การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา

Action Research to Develop Learning Management Using Conceptual Metaphor and Pólya Problem-Solving Process to Enhance Mathematical Representations and Problem-Solving Ability on Fraction of Elementary Students

ใบเงิน แพรขาว[1] และวิเชียร ธำรงโสตถิสกุล[2]

Baingern Phaekhao [1] and Wichian Thamrongsotthisakul[2]

[1]สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

[2]ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

[1*]Mathematic Education, Faculty of Education, Naresuan University

[2]Department of Education, Faculty of Education, Naresuan University

E-mail: baingernp66@nu.ac.th[1], wichianth@nu.ac.th[2]

Received: 2025-4-27; **Revised:** 2025-10-25; **Accepted:** 2025-10-30

บทคัดย่อ

การวิจัยเชิงปฏิบัติการนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา 2) เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่มีต่อความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 21 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนขยายโอกาสขนาดกลางประจำตำบลแห่งหนึ่งในจังหวัดพิจิตร โดยใช้วิธีการเลือกอย่างเจาะจง การวิจัยนี้ใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน 3 วงจรปฏิบัติการ เวลาเรียนรวม 14 ชั่วโมง เครื่องมือวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหาและการตรวจสอบสามเส้า ผลการวิจัยพบว่า

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ต้องให้ความสำคัญกับ 1) การเตรียมอุปลักษณ์ต้นทางและปลายทางซึ่งปรากฏในชีวิตจริงโดยเฉพาะบริบทโรงเรียนของนักเรียน 2) การนำเสนอสถานการณ์ใกล้ตัวที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันและบริบทความเป็นอยู่ของนักเรียนในชุมชนโรงเรียน 3) การเปิดกว้างให้นักเรียนใช้อุปลักษณ์เพื่อวางแผนแก้ปัญหาและนักเรียนได้แก้ปัญหาอย่างหลากหลายตามตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองเลือก และ 4) การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตรวจสอบและสะท้อนผลการแก้ปัญหาโดยใช้การเปรียบเทียบผ่านอุปลักษณ์ที่หลากหลาย

2. นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบด้านการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ (R1) และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อไปแก้ปัญหา (R2) อยู่ในระดับ 3 คิดเป็น 57.1% และ 52.4% ตามลำดับ

และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับ 3 ซึ่งมีองค์ประกอบด้านความเข้าใจปัญหาได้มากที่สุด (P1) คิดเป็น 57.1% รองลงมา คือ การเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา (P2) 47.6% การใช้กลวิธีการแก้ปัญหา (P3) 47.6% และสรุปคำตอบ (P4) 38.1% ตามลำดับ

คำสำคัญ: อุปลักษณ์มโนทัศน์, กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา, ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์, การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, เศษส่วน

Abstract

This action research aimed to study (1) the approaches of learning management using conceptual metaphor and Pólya's problem-solving process to enhance students' ability in mathematical representation and problem-solving on fractions, and (2) the effect of learning management by using the concept of metaphor and Pólya's problem-solving process on the ability to use mathematical representations and solve mathematical problems on fractions of primary school students. The sample was 21 Grade 6 students in the second semester of the academic year 2024 at a medium-sized opportunity expansion school in Phichit Province , selected by purposive sampling. The study adopted three classroom-action-research cycles with a total of 14 instructional hours. The instrument for collecting data was lesson plans, learning reflection forms, activity sheets, a mathematical representation test, and a mathematical problem-solving test. Data were analyzed by content analysis and triangulation. The research results were found as follows;

1. The learning implementation should: (1) preparing source and target metaphors from real-life contexts, especially those related to students' school environment; (2) presenting relatable situations connected to students' daily lives and community contexts; (3) encouraging students to use metaphors to plan and solve problems in various ways based on their chosen mathematical representations; and (4) enabling students to review and reflect on their problem-solving process using diverse metaphors.

2. Most students demonstrated the highest ability in selecting mathematical representations to communicate ideas about mathematical situations (R1) and using representations to solve problems (R2) at Level 3, accounting for 57.1% and 52.4%, respectively. Furthermore, most students showed the highest ability in understanding problems (P1) at Level 3, accounting for 57.1%, followed by selecting strategies (P2) 47.6%, applying strategies (P3) 47.6%, and concluding answers (P4) 38.1%, respectively.

Keywords: Conceptual Metaphor, Pólya's problem-solving process, mathematical representation, mathematical problem-solving, fractions

บทนำ

คณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) การพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงควรเน้นที่ความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ NCTM (2000) ได้กล่าวว่า การใช้ตัวแทนเป็นศูนย์กลางของการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง สามารถหาความสัมพันธ์ในสิ่งที่เขาได้สร้างขึ้นหรือเปรียบเทียบสิ่งต่าง ๆ ด้วยการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหาโดยใช้กระบวนการที่เป็นระบบ สอดคล้องกับ กระทรวงศึกษาธิการ (2560) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผน แก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง ดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวว่า การมีตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือมโนภาพทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันจะทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันด้วย ซึ่งในปัจจุบันการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มุ่งเน้นที่การคิดวิเคราะห์ปัญหา การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของสิ่งที่คิดได้นักเรียนจะได้ใช้ความรู้ความสามารถที่มีอยู่ลงมือแก้ปัญหา

ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนโรงเรียนขยายโอกาสขนาดกลางแห่งหนึ่งในจังหวัดพิจิตร จากการสังเกตและผลสัมฤทธิ์ปีที่ผ่านมา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สับสนระหว่างแนวคิดของเศษส่วนกับจำนวนเต็ม ส่งผลให้ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดคณิตศาสตร์สื่อสารในการดำเนินการของเศษส่วนได้ ทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ดีเท่าที่ควร จึงไม่สามารถประยุกต์ใช้ความรู้เพื่อทำความเข้าใจและแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆได้ ผู้วิจัยจึงสรุปได้ว่า แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เชื่อมโยงจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่มีความคุ้นเคยนำไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมโดยเรียนรู้จากวัตถุจริงควบคู่ไปกับสัญลักษณ์เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

อุปลักษณ์เป็นการแสดงตัวแทนของสิ่งที่เป็นนามธรรมผ่านทางวัตถุที่เรียบง่าย คุ้นเคย และมีความหมายในตนเองสามารถมองเป็นการเชื่อมโยงความคิดที่เป็นนามธรรมกับรูปธรรม (Lakoff and Núñez, 2000) หน้าที่หลักของอุปลักษณ์คือการสื่อความหมายของสิ่งที่เป็นนามธรรมในรูปแบบของบริบทที่คุ้นเคย อุปลักษณ์เป็นเครื่องมือที่มีพลังในการสื่อสารของสิ่งหนึ่งในมุมมองของอีกสิ่งหนึ่ง ซึ่งการบูรณาการอุปลักษณ์มโนทัศน์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์สามารถเป็นตัวกลางในการจัดการเรียนการสอนและการเรียนรู้ อีกทั้งยังช่วยในการพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อีกด้วย (Pradhan, 2019) ผู้วิจัยจึงนำมาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิดความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดคณิตศาสตร์นำเสนอถ่ายทอดความคิดจากสิ่งที่เป็นนามธรรมออกมาเป็นรูปธรรม และใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสมตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ได้แก่ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา 4) ขั้นตรวจสอบผล

