

บทความวิจัย (Research Article)

การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์

A Study of Mathematical Concept of Mathayomsuksa 3 Students by Using a Concept Attainment Model

ปิติยา ญาณรัตน์* วันดี เกษมสุขพิพัฒน์ และต๋องตา สมใจเพ็ง

Pitiya Yannarut*, Wandee Kasemsukpipat and Tongta Somchaipeng

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์ กลุ่มที่ศึกษา คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 1 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์ และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ย ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน พร้อมทั้งวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนเพื่อสรุปความสามารถของนักเรียนแต่ละระดับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม คิดเป็นร้อยละ 73.38 ของคะแนนเต็ม และนักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูงและระดับสูงมาก อย่างไรก็ตามยังพบนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง มุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน และมุมในครึ่งวงกลม

คำสำคัญ: กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน วงกลม

Abstract

The aim of this research was to study mathematical concept on circle of mathayomsuksa 3 students after learning through activities, which was designed based on concept Attainment Model. The participants were one classroom of mathayomsuksa 3 students in the second semester of academic year 2019. The research instruments consisted of 1) mathematics lesson plans on circle designed by using concept attainment model and 2) a mathematical concept test on circle. The quantitative data were analyzed by using percentage, arithmetic mean, and standard deviation. Moreover, the students' responses from the test were analyzed to summarize the abilities of students in each level of mathematical concept and to seek for students' misconceptions. The findings were that the average score of students' mathematics concept test was 73.38 percent of the full score. Most of the students

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ กรุงเทพฯ 10900

Faculty of Education, Kasetsart University, Bangkok 10900

*Corresponding author; email: pitiyabd2@gmail.com

(Received: 15 October 2020; Revised: 9 December 2020; Accepted: 23 December 2020)

DOI: <https://doi.org/10.14456/psruhss.2022.53>

had mathematical concept in high and very high level. There were students' misconceptions on central angles, in scribed angles, and angles in a semi-circle.

Keywords: Concept formation activities, Mathematical concept, Misconception, Circle

บทนำ

ในยุคศตวรรษที่ 21 เป็นยุคของสังคมแห่งข้อมูลข่าวสารและความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีส่งผลให้ประเทศต่าง ๆ มีความพยายามในการแข่งขันกันเพื่อการพัฒนา สร้างสรรค์และคิดค้นข้อความรู้ใหม่ ๆ ทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีให้เจริญก้าวหน้า คณิตศาสตร์จึงกลายเป็นศาสตร์หนึ่งที่มีความสำคัญและเป็นเครื่องมือที่นำมาใช้ในการศึกษาวิทยาศาสตร์ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2555) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เน้นกระบวนการคิดของมนุษย์ โดยอาศัยเงื่อนไขของนิยาม กฎเกณฑ์ และทฤษฎีบทต่าง ๆ ช่วยให้นักเรียนได้ฝึกฝนกระบวนการคิดในด้านต่าง ๆ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาราช, 2541) โดยเวซฤทธิ อังกะภักทธร (2555) ได้กล่าวว่าคณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบมีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ซึ่งสอดคล้องกับอัมพร ม้าคอง (2557) ที่กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ โดยคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาการคิดของมนุษย์ กระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดวางแผนอย่างรอบคอบ การคิดเชิงระบบจะเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการเห็นความสำคัญนี้จึงบรรจุคณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

แต่อย่างไรก็ตามผลการประเมินคุณภาพการศึกษาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผ่านมาต่ำกว่าค่าเฉลี่ยหรือต่ำกว่ามาตรฐาน ดังเช่น ผลการประเมินของโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) 2015 พบว่า ในการประเมินผลด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของผู้เข้าร่วมการประเมินทั้งหมดใน Organisation for Economic Cooperation and Development หรือ OECD (สสวท., 2562) และจากผลการสอบ O-net ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2559, 2560 และ 2561 พบว่านักเรียนทั่วประเทศมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เพียง 29.31, 26.30 และ 30.04 จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน

จากผลการประเมินข้างต้นแสดงให้เห็นว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยควรได้รับการพัฒนาและเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยจากผลการสอบ O-net ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2559, 2560 และ 2561 ที่จำแนกตามรายสาระ พบว่า นักเรียนทั่วประเทศมีคะแนนเฉลี่ยในสาระที่ 3 เรขาคณิตเพียง 44.90, 27.27 และ 42.78 ตามลำดับ (สสวท., 2562) ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 50 โทศล ไพศาล (2540) ได้กล่าวว่าโดยทั่วไปนักเรียนส่วนมากไม่ชอบวิชาเรขาคณิต มักคิดว่าเรขาคณิตเป็นเรื่องยากและมีปัญหาในการเรียน ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร เรื่อง วงกลม เป็นเนื้อหาหนึ่งที่จัดอยู่ในสาระเรขาคณิต และถูกจัดอยู่ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยในการเรียนนักเรียนต้องศึกษาและนำทฤษฎีบทหรือสมบัติของวงกลมมาใช้ประกอบในการหาคำตอบ ซึ่งจารุวรรณ ปะกัง (2551) ได้กล่าวว่า เรื่องวงกลมในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยนิยามและสมบัติต่าง ๆ ของวงกลมมากมาย ล้วนสร้างความสับสน ความยุ่งยากในการเรียนรู้ของผู้เรียน ปัญหาเหล่านี้ส่งผลให้นักเรียนยังไม่ประสบความสำเร็จในการเรียน Yasseen (2020) แสดงความคิดเห็นว่าปัจจัยหนึ่งที่ทำให้นักเรียนยังไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนขาดความเข้าใจในนิยามที่จำเป็น ซึ่งสอดคล้องกับ

