



ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพรั้มแมปปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต  
ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

EFFECT OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING PROOF MAPPING  
TECHNIQUE TO WRITE GEOMETRIC PROOFS ON GEOMETRIC REASONING ABILITY OF  
EIGHTH GRADE STUDENTS

นายกมล นาคสุทธิ \*

Kamon Naksutthi

ผศ.ดร.สมยศ ชิดมงคล \*\*

Asst. Prof. Somyot Chidmongkol, Ph.D.

**บทคัดย่อ**

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพรั้มแมปปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต กับ นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครปฐม เขต 9 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา จำนวน 46 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 23 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 23 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิคพรั้มแมปปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนกลุ่มทดลอง หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนกลุ่มทดลอง สูงกว่า นักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มทดลอง มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในทางที่ดีขึ้น

\* นิสิตมหาบัณฑิตสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: kamon2534@hotmail.com

\*\*อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: syot\_chd@hotmail.com

ISSN1905-4491

## Abstract

The purposes of this research were to compare the geometric reasoning ability of students learning by using organizing mathematics learning activities using the proof mapping technique to write geometric proofs and those of students using a conventional approach. The population of this research were eighth grade students in Nakhonpathom Education service area office 9 under the Office of The Basic Education Commission, Ministry of Education. The subjects included 46 eighth grade students in academic year 2016 at Watraikhingwittaya School. They were divided into two groups: one experimental group with 23 students and the other a control group with 23 students. The students in the experimental group were given organized mathematics learning activities using the proof mapping technique to write geometric proofs while those in the control group were given organized mathematics learning activities using the conventional approach. The results of the study revealed that: 1) the geometric reasoning ability of students in the experimental group were higher than those before the experiment at a .05 level of significance; 2) the geometric reasoning ability of students in the experimental group was higher than that of students in the control group at a .05 level of significance; and 3) the geometric reasoning ability of students in the experimental group was developed in positive direction.

**คำสำคัญ:** เทคนิคพรัฟแมปปิง/ การเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

**KEYWORDS:** PROOF MAPPING TECHNIQUE/ WRITE GEOMETRIC PROOFS/  
GEOMETRIC REASONING ABILITY

## บทนำ

เรขาคณิตเป็นคณิตศาสตร์สาขาหนึ่งซึ่งมีความสำคัญต่อการดำเนินชีวิตของมนุษย์มาอย่างยาวนาน ในยุคปัจจุบันมนุษย์ก็ยังคงนำเรขาคณิตมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันอย่างมากมาย ดังเห็นได้จาก เรขาคณิตมีบทบาทสำคัญทั้งต่อวิทยาศาสตร์ในหลายสาขารวมทั้งทางด้านศิลปะด้วย (Mammana and Villiani, 1998 cited in Dimakos, 2007: 87) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ไว้ 6 สาระ ซึ่งสาระเรขาคณิตก็เป็นสาระการเรียนรู้ที่สำคัญและจำเป็นต้องบรรจุไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ในทุกๆระดับ ดังที่ปานทอง กุลนาถศิริ (2541: 3) ได้กล่าวไว้ว่า “...หลักสูตรคณิตศาสตร์ไม่ว่าในยุคสมัยใด จะมีการพัฒนาปรับปรุงอย่างไร เรขาคณิตจะต้องเป็นสาขาหนึ่งที่ผู้พัฒนาเห็นสมควรให้บรรจุลงในหลักสูตร... ธรรมชาติของวิชาเรขาคณิตเป็นวิชาที่เอื้อที่จะสอนให้ผู้เรียนเป็นผู้ที่มีวิจารณญาณ ช่างสังเกต ช่างสำรวจ มีเหตุผล ดังนั้นหากผู้สอนได้จัดกิจกรรมที่เหมาะสมและถูกต้องก็จะช่วยให้เยาวชน มีคุณลักษณะดังกล่าว อันเป็นลักษณะที่พึงประสงค์ของชาติ เรขาคณิตจึงเป็นเนื้อหาที่มีความสำคัญและจำเป็นเนื้อหาหนึ่ง ที่จะต้องบรรจุไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ในทุกๆระดับ...”