จากข้อมูลที่ได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยเห็นความสอดคล้องและความเป็นไปได้ของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้อุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยามาพัฒนาความสามารถการใช้ตัวแทนความคิดคณิตศาสตร์ และความสามารถการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา ซึ่งเนื้อหามีความเหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้อุปลักษณ์มโนทัศน์เพราะมีความหมายที่เข้าใจยากและสามารถใช้ตัวแทนความคิดคณิตศาสตร์ได้หลากหลายนำไปสู่การแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีที่มีความสัมพันธ์กับการใช้ชีวิตประจำวันสอดคล้องกับบริบทในชุมชน ผู้วิจัยคาดหวังว่าผลการวิจัยครั้งนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางให้ครูคณิตศาสตร์สามารถนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้อุปลักษณ์มโนทัศน์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนในชั้นเรียนของตนเองได้อย่างมีประสิทธิผลต่อไป

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา

2. เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่มีต่อความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา

การทบทวนวรรณกรรม

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร บทความ และตรวจสอบงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเด็นต่อไปนี้

1. อุปลักษณ์มโนทัศน์ (Conceptual Metaphor)

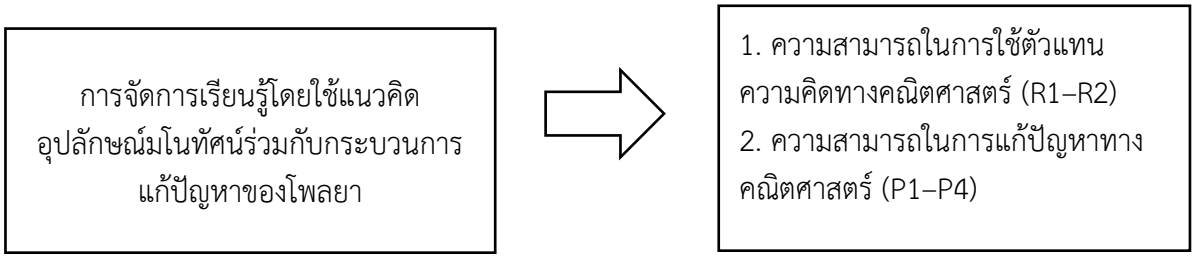
ราชบัณฑิตยสภา (2560) ได้ให้ความหมายของอุปลักษณ์มโนทัศน์ คือ การเปรียบสิ่งหนึ่งเป็นอีกสิ่งหนึ่ง ซึ่งปรากฏในชีวิตประจำวันบ่อยมากจนกลายเป็นมโนทัศน์ที่บรรจุไว้ในระบบปริชาน เช่น Argument is war. เป็นอุปลักษณ์มโนทัศน์ที่เกิดจากการเปรียบมโนทัศน์ argument เป็นมโนทัศน์ของ war โดยในทางคณิตศาสตร์ศึกษา Kunioka (2009) กล่าวว่า อุปลักษณ์มโนทัศน์มีอยู่สองประเภท ได้แก่ อุปลักษณ์รากฐาน (Grounding Metaphor) และ อุปลักษณ์สร้างความเชื่อมโยง (Linking Metaphor) อุปลักษณ์รากฐานช่วยให้เราสามารถถ่ายโอนประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน (เช่น การนำสิ่งของมากองรวมกัน) ไปสู่แนวคิดเชิงนามธรรม (เช่น การบวก) ในขณะที่อุปลักษณ์สร้างความเชื่อมโยง เชื่อมโยงสาขาต่าง ๆ ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน ตัวอย่างเช่น การเชื่อมโยงเรขาคณิตกับพีชคณิต เมื่อนึกถึงจำนวนเป็นจุดบนเส้นจำนวน Lakoff and Núñez (2000) ได้แบ่งอุปลักษณ์รากฐาน แนวคิดเรื่องเศษส่วนจากอุปลักษณ์เลขคณิต ได้แก่ 1) เลขคณิตคือการสร้างวัตถุ (Arithmetic is Object Construction) อธิบายจำนวนในฐานะวัตถุที่มีลักษณะเป็นรูปธรรมโดยแบ่งวัตถุออกเป็น n ส่วนเท่า ๆ กัน และเศษส่วนคือวัตถุทั้งหมดซึ่งเกิดจากการนำชิ้นส่วนขนาด $\frac{1}{n}$ มารวมกัน 2) อุปลักษณ์ของแท่งวัด (The Measuring Stick Metaphor) เศษส่วนถูกแสดงในฐานะความยาวของวัตถุทางกายภาพ ซึ่งมีมิติเดียวและมีลักษณะต่อเนื่อง เศษส่วนจึงเป็นความยาวหรือระยะทางที่เกิดจากการประกอบชิ้นส่วนขนาด $\frac{1}{n}$ เข้าด้วยกัน 3) เลขคณิตคือการเคลื่อนไหวตามเส้นทาง (Arithmetic is Motion Along a Path) เปรียบเทียบจำนวนกับการเคลื่อนไหว โดยมองว่าจำนวนคือตำแหน่งของจุดบนเส้นทาง อุปลักษณ์นี้มองว่าเศษส่วนคือตำแหน่งของจุดที่ได้จากการเคลื่อนที่ซ้ำ ๆ ด้วยระยะ $\frac{1}{n}$ และ Johann & van den Heuvel-Panhuizen (2024) ได้ศึกษานักเรียนด้วยการฟังสิ่งที่นักเรียนพูดและดูสิ่งนักเรียนกระทำซึ่งได้ระบุเป็นอุปลักษณ์หลักสามประการ ได้แก่ 1) เศษส่วนเป็นภาชนะ เปรียบเศษส่วนเป็นกล่องหรือภาชนะที่เก็บชิ้นส่วนได้เพื่อเข้าใจโครงสร้างของเศษส่วนในรูป ส่วนย่อย-ส่วนรวม 2) เศษส่วนเป็นส่วนที่แยก เปรียบเศษส่วนเป็นชิ้นส่วนที่มาจากการแบ่งบางสิ่งจากทั้งหมดเพื่อเข้าใจโครงสร้างของเศษส่วนในรูปผลหาร 3) เศษส่วนเป็นขนาด ทำความเข้าใจเศษส่วนในแง่ของเศษส่วนใหญ่หรือเล็กหรือจำนวนที่แตกต่างกันเพื่อเข้าใจโครงสร้างของเศษส่วนในรูปการวัด จากข้อมูลที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยเลือกใช้อุปลักษณ์เศษส่วนเป็นน้ำในแก้วซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของอุปลักษณ์เศษส่วนเป็นภาชนะ เนื่องจากมีความเหมาะสมกับผู้เรียนและบริบทอุปลักษณ์แก้วน้ำเป็นวัตถุรูปธรรมที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวัน และง่ายต่อการถ่ายโอนประสบการณ์เชื่อมโยงจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม สื่อแก้วน้ำที่ติดสติ๊กเกอร์แสดงการแบ่งเป็นชิ้นส่วนช่วยให้เห็นขอบเขต และโครงสร้างแบบส่วนย่อย-ส่วนรวมของเศษส่วนได้อย่างชัดเจน นำไปสู่แนวคิดความหมายของเศษส่วน และการดำเนินการเปรียบเทียบ เรียงลำดับ บวก ลบ เศษส่วน

2. กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

Pólya (1973) นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาดังนี้ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหาเพื่อทำความเข้าใจ นักเรียนจะต้องตัดสินว่า สิ่งที่ต้องการหาคืออะไร เพื่อกำหนดทิศทางในการระบุส่วนสำคัญของปัญหา 2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ของข้อมูลและตัวแปรไม่ทราบค่า และนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนลงรายละเอียดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ 4) ขั้นตรวจสอบผล นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มาเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง หรือความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนั้นการนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาจะส่งผลให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น โดยอุปลักษณ์แต่ละชนิดอาจส่งเสริมขั้นตอนต่าง ๆ ได้แตกต่างกัน เช่น อุปลักษณ์แก้วน้ำ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่าง “ส่วน” กับ “ทั้งหมด” ในขั้นตอน เข้าใจปัญหา อุปลักษณ์แท่งวัด สนับสนุนขั้นตอน วางแผนและลงมือแก้ปัญหา ด้วยการเปรียบเทียบความยาวของส่วนต่าง ๆ อุปลักษณ์การเคลื่อนที่บนเส้นจำนวน ช่วยในการตรวจสอบผลและอธิบายคำตอบ ผ่านการใช้เส้นจำนวนเป็นตัวแทนการเปรียบเทียบค่าของเศษส่วน (NCTM, 2000; English & Halford, 1995) เป็นต้น

อย่างไรก็ตาม การใช้อุปลักษณ์เพียงชนิดเดียวอาจนำไปสู่ การถ่ายโอนผิด เช่น นักเรียนอาจเข้าใจว่าเศษส่วน “1/2” ของเค้กใหญ่กับเค้กเล็กมีค่าต่างกันเพราะอ้างอิงขนาดทางกายภาพไม่เท่ากัน (Ni & Zhou, 2005) เพื่อป้องกันปัญหานี้ ควรจัดกิจกรรมที่ใช้อุปลักษณ์หลายรูปแบบ และยืนยันแนวคิดผ่าน ตัวแทนความคิดต่างรูปแบบ ได้แก่ ภาพ วัตถุจริง สัญลักษณ์ และภาษาคณิตศาสตร์ (Lesh, Post, & Behr, 1987; Ainsworth, 2006)

กรอบแนวคิดการวิจัย



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

ความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มีองค์ประกอบได้แก่

R1 หมายถึง การเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

R2 หมายถึง การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อไปแก้ปัญหา

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีองค์ประกอบได้แก่

P1 หมายถึง ความเข้าใจปัญหา

P2 หมายถึง การเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา

P3 หมายถึง การใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา

P4 หมายถึง การสรุปคำตอบ

วิธีดำเนินการวิจัย

รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) ตาม แนวคิดของ Kemmis & McTaggart (1996, อ้างอิงใน สิรินภา กิจเกื้อกูล, 2557, น. 149-152) ซึ่ง ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่

1) ขั้นวางแผน (Plan) ผู้วิจัยศึกษาสภาพปัญหาเชิงบริบทของชั้นเรียน และงานวิจัยที่เกี่ยวกับอุปลักษณ์มโนทัศน์และกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อนำมาออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ ดังตารางที่ 1

2) ขั้นปฏิบัติการ (Act) ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นไปใช้ในห้องเรียน ซึ่งดำเนินการในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 จำนวน 3 แผน รวมเป็น 14 ชั่วโมง

3) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) ผู้วิจัย และผู้ร่วมสังเกตการณ์ (ครูประจำการ) บันทึกข้อมูลระหว่างสอนด้วยแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้เพื่อใช้ประกอบการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย

4) ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้เพื่อสรุปบทเรียนและอุปสรรค แล้วนำไปใช้ปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ในวงจรถัดไปให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

โดยทั้ง 4 ขั้นตอน ดำเนินการเป็นวงจรปฏิบัติการที่ต่อเนื่อง มีลักษณะทำซ้ำเป็นวงจรปฏิบัติการทั้งหมด 3 วงจร จำนวน 14 ชั่วโมง โดยผู้วิจัยจะนำผล ที่ได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละวงจรปฏิบัติการมาสะท้อนผล เพื่อวางแผนการจัดการเรียนรู้ ในวงจรปฏิบัติการถัดไปจนครบจำนวนวงจรที่กำหนด

กลุ่มเป้าหมาย

นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 21 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนขยายโอกาสขนาดกลางประจำตำบลแห่งหนึ่งในจังหวัดพิจิตร โดยใช้วิธีการเลือกอย่างเจาะจง (Purposive Sampling)

เครื่องมือวิจัย

ผู้วิจัยได้นำเครื่องมือทั้งหมดเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่านตรวจสอบ ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา และครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ วิชาคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 3 แผน รวมทั้งหมด 14 ชั่วโมง แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง อุปลักษณ์ความหมาย การเปรียบเทียบ และเรียงลำดับเศษส่วนและจำนวนคละ จำนวน 6 ชั่วโมง แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง อุปลักษณ์การบวกเศษส่วนและจำนวนคละ จำนวน 4 ชั่วโมง และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง อุปลักษณ์การลบเศษส่วนและจำนวนคละ จำนวน 4 ชั่วโมง ผู้วิจัยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ แบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ตามแบบของลิเคิร์ท (Likert) ผลการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญ พบว่า มีค่าเฉลี่ยความเหมาะสม เท่ากับ 4.56 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 0.15 ซึ่งถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวมีความเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ได้

ตารางที่ 1 ลำดับของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ

วงจรปฏิบัติการ	แผนการจัดการเรียนรู้	กิจกรรม	เวลาเรียน (ชั่วโมง)
วงจรปฏิบัติการที่ 1	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง อุปลักษณ์ความหมาย การเปรียบเทียบ และเรียงลำดับเศษส่วนและจำนวนคละ	น้ำในแก้ว สูง กลาง ต่ำ	6
วงจรปฏิบัติการที่ 2	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง อุปลักษณ์การบวกเศษส่วนและจำนวนคละ	น้ำและน้ำมันเข้ากันไม่ได้	4