สิริพร ทิพย์คง (ม.ป.ป) ที่กล่าวว่า การที่นักเรียนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีและประสบความสำเร็จในการเรียน นักเรียนจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอดในเรื่องนั้น ดังนั้น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญเป็นอย่างมากต่อความรู้ความเข้าใจและการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจอย่างถ่องแท้เกี่ยวกับความรู้เฉพาะหรือแนวคิดเชิงลึกทางคณิตศาสตร์ (Hiebert & Carpenter, 1992; Sierpiska, 1994; Pirie & Kieren, 1994; อ่างอิงโน อัมพร ม้าคนอง, 2557) ข้อสรุปดังกล่าวเป็นไปในทิศทางเดียวกันกับอรรถาธิบาย อิศรางกูร ณ อยุธยา (2555) ที่ระบุว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ด้วย

จะเห็นว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นองค์ประกอบความสำคัญที่ส่งผลต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนเป็นเรื่องที่ควรให้ความสำคัญเป็นอย่างยิ่งและการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสิ่งที่เรียนนั้นมีความสำคัญมากสำหรับการเรียนการสอนในทุกระดับ อัมพร ม้าคนอง (2547) ได้กล่าวว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์เป็นกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง จากการวิเคราะห์ลักษณะของตัวอย่างที่ใช่มโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ มีการอธิบายสนับสนุนสมมติฐานของตนเอง หรือโต้แย้งสมมติฐานของผู้เรียนอย่างมีเหตุผล โดย Phitchard (1994) ได้กล่าวถึงลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ว่าเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูเป็นผู้เสนอแนะให้นักเรียนได้เรียนรู้แบบอุปนัย นักเรียนได้รับหรือสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยครูยกตัวอย่างทางบวกและทางลบให้นักเรียนตั้งสมมติฐานถึงลักษณะของมโนทัศน์ แล้วทดสอบสมมติฐานที่ตนเองสร้างขึ้นในที่สุดนักเรียนก็สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง

ลักษณะของรูปแบบการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมานั้นมีความสอดคล้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ตามแนวคิดของ Lasley and Matczynski (1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547) มีขั้นตอนในการสอน 5 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 กำหนดมโนทัศน์ (Concept Identification) เป็นขั้นที่ครูจะต้องเลือกมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar Identification) เมื่อเลือกมโนทัศน์ในขั้นที่หนึ่งแล้วครูจะให้ตัวอย่างที่เป็นไปตามมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นไปตามมโนทัศน์กับนักเรียน ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) ซึ่งครูจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนบอกลักษณะทั่วไปของมโนทัศน์คือเมื่อนักเรียนสังเกตตัวอย่างและตั้งสมมติฐานขั้นที่ 4 ขั้นสรุปมโนทัศน์ (Closure) โดยครูจะเป็นผู้ทบทวนสมมติฐานที่ได้จากขั้นที่ 3 เพื่อให้นักเรียนช่วยกันหาข้อสรุปลักษณะของมโนทัศน์ และขั้นที่ 5 ขั้นการนำไปใช้ (Application) ซึ่งนักเรียนจะใช้เวลาความเข้าใจมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่ 4 ไปใช้ในการเรียนรู้และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ จะเห็นได้ว่ารูปแบบการเรียนการสอนนั้นเป็นรูปแบบที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากนักเรียนต้องลงมือปฏิบัติในการสำรวจมโนทัศน์จนสามารถหาข้อสรุปที่จะนำมาสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งจะเกิดขึ้นในขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) จะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านกิจกรรมโดยการรวบรวมลักษณะของสิ่งที่เป็มโนทัศน์และสิ่งที่ไม่เป็นมโนทัศน์และนำไปสู่ข้อสรุปในที่สุด ซึ่งเห็นได้จากผลวิจัยของสถาปนา บุญมาก (2558) ที่พบว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และผลการวิจัยของอรรถพรณ เลื่อนแป้น (2555) ที่พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทาง

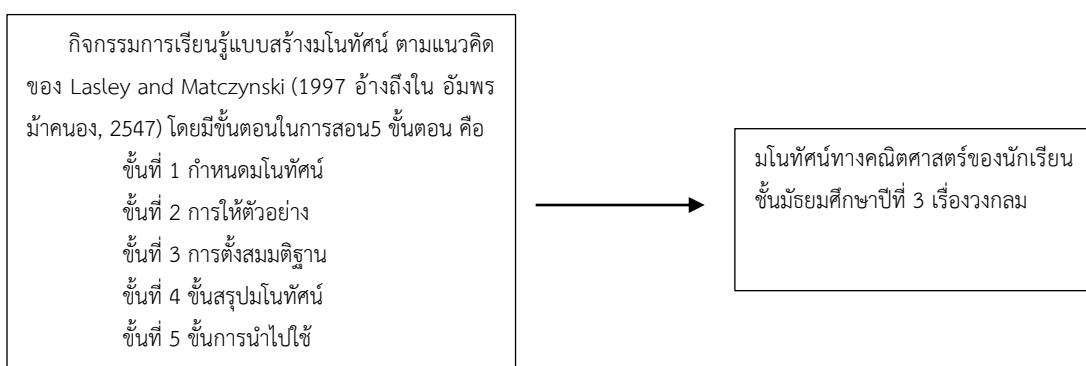
คณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

นอกจากนี้การศึกษามโนทัศน์ทั้งที่เป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนก็จะเป็นข้อมูลให้ครูในการช่วยเหลือและส่งเสริมให้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนรู้ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์ เรื่องวงกลม เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์ให้กับครูผู้สอนคณิตศาสตร์ในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพต่อไป

วัตถุประสงค์

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง วงกลม ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์

กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ของโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่งในจังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งเป็นกลุ่มที่ผู้วิจัยรับผิดชอบสอนในภาคเรียนดังกล่าว โดยมีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 45 คน เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ วิชาคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ตัวแปรที่ศึกษา 1) ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 2) ตัวแปรตาม คือ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์ จำนวน 11 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ได้ผ่านการพิจารณาและตรวจสอบความเหมาะสมและความสอดคล้องโดยอาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระและ 2) แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 12 ข้อ โดยใช้เวลา 60 นาที ซึ่งแบบวัดดังกล่าวได้ผ่านการตรวจสอบความตรงและความเหมาะสมของแบบทดสอบโดยผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 คน พบว่าแบบทดสอบอัตนัยทุกข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1.00

การเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการสอน เรื่อง วงกลม ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นโดยระหว่างการจัดการเรียนรู้ในแต่ละคาบ ผู้วิจัยจะสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมในชั้นเรียน เช่น การค้นหาคุณลักษณะของตัวอย่างที่หลากหลาย การเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างของตัวอย่างที่ให้ การสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของ ทฤษฎีบท กฎ สมบัติต่างๆ และการแก้ปัญหาโดยสังเกตว่านักเรียนสามารถตีความหมายของโจทย์ปัญหาหรือการทำความเข้าใจในความคิดรวบยอดของโจทย์ปัญหา รวมถึงความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลในการแก้โจทย์ปัญหา พร้อมทั้งบันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในบันทึกหลังการสอนเมื่อดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลา 60 นาที และนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยนำผลการทดสอบที่ได้จากการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ แล้วทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน พร้อมทั้งใช้คะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาจำแนกระดับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้และทำการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปความสามารถของนักเรียนแต่ละระดับของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน โดยการวิเคราะห์หาความสามารถ ซึ่งจะพิจารณาจากความสามารถที่เป็นความสามารถที่นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มนั้น ๆ แสดงออกมาจากการตอบแบบทดสอบเพื่อสรุปเป็นความสามารถของนักเรียนในกลุ่มนั้น ส่วนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะนำข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นจากการทำแบบทดสอบมาคิดวิเคราะห์ลักษณะหรือรูปแบบข้อผิดพลาดที่เป็นความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นโดยจะสรุปเฉพาะข้อผิดพลาดที่มาจากความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ผลการวิจัย

ในการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ซึ่งผลการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สามารถแสดงได้ดังตาราง 1

ตาราง 1 ผลการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง วงกลม ในภาพรวม

ตัวแปรที่ศึกษา	คะแนน สูงสุด	คะแนน ต่ำสุด	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	41	17	42	30.82	6.527

จากตาราง 1 พบว่าผลการศึกษา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์ มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 30.82 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.38 ของคะแนนเต็ม มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.527 มีคะแนนสูงสุดเท่ากับ 41 คะแนน และคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 17 คะแนน

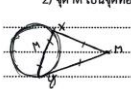
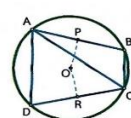
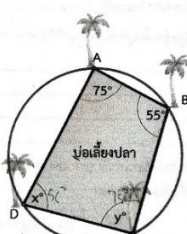
ตาราง 2 จำแนกจำนวนนักเรียนตามระดับของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

ระดับ	ช่วงคะแนน	จำนวน(คน)	ร้อยละ
สูงมาก	36 คะแนน ขึ้นไป	10	22.22
สูง	30 – 35 คะแนน	18	40
ปานกลาง	24 – 29 คะแนน	9	20
น้อย	ต่ำกว่า 23 คะแนน	8	17.78

จากตาราง 2 พบว่า จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีแนวโน้มทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง คิดเป็นร้อยละ 40 รองลงมาคือ ระดับสูงมาก คิดเป็นร้อยละ 22.22 และระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 20 ตามลำดับ

ซึ่งตัวอย่างคำตอบของนักเรียนและความสามารถของนักเรียนแต่ละระดับสามารถสรุปได้ดังตาราง 3

ตาราง 3 แสดงความสามารถของนักเรียนแต่ละระดับ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

