data envelopment analysis. **European Journal of Operational Research**, 130, 498-509.
- Tulkens, H. & Vanden Eeckaut, P. (1995) Non—parametric efficiency, progress and regress measures for Panel Data: Methodological aspects. **European Journal of Operational Research**, 80, 474-499.
- Wei, Q.L, Sun, B. & Xiao, Z.J (1995) Measuring technical progress with data envelopment analysis. **European Journal of Operational Research**, 80, 691-702.