วงจรปฏิบัติการ	แผนการจัดการเรียนรู้	กิจกรรม	เวลาเรียน (ชั่วโมง)
วงจรปฏิบัติการที่ 3	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง อุปลักษณ์การลบเศษส่วนและจำนวนคละ	เทน้ำออกจากแก้ว	4

2. ใบกิจกรรม เป็นส่วนหนึ่งของแผนการจัดการเรียนรู้และใช้เก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระหว่างดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้โดยมีข้อคำถามให้นักเรียนเขียนตอบแบบอิสระ ได้แก่ ใบกิจกรรมที่ 1 น้ำในแก้ว สูง กลาง ต่ำ ใบกิจกรรมที่ 2 น้ำและน้ำมันเข้ากันไม่ได้ และใบกิจกรรมที่ 3 เทน้ำออกจากแก้ว

3. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ สร้างขึ้นเพื่อใช้บันทึกเหตุการณ์ต่าง ๆ ในการจัดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น ซึ่งผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกต เป็นผู้บันทึกข้อมูลในแต่ละขั้นของการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำผลที่ได้มาวิเคราะห์หาแนวทางในการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป

4. แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ โดยผู้วิจัยใช้แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับองค์ประกอบของความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของแบบทดสอบ ผลการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญ พบว่า มีค่าดัชนี IOC อยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00 ผ่านเกณฑ์ จำนวน 12 ข้อ

5. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเป็นแบบทดสอบอัตนัย ประกอบด้วย 4 สถานการณ์ แต่ละสถานการณ์จะมี 6 คำถามย่อย โดยผู้วิจัยใช้แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของแบบทดสอบ ผลการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญ พบว่า มีค่าดัชนี IOC เท่ากับ 1.00 ผ่านเกณฑ์ จำนวน 24 ข้อ

ทั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการปรับปรุงเครื่องมือทุกประเภทตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ และตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งก่อนนำไปใช้ในการเก็บข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

1. ปฐมนิเทศและชี้แจงจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย

2. ดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน จำนวน 3 วงจรปฏิบัติการ ในชั่วโมงปกติของโรงเรียนโดยใช้เวลาจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 14 ชั่วโมง

3. ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา นักเรียนเขียนคำตอบหรือแสดงวิธีคิดในใบกิจกรรมที่กำหนดให้ ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สังเกตและจดบันทึกพฤติกรรมที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ลงในแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. เมื่อนักเรียนเขียนคำตอบหรือแสดงวิธีการคิดลงในใบกิจกรรมเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะให้คะแนนใบกิจกรรมของนักเรียน และผู้วิจัยจะทำการสะท้อนผลการทำกิจกรรมให้นักเรียนทราบในชั่วโมงสุดท้ายของแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้

5. เมื่อเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยจะนำผลที่ได้ จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดให้อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมสะท้อนผล เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุง แผนการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

6. หลังเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 3 แผน 3 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล

7. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลมาวิเคราะห์เชิงคุณภาพ วัตถุประสงค์ 2 ข้อ ดังนี้

5.1 วิเคราะห์แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีเครื่องมือวิจัย คือ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้มาวิเคราะห์หลังสิ้นสุดแต่ละวงจรปฏิบัติการ โดยการลดและแยกข้อมูล รวมกลุ่มข้อมูลเป็นหมวดหมู่ หาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ ได้ตรวจสอบความสอดคล้องของข้อมูลผ่านกระบวนการตรวจสอบแบบสามเส้าด้านแหล่งข้อมูล (Resource Triangulation) ซึ่งมุ่งเน้นการวิเคราะห์ปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางแก้ไขเพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

5.2 วิเคราะห์ความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยการวิเคราะห์เนื้อหาจากใบกิจกรรม แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลหลังจากจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ โดยใช้การตรวจสอบสามเส้าด้านวิธีรวบรวมข้อมูล (Method Triangulation) เริ่มจากการลดและแยกข้อมูล รวมกลุ่มข้อมูลที่แสดงถึงความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบ และกำหนดรหัสข้อมูลตามระดับพฤติกรรมของนักเรียนในแต่ละกระบวนการออกเป็น 4 ระดับ จากนั้นจึงนำข้อมูลที่ได้ไปตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างผลการวิเคราะห์จากใบกิจกรรม แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ต่อมาทำการสรุปผล เพื่อแสดงความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในรูปร้อยละ

ตารางที่ 2 ตัวอย่างรหัสการวิเคราะห์เพื่อแสดงระดับความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบ	รหัส	ระดับ
การเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์	R1	ระดับ 3 : นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดได้อย่างเหมาะสมโดยสื่อสารความหมายได้ทุกตัวแทน
		ระดับ 2 : นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดได้อย่างเหมาะสมโดยสื่อสารความหมายได้บางตัวแทน
		ระดับ 1 : นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิดได้อย่างไม่เหมาะสมไม่สามารถสื่อความหมายได้
		ระดับ 0 : นักเรียนไม่ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์หรือสื่อความคิด
การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อไปแก้ปัญหา	R2	ระดับ 3 : นักเรียนใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม และนำไปสู่การแก้ปัญหาได้สมบูรณ์
		ระดับ 2 : นักเรียนใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้เหมาะสม แต่นำไปสู่การแก้ปัญหาได้เพียงบางส่วน
		ระดับ 1 : นักเรียนใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างไม่เหมาะสม และไม่นำไปสู่การแก้ปัญหา
		ระดับ 0 : นักเรียนไม่ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่การแก้ปัญหาได้

ผลการวิจัย

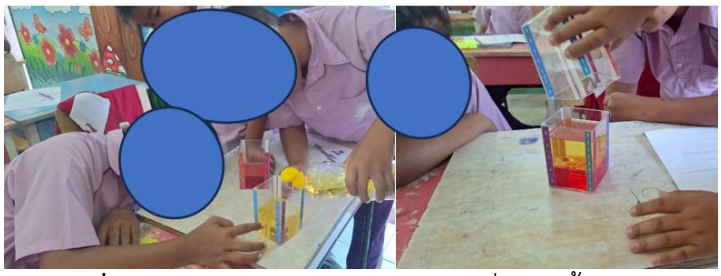
ผู้วิจัยได้นำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพของผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์การวิจัย 2 ส่วน ดังนี้