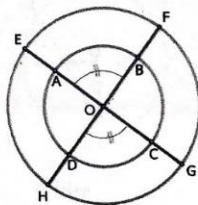
ตัวอย่าง การตอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน	ความสามารถของนักเรียน
ข้อที่ 11 x, y เป็นจุดบนวงกลม และ M เป็นจุดที่อยู่บนส่วนของเส้นตรง $\overline{XM}$ และ YM ซึ่ง YM มีความยาวเท่ากับ XM จากข้อความข้างต้นจึงสามารถข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือไม่พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ 1) จุด M เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม 2) จุด M เป็นจุดที่อยู่บนวงกลม  ①. จริง เพราะ: M เป็นจุดที่อยู่บนส่วนของเส้นตรง XM, YM. ซึ่ง M เป็นจุดที่อยู่บนวงกลม ②. จริง เพราะ: M เป็นจุดที่อยู่บนวงกลม ซึ่ง M เป็นจุดที่อยู่บนวงกลม ข้อที่ 1 รูปสามเหลี่ยมที่แนบในวงกลมมีด้านด้านหนึ่งที่ยาวเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนั้นคือรูปสามเหลี่ยมชนิดใด พร้อมทั้งระบุเหตุผล สามเหลี่ยมมุมฉาก เพราะ มีมุมวัดเท่ากับ 90°	ระดับสูงมาก นักเรียนแสดงความเข้าใจสมบัติของวงกลม โดยสามารถอ้างอิงและใช้ทฤษฎีบทและสมบัติของวงกลมในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ ระดับสูง นักเรียนแสดงความเข้าใจสมบัติของวงกลม โดยสามารถอ้างอิงและใช้ทฤษฎีบทและสมบัติของวงกลมในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ค่อนข้างถูกต้องคือ นักเรียนสามารถแสดงถึงลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์นั้น ๆ ได้ แต่การให้เหตุผลนั้นไม่ชัดเจน
ข้อที่ 7 จากรูป $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ยาวเท่ากัน จุด P และ จุด R เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ข้อสรุปใดต่อไปนี้ เป็นจริงพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ  (1) $m(\overline{AB}) = m(\overline{CD})$ (2) $\overline{DA} \cong \overline{CB}$ (3) $OP \neq OR$ 1. จริง เพราะ เท่ากัน 2. จริง เพราะ เท่ากัน 3. จริง เพราะ ไม่เท่ากัน	ระดับปานกลาง นักเรียนแสดงความเข้าใจสมบัติของวงกลม แต่ไม่สามารถอ้างอิงและใช้ทฤษฎีบทและสมบัติของวงกลมในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
ข้อที่ 9 สามเหลี่ยมที่แนบในสี่เหลี่ยมจัตุรัส 4 ด้านที่อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่ง เจ้าของสวนต้องการซื้อเชือกตีระหวางต้นมะพร้าว 4 ต้นเพื่อล้อมรอบบริเวณปลูกมะพร้าว ดังรูป ถ้าเส้นเชือก $\overline{AB}$ ยาว 55 องศา กับเส้นเชือก $\overline{BC}$ และเส้นเชือก $\overline{AD}$ ยาว 75 องศา กับเส้นเชือก $\overline{AB}$ จงหาว่าของ x และ y  $x = 55^\circ$ $y = 75^\circ$ เพราะ D เป็นมุมตรงข้ามกับ B เพราะ C เป็นมุมตรงข้ามกับ A และขนาดเท่ากัน และขนาดเท่ากัน	ระดับน้อย นักเรียนไม่สามารถแสดงความเข้าใจสมบัติของวงกลม และไม่สามารถอ้างอิงรวมไปถึงไม่สามารถใช้ทฤษฎีบทและสมบัติของวงกลมในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ตาราง 4 จำแนกจำนวนนักเรียนตามเนื้อหาของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง วงกลม

มโนทัศน์	ความคลาดเคลื่อน	กลุ่ม				
		สูงมาก	สูง	ปานกลาง	น้อย	รวม
1) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมเดียวกันถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากันแล้ว แล้วความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน	นักเรียนเข้าใจว่าเมื่อมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากันแล้วความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมจะไม่แปรผันตามขนาดของวงกลม			1	4	5
2) ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมเดียวกันถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน	นักเรียนเข้าใจว่ามุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะต้องเกิดจากส่วนโค้งเดียวกันเท่านั้น		3	2	4	9
3) มุมในครึ่งวงกลม	นักเรียนเข้าใจว่าขนาดของมุมในครึ่งวงกลมจะแปรผันตามขนาดของวงกลม		1	2	3	6

จากตาราง 4 พบว่ามีนักเรียนบางส่วนในกลุ่มที่มีมโนทัศน์ระดับปานกลาง จำนวน 1 คน และระดับน้อย จำนวน 4 คน ที่แสดงออกถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับส่วนโค้งนั้นดังตัวอย่างในภาพ 2

ข้อที่ 8 เมื่อรัศมีของวงกลมวงเล็ก เท่ากับ 2 เซนติเมตร และ รัศมีของวงกลมวงใหญ่ เท่ากับ 3 เซนติเมตร ดังรูป จงพิจารณาว่าความยาวส่วนโค้ง AB เท่ากับความยาวส่วนโค้ง HG หรือไม่เพราะเหตุใด



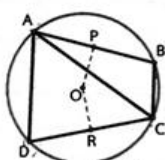
เท่ากัน เพราะ มุม มีขนาดเท่ากัน

ภาพ 2 แสดงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

จากภาพ 2 พบว่านักเรียนเข้าใจว่าเมื่อมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากันแล้วความยาวของส่วนโค้งที่รองรับวงกลมจะไม่แปรผันตามขนาดของวงกลม ซึ่งไม่ถูกต้อง จากโจทย์กำหนดว่าวงกลมมีขนาดต่างกัน ดังนั้นความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมย่อมมีขนาดต่างกันด้วย

นอกจากนี้ยังมีนักเรียนที่มีมโนทัศน์ระดับสูง จำนวน 3 คน ระดับปานกลาง จำนวน 2 คน และระดับน้อย จำนวน 4 คน ที่แสดงออกถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้ง โดยนักเรียนเข้าใจว่ามุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะต้องเกิดจากส่วนโค้งเดียวกันเท่านั้นดังตัวอย่างที่แสดงในภาพ 3

ข้อที่ 7 จากรูป $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ยาวเท่ากัน จุด P และ จุด R เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$
ข้อสรุปใดต่อไปนี้เป็นจริงพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ



$$(1) m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$$

$$(2) \widehat{DAC} = \widehat{ACB}$$

$$(3) OP \neq OR$$

1 ถูก เพราะ อยู่ในส่วนโค้งของวงกลม
2 ไม่ถูก เพราะ ไม่ได้อยู่รับด้วยโค้งเดียวกัน
3 ไม่ เพราะ คงเหลือเท่ากันเพราะ จากจุดศูนย์กลางถึง 2 จุด

