

การประมาณค่าเส้นพรมแดนการผลิต (production frontier) ภายใต้ฟังก์ชันเกณฑ์
(criterion function) ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood)

ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์

อารี วิบูลย์พงศ์

บทคัดย่อ

การศึกษาเส้นพรมแดนการผลิต (production frontier) ในเชิงประจักษ์ในหลายกรณีมีปัญหาเนื่องจากตัวอย่างที่ได้มามีลักษณะไม่ใช่ตัวอย่างสุ่ม (non random sample) อันเนื่องมาจากผู้ผลิต (เกษตรกร) มีทางเลือกและต้องตัดสินใจในการเลือกผลิต ทำให้ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์เส้นพรมแดนการผลิตแบบดั้งเดิมมีลักษณะเอนเอียง (biased) การศึกษานี้จึงได้พัฒนาวิธีการประมาณค่าเส้นพรมแดนการผลิตเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว

1. บทนำ

ในการประมาณค่าเส้นพรมแดนการผลิต (production frontier) ในเชิงประจักษ์ซึ่งข้อมูลมาจากเกษตรกรในระดับไรนาซึ่งผ่านการตัดสินใจในการเลือกการผลิตมาก่อนเช่น ในการศึกษาฟังก์ชันพรมแดนการผลิตของข้าวหอมมะลิและข้าวอื่นๆ

เกษตรกรจะต้องทำการตัดสินใจก่อนการผลิตโดยผ่านฟังก์ชันเกณฑ์ (การตัดสินใจ) ซึ่งทำให้ข้อมูลที่เก็บมาได้จากเกษตรกรเป็นตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะเชิงสุ่ม (non random sample) ซึ่งทำให้ค่าประมาณ (estimates) ของสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันพรมแดนการผลิตมีลักษณะเอนเอียง (biased) (Greene, 1995; p637) และจากการตรวจสอบเอกสารยังไม่พบว่ามีการศึกษาในด้านนี้ การศึกษานี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาวิธีการประมาณค่าฟังก์ชันพรมแดนการผลิตภายใต้ฟังก์ชันเกณฑ์ (การตัดสินใจ)

2. วิธีการประมาณค่า

จากวิธีการประมาณค่าฟังก์ชันพรมแดนการผลิตที่เสนอครั้งแรกโดย Aigner, Lovell, and Schmidt (1977) และ Meeusen and Broeck (1977)

$$\begin{aligned} y &= f(x, \beta) + v - u \\ \text{หรือ} \quad y &= f(x, \beta) + \varepsilon \end{aligned} \quad \begin{aligned} (1) \\ (2) \end{aligned}$$

โดยที่ y = ผลผลิต (output)
 x = เวกเตอร์ของปัจจัยการผลิต (inputs)
 β = เวกเตอร์ของพารามิเตอร์
 $v \sim N(0, \sigma_v^2)$; v = two-sided error

* อาจารย์ประจำคณะเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ เชียงใหม่

** อาจารย์ประจำภาควิชาเศรษฐศาสตร์เกษตร คณะเกษตรศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ เชียงใหม่

$$u = |U| ; u = \text{one-sided error}$$

$$U \sim N(0, \sigma_u^2)$$

$$\varepsilon = v - u$$

u และ v ได้ถูกสมมุติให้มีการแจกแจงที่เป็นอิสระต่อกันและโดยการใช้ผลลัพธ์ของ Weinstein (1964) จะได้

$$g(\varepsilon) = \frac{2}{\sigma} \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right)\right] \quad (3)$$

โดยที่ $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$

$$\lambda = \sigma_u / \sigma_v$$

$\phi(\cdot)$ = ฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงปกติมาตรฐาน (density function of the standard normal)

$\Phi(\cdot)$ = ฟังก์ชันการแจกแจงของการแจกแจงปกติมาตรฐาน (distribution function of the standard normal)

ถ้าเราจะพิจารณาฟังก์ชันพรมแดนการผลิตสำหรับการผลิตสินค้า A และ B ซึ่งเป็นทางเลือกของเกษตรกรซึ่งเกษตรกรจะทำการเลือกโดยผ่านฟังก์ชันเกณฑ์ (การตัดสินใจ) ฟังก์ชันพรมแดน

การผลิต (production frontiers) สำหรับสินค้า A และ B สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\text{สินค้า A : } y_{1i} = x'_{1i} \beta_1 + \varepsilon_{1i} \quad \text{iff} \quad \gamma'Z_i \geq e_i \quad (4)$$

$$\text{สินค้า B : } y_{2i} = x'_{2i} \beta_2 + \varepsilon_{2i} \quad \text{iff} \quad \gamma'Z_i < e_i \quad (5)$$

โดยที่ $\varepsilon_{1i} = v_{1i} - u_{1i}$

$$\varepsilon_{2i} = v_{2i} - u_{2i}$$

นิยามตัวแปรหุ่น (dummy variable)

$$I_i = 1 \quad \text{if } \gamma'Z_i \geq e_i \\ = 0 \quad \text{otherwise}$$

เนื่องจาก γ นี้สามารถประมาณค่าได้เป็นแบบ scale factor เราจะสมมุติว่า $\text{var}(e_i) = 1$ และเราจะสมมุติต่อไปอีกว่า e_i มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ดังนั้นการแจก

แจงแบบสามตัวแปรของ ε_{1i} , ε_{2i} , และ e_i จะมีเวกเตอร์ของค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังนี้

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{1e} \\ & \sigma_2^2 & \sigma_{2e} \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นฟังก์ชันความควรจะเป็น (likelihood function) ของแบบจำลองก็จะเป็นดังนี้

$$L(\beta_1, \beta_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_{1e}, \sigma_{2e}) = \Pi \left[\int_{-\alpha}^{\gamma'_{Z_i}} h(\varepsilon_{1i}, e_i) de_i \right]^{I_i} \left[\int_{\gamma'_{Z_i}}^{\alpha} q(\varepsilon_{2i}, e_i) de_i \right]^{1-I_i} \quad (6)$$

โดยที่ h และ q คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นปกติสองตัวแปร (bivariate normal density functions) ของ (ε_{1i}, e_i) และ (ε_{2i}, e_i) ตามลำดับ (Maddala 1983: pp223-224). Maddala (1983: p224) ได้ให้ข้อสังเกตว่า σ_{12} จะไม่ปรากฏใน (6)

เราใช้วิธีฟังก์ชันความควรจะเป็นสูงสุดกับสมการ (6) เราจะได้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ของเส้นพรมแดนการผลิตของสินค้า A และ B โดยที่ไม่มีความเอนเอียง (unbiased)

References

- Aigner, D.J., C.A.K. Lovell, and P. Schmidt (1977). "Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Models". *Journal of Econometrics*. 6, 21-37.
- Greene, W. (1995). *Limdep version 7.0*. New York: Econometric Software, Inc.
- Maddala, G.S. (1983). *Limited Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*. Monographs. Cambridge: Cambridge University press.
- Meeusen, W., and J. van den Broeck (1977). "Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error." *International Economic Review*. 18: 2 (June), 435-44.
- Weinstein, M.A. (1964). "The Sum of Values From a Normal and Truncated Normal Distribution." *Technometrics* 6: 104-5.