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา ผู้วิจัยได้ค้นพบแนวทางที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เตรียมการ ครูเตรียมอุปลักษณ์ต้นทางและปลายทางซึ่งปรากฏในชีวิตจริงโดยเฉพาะบริบทโรงเรียนของนักเรียนเป็นขั้นที่ครูเป็นผู้เลือกอุปลักษณ์มโนทัศน์ที่เหมาะสมกับเนื้อหาเรื่อง เศษส่วน โดยใช้อุปลักษณ์รากฐานถ่ายโยงประสบการณ์จากชีวิตประจำวัน ได้แก่ ภาชนะ น้ำในแก้ว อาหาร การเดินทาง หรือการวัดความยาว เป็นต้น ไปสู่แนวคิดนามธรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเปรียบเทียบ การเรียงลำดับ การบวกลบเศษส่วน ตัวอย่างเช่น เศษส่วนเป็นปริมาตรของน้ำในแก้ว โดยใช้สี่เหลี่ยมเป็นตัวแทน, เศษส่วนเป็นอาหารโดยใช้วงกลมเป็นตัวแทน, เศษส่วนเป็นระยะทางโดยใช้เส้นจำนวนเป็นตัวแทน ใช้อุปลักษณ์สร้างความเชื่อมโยง เชื่อมโยงสาขาต่าง ๆ ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันนำไปสู่การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น การใช้เส้นจำนวนเชื่อมโยงเรื่องการวัดกับเศษส่วน และวางแผนการเตรียมสื่อประกอบให้เหมาะสมกิจกรรมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ผ่านอุปลักษณ์

ขั้นตอนที่ 2 นำเข้าสู่บทเรียน ครูนำเสนอสถานการณ์ใกล้ตัวที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันและบริบทความเป็นอยู่ของนักเรียนในชุมชนโรงเรียนเป็นขั้นที่นักเรียนอ่านและวิเคราะห์สถานการณ์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันบริบทชุมชนโรงเรียนแล้วตอบคำถามในใบกิจกรรม ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาขั้นทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูนำเสนอสถานการณ์ใกล้ตัว เช่น การเติมน้ำในแก้ว การเทน้ำออกจากแก้ว การใช้เครื่องปรุงในห้องครัว การแบ่งขนมหม้อแกง พื้นที่เกษตรในบริเวณรอบโรงเรียน โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมชั้นเรียนช่วยให้นักเรียนเข้าใจ เรื่อง เศษส่วน ผ่านการอุปลักษณ์จากสิ่งที่อยู่ในชีวิตประจำวัน นอกจากนี้ครูจากใช้สื่อการเรียนรู้ เช่น คลิปวิดีโอประกอบสถานการณ์เพื่อดึงดูดความสนใจของนักเรียน และสื่อจากเว็บไซต์เพื่อส่งเสริมอุปลักษณ์ของนักเรียน

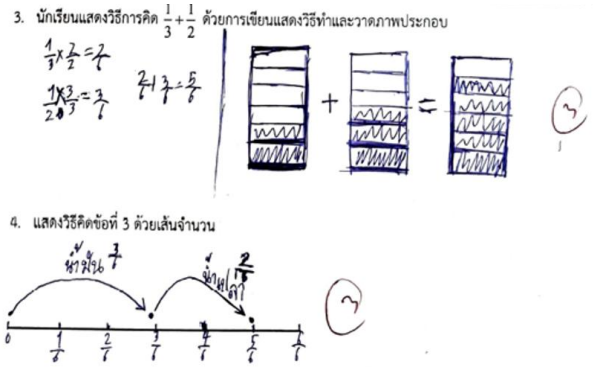
ขั้นตอนที่ 3 การจัดการเรียนรู้ ครูเปิดกว้างให้นักเรียนใช้อุปลักษณ์เพื่อวางแผนแก้ปัญหาและนักเรียนได้แก้ปัญหาอย่างหลากหลายตามตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองเลือกเป็นขั้นที่นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เพื่อวางแผนการแก้ปัญหาจากประสบการณ์หรือสิ่งที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวันมาเป็นฐานในการเลือกตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการถ่ายโยงแนวคิดสู่เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ครูสังเกตการวางแผนวิธีในการแก้ปัญหานักเรียนพร้อมให้คำแนะนำรวมถึงช่วยนักเรียนตรวจสอบความถูกต้องตามความเหมาะสม



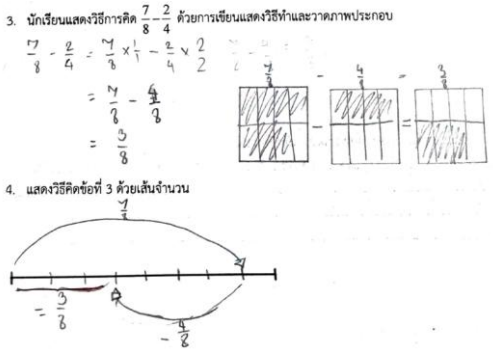
ภาพที่ 2 แสดงนักเรียนบวกเศษส่วนจากสื่อแก้วน้ำเศษส่วน

ภาพที่ 3 แสดงนักเรียนลบเศษส่วนจากสื่อแก้วน้ำเศษส่วน

และเป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้แก้ปัญหาอย่างหลากหลายตามตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองเลือก เช่น การใช้ภาพ รูปร่างต่างๆ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ สมการ และเส้นจำนวน เพื่อถ่ายทอดกระบวนการคิดและการหาคำตอบอย่างชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูสังเกตการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างใกล้ชิด เนื่องจากนักเรียนมีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ซึ่งส่งผลต่อวิธีการและกระบวนการในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน ครูจึงต้องให้คำแนะนำอย่างเหมาะสมเพื่อให้เชื่อมโยงระหว่างตัวแทนความคิดกับวิธีแก้ปัญหา และตรวจสอบความถูกต้องของการแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับบริบทของปัญหา



ภาพที่ 4 แสดงนักเรียนบวกเศษส่วนโดยใช้ภาพประกอบและเส้นจำนวน



ภาพที่ 5 แสดงนักเรียนลบเศษส่วนโดยใช้ภาพประกอบและเส้นจำนวน

ขั้นตอนที่ 4 สรุป นักเรียนได้ตรวจสอบและสะท้อนผลการแก้ปัญหาโดยใช้การเปรียบเทียบผ่านอุปลักษณ์ที่หลากหลายเป็นขั้นที่นักเรียนถ่ายทอดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียนและการพูดเพื่ออธิบายแนวคิด วิธีการ และข้อสรุปที่ได้จากการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนด พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและเสริมสร้างความเข้าใจร่วมกันในชั้นเรียน ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ขั้นตรวจสอบผล ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาของตนอย่างอิสระ ซึ่งครูมี

บทบาทในการให้ข้อมูลย้อนกลับจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้สื่อสารความรู้ความเข้าใจตรวจสอบและสะท้อนผลซึ่งกันและกัน ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปหลักการสำคัญและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้จากกิจกรรม

2. ผลการจัดการเรียนรู้โดยแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่มีต่อความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่านักเรียนมีความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แยกตามองค์ประกอบ เพิ่มขึ้นจากวงจรปฏิบัติที่ 1 – 3 และหลังจากการจัดการเรียนรู้ ดังตารางที่ 3 – 4

ตารางที่ 3 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับคุณภาพความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของแต่ละวงจรปฏิบัติการ (n=21)