ภาพ 3 แสดงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

จากภาพ 3 จะพบว่าลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ในข้อความที่ (2) นักเรียนตอบว่า “ไม่ถูก เพราะ ไม่ได้รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน” นั้นแสดงว่านักเรียนเข้าใจว่า $\widehat{DAC}$ และ $\widehat{ACB}$ ที่รองรับด้วยส่วนโค้งต่างกัน จะต้องมีความยาวต่างกัน ซึ่งโจทย์กำหนดให้ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ยาวเท่ากัน ดังนั้น ความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมในส่วนโค้งของวงกลมก็จะมีขนาดเท่ากันด้วย

รวมทั้งมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับมุมในครึ่งวงกลม มีนักเรียนที่มีมโนทัศน์ในระดับสูงจำนวน 1 คน ระดับปานกลางจำนวน 2 คน และระดับน้อยจำนวน 3 คนที่เข้าใจว่ามุมในครึ่งวงกลมจะแปรผันตามขนาดของวงกลม ดังตัวอย่างที่แสดงในภาพ 4

ข้อที่ 2 วงกลมวงหนึ่งมีรัศมี 3 เซนติเมตร ถ้าสร้างวงกลมอีกรวงหนึ่งโดยเพิ่มรัศมีให้เป็น 5 เท่าของวงกลมเดิม แล้วมุมในครึ่งวงกลมของวงกลมที่สร้างขึ้นใหม่มีขนาดเป็นเท่าไรเพราะเหตุใด

5.(3)
= 15 พ. เพราะ มุมจะเป็น 5 เท่าของวงกลมเดิม $\rightarrow 5(90) = 450$

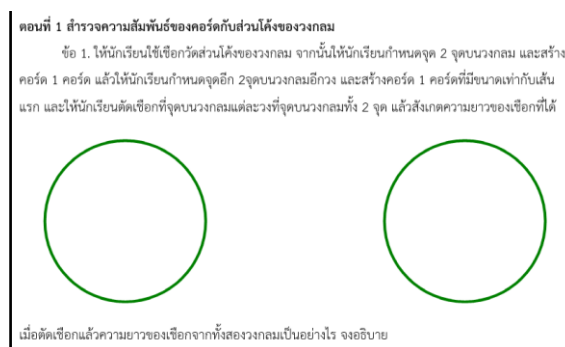
ภาพ 4 แสดงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

จากภาพ 4 จะพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจว่าขนาดของมุมในครึ่งวงกลมคือ 90 องศา แต่นักเรียนได้มีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนว่าเมื่อขนาดของวงกลมเปลี่ยนไปก็จะส่งผลต่อขนาดของมุมในครึ่งวงกลมด้วย

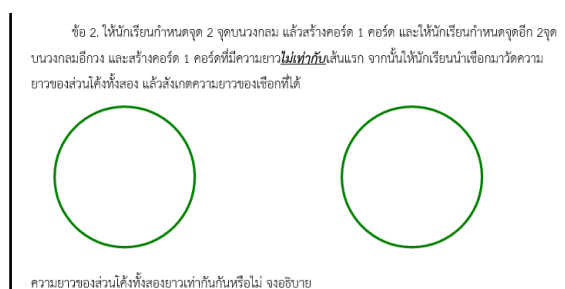
สรุปและอภิปรายผล

การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม จากคะแนนการทดสอบที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 73.38 ของคะแนนเต็มซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของยลนภา พลชัย (2548) ปราณี พรภวิชัยกุล (2549) และสถาปนา บุญมาก (2557) ที่พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ ส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูงถึงสูงมาก จำนวน 28 คน คิดเป็นร้อยละ 62.22 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ทั้งนี้เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์ มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 5 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 กำหนดมโนทัศน์ ในขั้นนี้ครูจะต้องวิเคราะห์เนื้อหา เพื่อกำหนดมโนทัศน์ที่ต้องการจะพัฒนาให้กับนักเรียน ซึ่งในการกำหนดมโนทัศน์นั้นจะช่วยให้นักเรียนได้รู้ถึงลักษณะที่สำคัญและชัดเจนของมโนทัศน์นั้น เช่น ครูต้องการสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้น

สัมผัสของวงกลม ซึ่งมีลักษณะมโนทัศน์ที่สำคัญ คือ มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น เมื่อครูรู้ถึงลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์นั้นแล้ว จะช่วยให้ครูออกแบบตัวอย่างในขั้นที่ 2 ได้ชัดเจนขึ้น ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง ครูจะต้องยกตัวอย่าง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มตัวอย่างที่เป็นไปตามมโนทัศน์ และกลุ่มตัวอย่างที่ไม่เป็นไปตามมโนทัศน์ ในขั้นนี้จะเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการค้นหาลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ โดยนักเรียนจะเป็นผู้สังเกต เปรียบเทียบ พิจารณาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ ซึ่งการยกตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เห็นลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ได้ชัดเจนมากกว่าการยกตัวอย่างแบบกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งซึ่งสอดคล้องกับ Huttenlocher (1962 อ้างถึงในโยธิน คັນสนยุทธ, 2523) ที่กล่าวว่า การให้ตัวอย่างทางบวกและทางลบช่วยในการเรียนมโนทัศน์ได้ดีกว่าการให้ตัวอย่างทางบวกเพียงอย่างเดียว ทั้งนี้การให้ตัวอย่างนั้นจะต้องมีมากพอ และจะต้องครอบคลุมลักษณะทั้งหมดของมโนทัศน์ ดังที่ทีศนา แหมมณี (2559) กล่าวว่า การเตรียมตัวอย่างนั้นผู้สอนจำเป็นต้องเตรียมตัวอย่างที่มีหลักการ / แนวคิดที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้แฝงอยู่ ตัวอย่างที่ควรให้ประกอบด้วยลักษณะ หรือคุณสมบัติย่อย ๆ ที่ครอบคลุม หลักการ / แนวคิดนั้น เช่น การให้ตัวอย่างมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับคอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม โดยลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นี้คือ ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วส่วนโค้งใหญ่ก็ยาวเท่ากัน การให้ตัวอย่างสามารถทำได้ดังตัวอย่างที่แสดงในภาพ 5 และ ภาพ 6



ภาพ 5 ตัวอย่างแสดงการให้ตัวอย่างที่เป็นไปตามมโนทัศน์



ภาพ 6 ตัวอย่างแสดงการให้ตัวอย่างที่ไม่เป็นไปตามมโนทัศน์

นอกจากนี้ Joyce and Weil (2004) ได้กล่าวถึงข้อดีของการจัดการเรียนรู้ด้วยการวิเคราะห์ตัวอย่างมโนทัศน์ จะทำให้นักเรียนเข้าใจลักษณะของมโนทัศน์ได้ดียิ่งขึ้น คือ นักเรียนจะสร้างมโนทัศน์ของสิ่งนั้นขึ้นมาจากลักษณะเฉพาะของสิ่งนั้นเอง ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน ขั้นนี้นักเรียนจะนำข้อสังเกตที่ได้จากการสังเกตลักษณะของตัวอย่างดังกล่าวมาสร้างเป็นสมมติฐานของตนเองไว้ โดยครูจะตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้เปรียบเทียบ คิดวิเคราะห์ แยกแยะลักษณะของตัวอย่างที่เป็นไปตามมโนทัศน์ และ ตัวอย่างที่ไม่เป็นไปตามมโนทัศน์ เพื่อกำจัด

สมมติฐานที่เป็นที่จ่อออกไป ซึ่งการตั้งคำถามของครู และการสังเกตลักษณะของตัวอย่างดังกล่าวจะช่วยให้ นักเรียนตั้งสมมติฐานได้ถูกต้องและรวดเร็วมากยิ่งขึ้น อีกทั้งเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนเปรียบเทียบสมมติฐานของตนเองกับเพื่อนๆ เช่น อาจมีการซักถามหรือตอบคำถามของเพื่อนนักเรียนด้วยกัน ซึ่งทำให้เกิดการมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนช่วยส่งเสริมความเข้าใจในโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น โดย Rays et al. (อ้างอิงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2554) ได้กล่าวว่า การสื่อสารมีส่วนสำคัญในการสร้างความเข้าใจ การสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูล ข้อเท็จจริงต่างๆ สามารถนำไปสู่โอกาสที่หลากหลายในการคิด การพูด และการฟัง ในการเรียนรูคณิตศาสตร์ด้วยการพูด การอธิบายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ สมมติฐาน และการอภิปรายการแสดงความคิดเห็นของนักเรียน ล้วนแล้วแต่เป็นการกระตุ้นให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งซึ่งสอดคล้องกับรายงานการวิจัยของ Muthukrishna (1993) ที่พบว่าการเรียนคณิตศาสตร์ในบรรยากาศของการสอนให้เกิดการค้นพบ การซักถามในชั้นเรียนทำให้นักเรียนมีความเข้าใจโมทัศน์ที่ลึกซึ้ง ขั้นที่ 4 การสรุปโมทัศน์ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องพิจารณาลักษณะสำคัญของโมทัศน์ แล้วสรุปโมทัศน์นั้น ๆ ออกมาในรูปทฤษฎีบทของวงกลม และขั้นที่ 5 การนำไปใช้ นักเรียนจะต้องนำความรู้ ความเข้าใจจากการสรุปโมทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้นที่นักเรียนได้ฝึกตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับโมทัศน์นั้นด้วยตนเอง จาก 5 ขั้นตอน ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างโมทัศน์นั้นจะเห็นได้ว่ามีความสอดคล้องกับรายงานการวิจัยของ Pritchard (1994) ซึ่งได้กล่าวถึงลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโมทัศน์ว่าเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูเป็นผู้นำเสนอโดยให้นักเรียนได้เรียนรู้แบบอุปนัย นักเรียนจะได้รับหรือสร้างโมทัศน์ด้วยตนเอง และจะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างโมทัศน์นั้นส่งเสริมให้นักเรียนเกิดโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี เพราะแต่ละในขั้นนี้นักเรียนต้องใช้ทักษะการสังเกต การคิด วิเคราะห์อย่างมีหลักการและเหตุผลเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปของโมทัศน์นั้น ๆ ซึ่งผลที่เกิดขึ้นคือทำให้นักเรียนมีโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี กล่าวคือ การจัดการเรียนรู้แบบสร้างโมทัศน์ทำให้นักเรียนสามารถสร้างโมทัศน์ได้ด้วยตนเองซึ่งเกิดจากการที่นักเรียนได้วิเคราะห์ลักษณะของตัวอย่างที่เป็นไปตามโมทัศน์ และตัวอย่างที่ไม่เป็นไปตามโมทัศน์ ทำให้นักเรียนสามารถแยกแยะลักษณะที่สำคัญของโมทัศน์ รวมไปถึงการแสดงเหตุผลสนับสนุนสมมติฐานของตนเองอย่างมีเหตุผล จนทำให้นักเรียนสามารถสรุปเป็นโมทัศน์ได้ ซึ่งสอดคล้องกับ ทิศนา ขมมนิ (2559) กล่าวว่า ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้โมทัศน์ จากการคิด วิเคราะห์และตัวอย่างที่หลากหลาย ดังนั้นผลที่ผู้เรียนจะได้รับโดยตรง คือ จะเกิดความเข้าใจในโมทัศน์นั้น และได้เรียนรู้ทักษะการสร้างโมทัศน์ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการทำความเข้าใจโมทัศน์อื่นๆต่อไปได้