องค์ประกอบ	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคุณภาพรายด้าน (ร้อยละ)											
	วงจรปฏิบัติการที่ 1				วงจรปฏิบัติการที่ 2				วงจรปฏิบัติการที่ 3			
	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0
R1	9 (42.9)	11 (52.4)	1 (4.8)	0 (0.0)	9 (42.9)	9 (42.9)	3 (14.2)	0 (0.0)	10 (47.6)	9 (42.9)	2 (9.5)	0 (0.0)
R2	10 (47.6)	10 (47.6)	1 (4.8)	0 (0.0)	9 (42.9)	10 (47.6)	2 (9.5)	0 (0.0)	12 (57.1)	9 (42.9)	0 (0.0)	0 (0.0)

ตารางที่ 4 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับคุณภาพการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์จากแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้ (n=21)

องค์ประกอบ	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคุณภาพรายด้าน (ร้อยละ)			
	3	2	1	0
R1	12 (57.1)	4 (19.1)	5 (23.8)	0 (0.0)
R2	11 (52.4)	5 (23.8)	4 (19.1)	1 (4.8)

จากตารางที่ 3 - 4 พบว่า ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 – 3 นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพิ่มขึ้นตามลำดับ และหลังจากทำแบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในองค์ประกอบการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ (R1) มากที่สุด รองลงมา คือ การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อไปแก้ปัญหา (R2)

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่านักเรียนมีความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แยกตามองค์ประกอบ เพิ่มขึ้นจากวงจรปฏิบัติที่ 1 – 3 และหลังจากการจัดการเรียนรู้ ดังตารางที่ 5 – 6

ตารางที่ 5 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับคุณภาพความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของแต่ละวงจรปฏิบัติการ (n=21)

องค์ประกอบ	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคุณภาพรายด้าน (ร้อยละ)											
	วงจรปฏิบัติการที่ 1				วงจรปฏิบัติการที่ 2				วงจรปฏิบัติการที่ 3			
	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0
P1	5 (23.8)	15 (71.4)	1 (4.8)	0 (0.0)	12 (57.1)	6 (28.6)	3 (14.3)	0 (0.0)	13 (61.9)	7 (33.3)	1 (4.8)	0 (0.0)
P2	3 (14.3)	13 (61.9)	5 (23.8)	0 (0.0)	7 (33.3)	10 (47.6)	4 (19.1)	0 (0.0)	10 (47.6)	6 (28.6)	5 (23.8)	0 (0.0)

องค์ประกอบ	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคุณภาพรายด้าน (ร้อยละ)											
	วงจรปฏิบัติการที่ 1				วงจรปฏิบัติการที่ 2				วงจรปฏิบัติการที่ 3			
	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0
P3	11 (52.4)	9 (42.9)	1 (4.8)	0 (0.0)	12 (57.1)	6 (28.6)	3 (14.3)	0 (0.0)	13 (61.9)	5 (23.8)	3 (14.3)	0 (0.0)
P4	8 (38.1)	13 (61.9)	0 (0.0)	0 (0.0)	12 (57.1)	5 (23.8)	4 (19.1)	0 (0.0)	13 (61.9)	5 (23.8)	3 (14.3)	0 (0.0)

ตารางที่ 6 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับคุณภาพจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้จากทั้ง 4 สถานการณ์ (n=21)

องค์ประกอบ	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคุณภาพรายด้าน (ร้อยละ)			
	3	2	1	0
P1	12 (57.1)	9 (42.9)	0 (0.0)	0 (0.0)
P2	10 (47.6)	8 (38.1)	2 (9.5)	1 (4.8)
P3	10 (47.6)	7 (33.3)	3 (14.3)	1 (4.8)
P4	8 (38.1)	7 (33.3)	5 (23.8)	1 (4.8)

จากตารางที่ 5 - 6 พบว่า ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 – 3 นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพิ่มขึ้นตามลำดับ และหลังจากทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในองค์ประกอบความเข้าใจปัญหา (P1) มากที่สุด รองลงมา คือ การเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา (P2) การใช้กลวิธีการแก้ปัญหา (P3) และสรุปคำตอบ (P4) ตามลำดับ

อภิปรายผล

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา ผู้วิจัยได้ค้นพบแนวทางที่เหมาะสมมี 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นตอนที่ 1 เตรียมการ ครูเตรียมอุปลักษณ์ต้นทางและปลายทางซึ่งปรากฏในชีวิตจริงโดยเฉพาะบริบทโรงเรียนของนักเรียนในขั้นเตรียมการครูเป็นผู้เลือกอุปลักษณ์มโนทัศน์ที่เหมาะสมกับเนื้อหาเรื่องเศษส่วน โดยเน้นอุปลักษณ์รากฐานที่ถ่ายโอนประสบการณ์จากชีวิตประจำวัน สอดคล้องกับงานวิจัยของ Pradhan (2019) ที่กล่าวว่า หน้าที่หลักของอุปลักษณ์คือการสื่อความหมายของสิ่งที่เป็นนามธรรมให้ออกมาในรูปแบบที่ผู้คนคุ้นเคย ดังนั้น อุปลักษณ์จึงเป็นเครื่องมือที่ทรงพลังสำหรับการสื่อสารสิ่งหนึ่งในแง่ของอีกสิ่งหนึ่ง ครูใช้อุปลักษณ์มโนทัศน์เพื่อสร้างความหมายให้กับแนวคิดนามธรรมของคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 2 นำเข้าสู่บทเรียน ครูได้นำเสนอสถานการณ์หรือบริบทใกล้ตัวที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์กับสภาพแวดล้อมรอบตัว ซึ่งสอดคล้องกับ Johann และ van den Heuvel-Panhuizen (2024) ที่พบว่าการใช้อุปลักษณ์ควรทำให้เป็นสิ่งที่ “จับต้องได้” ผ่านกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงออกความคิดอย่างหลากหลาย ทั้งในรูปแบบคำพูด ท่าทาง และสัญลักษณ์ อีกทั้ง Crowder (1996, อ้างใน Johann & van den Heuvel-Panhuizen, 2024) ยังเสนอว่า การส่งเสริมให้นักเรียนใช้ภาษาในชีวิตประจำวันควบคู่กับภาษาคณิตศาสตร์จะช่วยสร้างสะพานเชื่อมระหว่างความเข้าใจเชิงประสบการณ์กับแนวคิดทางทฤษฎี

ขั้นตอนที่ 3 การจัดการเรียนรู้ ครูเปิดกว้างให้นักเรียนใช้อุปลักษณ์เพื่อวางแผนแก้ปัญหาและนักเรียนได้แก้ปัญหาอย่างหลากหลายตามตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองเลือก ในขั้นนี้ครูเปิดโอกาสให้