ถึงแม้จะจัดกิจกรรมแบบเดียวกันแต่ก็ยังพบว่า ในภาพรวมยังมีนักเรียนบางส่วนทั้งจากกลุ่มสูง กลุ่มปานกลาง หรือกลุ่มน้อยที่ยังแสดงออกถึงโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ในประเด็นดังนี้ 1. นักเรียนเข้าใจขนาดของมุมในครึ่งวงกลมแปรผันตามขนาดของวงกลม แสดงว่านักเรียนมีโมทัศน์ที่จำกัดเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลม คือ นักเรียนเข้าใจว่ามุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90 องศา แต่จะแปรผันตามขนาดของวงกลม โดยอาจมีสาเหตุจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน คือเนื่องจากในขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่างครูให้นักเรียนสร้างรูปวงกลมและมุมในครึ่งวงกลมด้วยตนเอง ซึ่งอาจทำให้ได้ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมที่ไม่เที่ยงตรงทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ครั้งแรกที่ไม่ถูกต้อง เมื่อครูได้จัดประเด็นที่ไม่ใช่โมทัศน์ของขนาดของมุมในครึ่งวงกลมไปแล้ว แต่นักเรียนก็จำประสบการณ์แรกที่ตนเองได้รับจนเข้าใจว่าโมทัศน์ที่ตนเข้าใจนั้นเป็นโมทัศน์ที่ถูกต้องไปแล้วทำให้เกิดการสั่งสมประสบการณ์การเรียนรู้ที่ไม่ถูกต้อง หรืออาจเกิดจากความละเลยในประเด็นที่สำคัญของทฤษฎีบททำให้นักเรียนเข้าใจว่าตนมีโมทัศน์ที่ถูกต้องแล้ว แต่ความจริงแล้วนักเรียนมีโมทัศน์เพียงบางส่วนที่นำไปประยุกต์ใช้ไม่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับ Mestre (1987) ได้กล่าวว่า นักเรียนจะสั่งสมข้อมูลบางส่วนจากประสบการณ์ในแต่ละวัน จนกระทั่งนักเรียนได้สร้างเป็นความเข้าใจที่ฝังลึกซึ่งกลายเป็นโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ประเด็นที่ 2 คือ นักเรียนเข้าใจว่าเมื่อมุม

ที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากันแล้วส่วนโค้งที่รองรับวงกลมจะไม่แปรผันตามขนาดของวงกลม และประเด็นที่ 3 คือนักเรียนเข้าใจมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะต้องเกิดจากส่วนโค้งเดียวกันเท่านั้น โดยอาจมีสาเหตุมาจากการยกตัวอย่างที่เป็นไปตามมโนทัศน์ของครูที่ไม่มากพอ คือในใบกิจกรรม มีเพียง 1 สถานการณ์ที่ให้นักเรียนสังเกตเปรียบเทียบ วิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมุมโนทัศน์ซึ่งน้อยไปอาจไม่เพียงพอต่อธรรมชาติของการเรียนรู้ของนักเรียนบางคนส่งผลให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนซึ่งสอดคล้องกับรายงานการวิจัยของนวลศรี ชำนาญกิจ (2546) ที่พบว่า การยกตัวอย่างของครูเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และยังกล่าวอีกว่าการสอนมโนทัศน์นั้นเป็นเรื่องยากที่ทุกคนจะเรียนรู้ได้ในครั้งเดียว ซึ่งเป็นธรรมชาติของการเรียนรู้มโนทัศน์ ทั้งนี้เนื่องจากมีข้อจำกัดของเวลาใน 1 คาบเรียน จึงทำให้เวลาในการป้องกันและแก้ไขมโนทัศน์ดังกล่าวไม่มากพอ ดังคำกล่าวของ Vinner (1983) ที่กล่าวว่า การสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องและสมบูรณ์นั้นต้องใช้เวลาพอสมควร และอาจต้องใช้เวลานอกห้องเรียนด้วย นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยจารุวัตร นาควิมล (2559) ที่พบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจมีสาเหตุมาจากบริบทและกระบวนการจัดการเรียนรู้ของครูอีกด้วย

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัย

1. การให้ตัวอย่างจะต้องเป็นตัวอย่างที่ครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ได้ครบถ้วน และจะต้องมีจำนวนตัวอย่างมากพอสำหรับในการวิเคราะห์หาหลักสำคัญของมโนทัศน์ โดยที่ตัวอย่างที่เป็นไปตามมโนทัศน์ และตัวอย่างที่ไม่เป็นไปตามมโนทัศน์จะต้องมีความชัดเจนในตัวเอง เพื่อไม่ให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
2. การตั้งสมมติฐานนั้นจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ครูจะต้องเป็นผู้รับฟังความคิดเห็นของนักเรียน แล้วคอยสังเกตสมมติฐานที่นักเรียนได้สร้างขึ้นด้วยตนเอง หากนักเรียนคนใดยังไม่สามารถสร้างสมมติฐานได้ครูจะต้องยกตัวอย่างเพิ่มเติม หรือใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องและสมบูรณ์ ในขั้นนี้ครูจะต้องให้เวลากับนักเรียนในการคิดและทดลองสมมติฐานซึ่งต้องใช้เวลาค่อนข้างมาก ดังนั้นครูควรวางแผนการจัดการเรียนการสอนอย่างรัดกุม ไม่รีบร้อนในการเร่งให้นักเรียนได้มาซึ่งสมมติฐาน
3. การสรุป ครูจะต้องให้เวลากับนักเรียนในการคิดหาหลักสำคัญของมโนทัศน์ ไม่ควรบอกหรืออธิบายถึงข้อสรุปที่ถูกต้องของมโนทัศน์ให้กับนักเรียน ควรให้นักเรียนเป็นผู้สร้างข้อสรุปของมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยครูทำหน้าที่เป็นผู้คอยตรวจสอบความถูกต้องและให้คำแนะนำนักเรียน
4. การนำไปใช้ ครูจะต้องมอบหมายงานหรือแบบฝึกหัดเพื่อให้นักเรียนได้นำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพื่อเป็นการตรวจสอบมโนทัศน์ของนักเรียน รวมไปถึงเป็นข้อมูลสำหรับครูว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือไม่ พร้อมทั้งนำไปปรับปรุงและพัฒนาการสอนของตนเอง
5. ครูควรนำลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นไปเป็นข้อมูลพื้นฐานสำหรับการจัดการเรียนการสอน เพื่อป้องกันหรือเน้นย้ำในประเด็นที่นักเรียนมักจะเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์ ในรายวิชาอื่น ๆ และในระดับชั้นอื่น ๆ เนื่องจากรูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์มีลักษณะเปิดกว้าง สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับรายวิชาต่าง ๆ และกลุ่มผู้เรียนในระดับชั้นต่าง ๆ
2. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างมโนทัศน์ไปใช้ในการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น เช่น พัฒนากิจกรรมการให้เหตุผล เพราะ ในขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน และขั้นที่ 4 การสรุปนั้น

นักเรียนต้องอาศัยการให้เหตุผล ในการคิดวิเคราะห์ การรวบรวมลักษณะที่สำคัญของโมทัศน์รวมทั้งตรวจสอบความสมเหตุสมผลของสมมติฐานที่ตั้งขึ้นจนสรุปออกมาในรูปแบบทฤษฎีบทวงกลม

3. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างโมทัศน์ไปใช้ในการพัฒนาคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เช่น พัฒนาคุณลักษณะใฝ่เรียนรู้เพราะขั้นตอนการใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสร้างโมทัศน์ส่งเสริมให้นักเรียนมีความเพียรพยายามในการเรียน ในการแสวงหาความรู้ และวิเคราะห์สรุปองค์ความรู้

เอกสารอ้างอิง

- โกมล ไพศาล. (2540). *การพัฒนาชุดการสอนเรขาคณิตสำหรับครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น*. (ปริญญา
นิพนธ์การศึกษาคุณวุฒิปบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- จารุวัตร นาควิมล. (2559). *การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม
อนันต์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนท่ายาววิทยา อำเภอยาง่าง จังหวัดเพชรบุรี*. (วิทยานิพนธ์
ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- จารุวรรณ ปะกัง. (2551). *ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เกี่ยวกับเรื่องวงกลมจากผลงานศิลปะ*.
(วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ทิตนา แหมมณี. (2559). *ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ*
(พิมพ์ครั้งที่ 20.). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- แนวทางพื้นฐานในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง. (2541). ฝ่ายแนะแนวการศึกษา สำนักบริการการศึกษา
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
- นวลศรี ชำนาญกิจ. (2546). *การวิเคราะห์ภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาตอนต้นในจังหวัดนครสวรรค์*. (วิทยานิพนธ์คุณวุฒิปบัณฑิต), มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.
- ปราณี พรวิชัยกุล. (2549). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างโมทัศน์ที่มีต่อ
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*.
(วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- ยลนภา พลชัย. (2548). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทาง
คณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี*.
(วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- โยธิน ศันสนยุทธ์. (2523). *จิตวิทยาสำหรับครู*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรจร. (2547). *การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์*.
กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2554). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่
ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์* (พิมพ์
ครั้งที่ 3.). กรุงเทพฯ: 3- คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). *รายงานสรุปผลการประเมิน PISA 2015
วิทยาศาสตร์ การอ่าน คณิตศาสตร์*. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
<https://pisathailand.ipst.ac.th/pisa2015summaryreport/>

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). รายงานสรุปผลการประเมิน PISA 2015

วิทยาศาสตร์ การอ่าน คณิตศาสตร์. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

<https://pisathailand.ipst.ac.th/pisa2015summaryreport/>

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). รายงานสรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติดิฉัน
พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2561. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

http://www.newonetestresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM3_2561.pdf

สถาปนา บุญมาก. (2557). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อ

มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่
2 (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยบูรพา

สิริพร ทิพย์คง. (ม.ป.ป.). เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีการสอนวิชาคณิตศาสตร์:

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อัมพร ม้าคอง. (2547). เอกสารประกอบการสอนรายวิชา ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์:

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อรชา อิศรางกูร ณ อยุธยา. (2556). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์
ทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเทพศรี
นทร์. (วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์,

อรรถพรณ เลื่อนแป้น. (2555). การศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์
ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "ลำดับและอนุกรม" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยม
สาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร. (ปริญญาศึกษาศาสตร
มหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

Joice, B. and Weil, M. (2004). *Model of teaching*. Boston: Allyn and Bacon.

Mestre, J. (1987). Why should mathematics and science teachers be interested in cognitive research
findings? *Academic Connections* (pp. 3-5). New York: The College Board.

Muthukrishna, A. (1993). Training Mathematical Reasoning : Direct Explanation versus constructivist
Learning. Dissertation Abstracts International.

Pritchard. (1994). *Teaching Thinking across the Curriculum with the Concept Attainment Model*.
<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED379303.pdf>

Vinner, S. (1983). Concept Definition, Concept Image and the Nation of Function. *International
Journal of Mathematical Education in Sciences and Technology*, 14, 293-305

Yasseen AL-Rababaha. (2020). *Misconceptions in School Algebra*. *International Journal of Academic
Research In Business & Social Sciences*, 10, 803-812.