นักเรียนเลือกใช้ “ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์” (mathematical representations) ที่ตนเองถนัด เช่น ภาพ เส้นจำนวน สัญลักษณ์ หรือสมการ เพื่อวางแผนและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ ผลการดำเนินงานแสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถใช้ตัวแทนความคิดที่แตกต่างกันเพื่อนำไปสู่คำตอบเดียวกัน ซึ่งแสดงถึงความยืดหยุ่นทางความคิด (flexible thinking) สอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ที่ระบุว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้แนวทางคิดที่หลากหลายจะช่วยส่งเสริมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และลึกซึ้ง อีกทั้งยังตรงกับผลการศึกษาของ Berggren (2023) ที่ชี้ว่า “เส้นจำนวน” (number line) เป็นเครื่องมือสำคัญในการพัฒนาความเข้าใจเชิงระบบเกี่ยวกับแนวคิดเศษส่วน และควรบูรณาการไว้ในกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างเหมาะสม นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับแนวคิดของ อัมพร ม้าคนอง (2553) ที่อธิบายว่า ความแตกต่างของมโนภาพทางคณิตศาสตร์ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถในการแก้ปัญหา เนื่องจากแต่ละมโนภาพสะท้อนวิธีคิดและวิธีเข้าถึงคำตอบที่แตกต่างกัน

ขั้นตอนที่ 4 สรุป นักเรียนได้ตรวจสอบและสะท้อนผลการแก้ปัญหาโดยใช้การเปรียบเทียบผ่านอุปลักษณ์ที่หลากหลายด้วยการถ่ายทอดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียนและการพูด เพื่ออธิบายแนวคิด วิธีการ และข้อสรุปที่ได้จากการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนด พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจร่วมกันในชั้นเรียน ครูมีบทบาทในการให้ข้อมูลย้อนกลับนักเรียนได้นำเสนอผลการใช้อุปลักษณ์ที่หลากหลายจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้สื่อสารความรู้ความเข้าใจตรวจสอบและสะท้อนผลซึ่งกันและกัน ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่อง เศษส่วน มากขึ้นสอดคล้องกับงานวิจัยของ Yee (2012) ที่พบว่า อุปลักษณ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ไม่ได้เกิดขึ้นอย่างสุ่มหรือแยกขาดจากกัน แต่กลับมีความสอดคล้องเป็นระบบ มีการระบุชุดของอุปลักษณ์ที่มีความเชื่อมโยงกันอย่างเป็นระบบซึ่งแสดงให้เห็นถึงการมีอยู่ของระบบอุปลักษณ์มโนทัศน์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระบบอุปลักษณ์มโนทัศน์ที่สอดคล้องกันนี้มีคุณค่าสำหรับครูในห้องเรียน การวิเคราะห์ตามกรอบแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ช่วยให้ครูเปิดรับภาษาของนักเรียนมากขึ้น

2. ผลการจัดการเรียนรู้โดยแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ที่มีต่อความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา

2.1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เช่น การใช้สัญลักษณ์ รูปภาพ และเส้นจำนวน เพื่อแสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์และสื่อสารแนวคิดได้อย่างถูกต้อง โดยเฉพาะในเรื่องการเปรียบเทียบ เรียงลำดับ และการบวก-ลบเศษส่วน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Haidar และ Jahring (2020) ที่กล่าวว่า การใช้อุปลักษณ์ในบริบทปัญหาช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการใช้รูปภาพ ตาราง หรือกราฟทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทำให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นและมีความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดสูงขึ้น

2.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเข้าใจปัญหาและวิเคราะห์โจทย์ที่เชื่อมโยงกับบริบทชีวิตประจำวันได้ดี โดยสามารถสร้างอุปลักษณ์จากประสบการณ์เดิมเพื่อใช้ในการตอบคำถาม ซึ่งสอดคล้องกับ Danesi (2007) ที่อธิบายว่า การใช้อุปลักษณ์ช่วยให้ผู้เรียนสามารถ “ถอดรหัสแนวคิดพื้นฐาน” ในโจทย์คณิตศาสตร์และแปลงเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมได้ ส่งผลให้เข้าใจปัญหาได้ลึกซึ้งและสามารถวางแผนการแก้โจทย์ได้ถูกต้อง นักเรียนยังสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับสถานการณ์ โดยใช้เส้นจำนวน ภาพ หรือสัญลักษณ์ เพื่อแสดงแนวทางการแก้ปัญหาอย่างชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ที่เสนอว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดและแสดงแนวทางของตนเองจะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหาที่หลากหลายมากขึ้น นอกจากนี้ การใช้เส้นจำนวนยังมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนเข้าใจเรื่องเศษส่วนอย่างเป็นระบบ ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของ Berggren (2023) ที่พบว่า เส้น

จำนวนเป็นเครื่องมือสำคัญที่ช่วยส่งเสริมความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในแนวคิดเรื่องเศษส่วน และควรถูกบูรณาการในกระบวนการเรียนการสอนอย่างเหมาะสม สุดท้าย นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสมบูรณ์ โดยใช้หน่วยและลักษณนามอย่างเหมาะสม อย่างไรก็ตาม นักเรียนบางคนยังมีความไม่มั่นใจในการเลือกหน่วยที่ใช้ในการตอบ ซึ่งอาจเกิดจากความไม่คุ้นเคยกับรูปแบบคำตอบที่หลากหลาย การเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและอธิบายวิธีคิดของตนช่วยสร้างความมั่นใจและพัฒนาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับ Yee (2012) ที่พบว่า การใช้อุปลักษณ์ในการแก้โจทย์ปัญหาช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ และสามารถสะท้อนแนวคิดของตนได้ดีขึ้นผ่านการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน

องค์ความรู้ใหม่จากการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ต้องให้ความสำคัญกับการเตรียมอุปลักษณ์ต้นทางและปลายทางซึ่งปรากฏในชีวิตจริงโดยเฉพาะบริบทโรงเรียนของนักเรียน การนำเสนอสถานการณ์ใกล้ตัวที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันและบริบทความเป็นอยู่ของนักเรียนในชุมชนโรงเรียน การเปิดกว้างให้นักเรียนเลือกใช้อุปลักษณ์ที่หลากหลายในการวางแผนและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองเลือก และการเปิดโอกาสให้นักเรียนตรวจสอบและสะท้อนผลการแก้ปัญหาโดยการเปรียบเทียบผ่านอุปลักษณ์ที่หลากหลาย

2. พัฒนาการด้านความสามารถของนักเรียน นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการในด้านการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการเลือกใช้ตัวแทนเพื่อสื่อความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ รองลงมา คือ การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อไปแก้ปัญหา และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาขึ้นในด้านความเข้าใจปัญหา รองลงมา คือ การเลือกกลวิธีแก้ปัญหา การใช้กลวิธีแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ ตามลำดับ การนำแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาได้ดีขึ้น

สรุป

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยแนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยามีแนวทางการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนสำคัญ ได้แก่

ขั้นตอนที่ 1 การเตรียมการ : ครูเลือกใช้อุปลักษณ์ต้นทางและปลายทางที่เหมาะสมกับเนื้อหาซึ่งปรากฏในชีวิตประจำวันโดยเฉพาะบริบทโรงเรียนเพื่อเชื่อมโยงกับเรื่องเศษส่วนทำให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดนามธรรมได้ดี

ขั้นตอนที่ 2 การนำเข้าสู่บทเรียน : นำเสนอสถานการณ์ใกล้ตัวที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันและบริบทความเป็นอยู่ของนักเรียนในชุมชนโรงเรียน พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน

ขั้นตอนที่ 3 การจัดการเรียนรู้: นักเรียนได้วางแผนและแก้ปัญหาด้วยการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย เช่น ภาพ เส้นจำนวน สัญลักษณ์ และสมการ ซึ่งส่งผลต่อวิธีการและกระบวนการในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน โดยครูมีบทบาทในการสังเกตและให้คำแนะนำอย่างเหมาะสม

ขั้นตอนที่ 4 การสรุป: นักเรียนได้ตรวจสอบและสะท้อนผลการแก้ปัญหาผ่านการเขียนและการพูดแลกเปลี่ยนความเข้าใจในชั้นเรียน ครูมีบทบาทในการให้ข้อมูลย้อนกลับจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้สื่อสารความรู้ความเข้าใจตรวจสอบและสะท้อนผลซึ่งกันและกัน

2. ผลการจัดการเรียนรู้ที่มีต่อความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม แสดงการเปรียบเทียบ การเรียงลำดับ การบวกและลบเศษส่วนผ่านการเขียนสัญลักษณ์ วาดภาพ และใช้เส้นจำนวน การเลือกใช้อุปลักษณ์น้ำในแก้วร่วมกับตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หลากหลายรูปแบบช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น แต่ยังมีนักเรียนบางคนจะมีปัญหาในการเลือกตัวแทนความคิดที่ไม่เหมาะสม ครูจึงต้องเป็นผู้ชี้แนะและส่งเสริมให้ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีองค์ประกอบด้านความเข้าใจปัญหาได้ดี โดยเชื่อมโยงสถานการณ์ในชีวิตจริงเข้ากับเศษส่วน และสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับสถานการณ์ เช่น ใช้ภาพ เส้นจำนวน และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการถ่ายทอดกระบวนการแก้ปัญหา การนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ช่วยให้นักเรียนตรวจสอบและยืนยันวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง นักเรียนสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ โดยอาศัยการสื่อสารและการแลกเปลี่ยนความเข้าใจในชั้นเรียน ส่งผลให้ความเข้าใจแนวคิดเรื่องเศษส่วนของนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้ประโยชน์

1.1 ครูควรใช้อุปลักษณ์ที่เหมาะสมกับเนื้อหา โดยเชื่อมโยงจากสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคย เพื่อช่วยสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมได้ชัดเจนขึ้น

1.2 ควรจัดการเรียนรู้ในกลุ่มนักเรียนขนาดเล็ก เพื่อให้ครูสามารถดูแลและให้คำแนะนำได้ทั่วถึง

1.3 ควรส่งเสริมนักเรียนให้ใช้ตัวแทนความคิดหลายรูปแบบ เช่น ภาพ สัญลักษณ์ หรือสมการ เพื่อแสดงกระบวนการคิดได้หลากหลาย

1.4 ครูควรเน้นการใช้ลักษณนามและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง เพื่อป้องกันความเข้าใจคลาดเคลื่อน

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรพัฒนาสื่อดิจิทัลเพื่อส่งเสริมความเข้าใจเรื่อง “เศษส่วนกับเส้นจำนวน” สำหรับนักเรียนประถมศึกษา

2.2 ควรศึกษาการใช้แนวคิดอุปลักษณ์มโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น เช่น ทศนิยม สมการ หรือพหุนาม รวมถึงในระดับมัธยมศึกษาเพื่อเปรียบเทียบผลการเรียนรู้

เอกสารอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551.* โรงพิมพ์ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

ชนิสรา เมธภัทรหิรัญ. (2563). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์และการนึกภาพทางคณิตศาสตร์. ใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, *นิตยสาร สสวท.*, *48*(224), 22–28.

ราชบัณฑิตยสภา. (2560). *พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2554 (พิมพ์ครั้งที่ 2).* กรุงเทพฯ: ราชบัณฑิตยสภา.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2567). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2566.* สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.* บริษัท 3-คิว มีเดีย จำกัด.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2567). *ผลการประเมิน PISA 2022: บทสรุปสำหรับผู้บริหาร.* สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สิรินภา กิจเกื้อกูล. (2557). *การจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ ทิศทางสำหรับครูทศวรรษที่ 21.* จุลดิศการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.* สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction, 16*(3), 183–198.

Berggren, J. (2023). Some conceptual metaphors for rational numbers as fractions in Swedish mathematics textbooks for elementary education. *Scandinavian Journal of Educational Research, 67*(6), 914–927.

Crowder, N. A. (1996). *Programmed learning: Its principles and applications.* New York: Appleton-Century-Crofts.

Danesi, M. (2007). A conceptual metaphor framework for the teaching of mathematics. *Studies in Philosophy and Education.* https://doi.org/10.1007/S11217-007-9035-5

English, L. D., & Halford, G. S. (1995). *Mathematics education: Models and processes.* Lawrence Erlbaum Associates.

Goldin, G. A. (2020). Mathematical representations. In *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 566–571). Springer.

Haidar, I., & Jahring. (2020). The effectiveness of metaphorical thinking approach to improve the mathematical representation ability. *Journal Inovasi Pendidikan Matematika, 8*(1), 54–61.

Johann, L., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2024). Using conceptual metaphors as lenses to understand fifth-grade students' understanding of fraction constructs. In *Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13).* Alfréd Rényi Institute of Mathematics & ERME.

Kemmis, S., & McTaggart, R. (1996). *The action research planner* (3rd ed.). Geelong, Victoria: Deakin University Press.

Kunioka, T. (2009). *Political trust in democratic institutions: The role of cultural values and civic engagement.* Tokyo: Keio University Press.

Lakoff, G., & Núñez, R. E. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being.* Basic Books.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of*

representation in the teaching and learning of mathematics (pp. 33–40). Lawrence Erlbaum Associates.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Accessibility strategies for mathematics.* National Council of Teachers of Mathematics.

Ni, Y., & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist, 40*(1), 27–52.

Pólya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton University Press.

Pradhan, J. B. (2019). *Cultural metaphor for mathematical understanding in Nepalese context* [Doctoral dissertation, Tribhuvan University]. ResearchGate. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.19577.62568

Johann, L., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2024). *Using conceptual metaphors as lenses to understand fifth-grade students' understanding of fraction constructs.* In *Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)*. Alfréd Rényi Institute of Mathematics & ERME.

Yee, S. P. (2012). *Students' metaphors for mathematical problem solving* [Doctoral dissertation, Kent State University]. OhioLINK Electronic Theses and Dissertations Center. http://rave.ohiolink.edu/etdc/view?acc_num=kent1340197978