เรขาคณิตได้ถูกกำหนดเป็นสาระหลักในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตมีส่วนเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของมนุษย์เราอย่างมาก เราใช้เรขาคณิตใน

ชีวิตจริงเพื่อทำความเข้าใจหรืออธิบายสิ่งต่าง ๆ รอบตัว ซึ่งเรขาคณิตเป็นศาสตร์สาขาหนึ่งที่เน้นเรื่องการคิด และการให้เหตุผล ซึ่งทั้งการคิดและการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ความรู้อื่น ๆ ดังนั้นในการพัฒนาการเรียนรู้อธิบายเรขาคณิตจำเป็นต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับการคิดและการให้เหตุผล ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต จึงควรมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถนำความรู้เรขาคณิตไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันให้ได้ นอกจากนี้เรขาคณิตช่วยพัฒนาความคิดและความสามารถในการให้เหตุผล อันจะนำไปสู่ความสามารถในการเขียนพิสูจน์ ซึ่งเป็นการพัฒนาความเข้าใจทางเรขาคณิตขั้นสูงต่อไป การพัฒนาผู้เรียนให้มีความสามารถดังกล่าว จำเป็นที่ผู้สอนจะต้องเข้าใจถึงการพัฒนาการคิดและการให้เหตุผลตลอดจนแนวทางการพัฒนา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545)

จากความสำคัญของเรขาคณิตดังกล่าว การจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต จึงควรมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถนำความรู้เรขาคณิตไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน นอกจากนี้แล้วสิ่งหนึ่งที่ต้องให้ความสำคัญเป็นอย่างยิ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิต คือ การสอนเขียนพิสูจน์ เพราะการพิสูจน์ถือเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่สุดที่ใช้ในเรขาคณิต (Dimakos, 2007: 1) สอดคล้องกับที่เียวเรต สิงหนันท์ (2533: 3) ได้กล่าวโดยสรุปว่า “สิ่งที่เป็นหัวใจของการเรียนเรขาคณิตคือการพิสูจน์ เพราะการพิสูจน์นั้นจะทำให้เด็กฝึก รู้จักการใช้เหตุผล รู้จักวิเคราะห์แก้ไขปัญหามีระบบ” อีกทั้งในการเรียนคณิตศาสตร์ระดับสูงนักเรียนจะต้องมีความสามารถในด้านการพิสูจน์เห็นคุณค่าและตระหนักถึงความสำคัญของการพิสูจน์ (ขวัญ เพ็ญชัย, 2547:1)

ในการพัฒนาการเรียนรู้อธิบายเรขาคณิตจำเป็นต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับการคิดและการให้ เหตุผล ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนที่เน้นให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และเน้นการให้เหตุผลจากการเรียนเนื้อหาเรขาคณิต จึงมีความสอดคล้องกัน ซึ่งจะช่วยพัฒนาการให้เหตุผลของนักเรียน โดยควรเริ่มจากการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล จากกิจกรรมที่ผสมผสานการ คิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไป โดยใช้การคิดวิเคราะห์ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและสรุป แนวคิดจากสถานการณ์ที่กำหนด (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545) ซึ่งข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการเรียนเรขาคณิต นักเรียนจะต้องเริ่มเรียนจากการรับรู้และระลึกถึงรูปลักษณะหรือรูปทรงภายนอกจากนั้นวิเคราะห์ สมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น ๆ ต่อจากนั้นก็หาความสัมพันธ์ระหว่างเรขาคณิตลักษณะต่าง ๆ เพื่อหาข้อสรุปแล้วนำสมบัตินั้นไปใช้ในการเหตุผลแบบนิรนัยต่อไป (National Council of Teacher of Mathematics: 1989)

การจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันยังไม่ได้ตอบสนองต่อการพัฒนาศักยภาพทางเรขาคณิตของผู้เรียน ดังที่วัฒนา มณีวงศ์ (2542) ได้กล่าวไว้ว่า “...เนื้อหาเรขาคณิตถือว่ามีความสำคัญแต่ในปัจจุบันพบว่าการเรียนการสอนเรขาคณิตเป็นปัญหามากสำหรับครูสอนคณิตศาสตร์...นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นการพิสูจน์อย่างไร ไม่สามารถเชื่อมโยงสิ่งที่มีอยู่หรือสิ่งที่ทราบมาเป็นเหตุผลในการพิสูจน์ นักเรียนขาดทักษะในการให้เหตุผล...” เนื่องจากการสอนเรขาคณิตนั้น เน้นไปที่สัญลักษณ์ที่เป็นทางการ การพิสูจน์ตามรูปแบบการเรียกชื่อที่ได้จากการท่องจำ ผู้เรียนแทบไม่มีโอกาสได้มีประสบการณ์เกี่ยวกับความเข้าใจในเรขาคณิตอย่างแท้จริง รวมไปถึงไม่ได้มีโอกาสใช้การให้เหตุผลทางเรขาคณิตซึ่งจะทำให้เรียนรู้เรขาคณิตอย่างมีความหมาย (เจนสมุทรร สแสงพันธ์, 2550: 3 – 16) ซึ่งสอดคล้องกับที่ Carroll (1998: 398 – 403) ได้พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษา มัก

ขาดประสบการณ์ในการให้เหตุผลเกี่ยวกับความคิดทางเรขาคณิต ผู้สอนควรจะหาวิธีการแก้ไขจุดบกพร่องตรงจุดนี้ และควรสร้างการนำสมบัติทางเรขาคณิตไปใช้ในการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา และการเขียนพิสูจน์เรขาคณิต รวมทั้งสร้างความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง เพื่อให้ผู้เรียนสามารถประมวลความคิดของการพิสูจน์ได้ ซึ่งจะเป็นกุญแจสำคัญนำไปสู่การประยุกต์การพิสูจน์และการคิดวิเคราะห์

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น จึงจำเป็นต้องหาแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผู้วิจัยมีความสนใจในเทคนิคพรัฟแมปปิงของ Linares (2008) ซึ่งใช้ในการสอนการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต มีแนวคิดพื้นฐานมาจากเทคนิคไปข้างหน้า-ย้อนกลับของ Solow (2002) ในการพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการสร้างพรัฟแมปปิง ซึ่งเป็นแผนที่แสดงให้เห็นถึงกระบวนการคิดในการเขียนพิสูจน์และได้เห็นพัฒนาการในการพิสูจน์ โดยเทคนิคไปข้างหน้า-ย้อนหลังของ Solow เริ่มจากกระบวนการย้อนหลัง โดยการตั้งคำถามหลักซึ่งเป็นคำถามเพื่อหาบทสรุปของข้อความที่ต้องการพิสูจน์ คำถามหลักที่ใช้จะเป็นนามธรรมและปราศจากสัญลักษณ์ใด ๆ เพื่อไม่ให้ติดอยู่กับเรื่องจำเพาะเจาะจง เมื่อได้คำถามหลักแล้วต่อมาจึงจะเป็นการหาคำตอบของคำถามหลักเพื่อให้มีทางเลือกที่นำไปสู่กระบวนการไปข้างหน้า โดยเขียนข้อความที่เป็นผลที่ได้มาจากเหตุโดยตรงเพื่อให้มีทางเลือกที่จะใช้ในการพิสูจน์ โดยการกลับไปพิจารณาข้อมูลที่กำหนดให้ การตัดสินใจว่าจะดำเนินต่อไปในทิศทางใดไปข้างหน้าหรือย้อนหลัง ขึ้นอยู่กับว่าทิศทางใดทำให้การให้เหตุผลก้าวหน้า โดยจะต้องทำกลับไปกลับมาระหว่างกระบวนการทั้งสองจนกระทั่งการพิสูจน์สำเร็จลง ส่วนพรัฟแมปปิง เป็นแผนที่แสดงให้เห็นถึงกระบวนการคิดในการเขียนพิสูจน์ ข้อความจะถูกปิดล้อมอยู่ในวงรี และมีลูกศรชี้เข้าหาวงรีซึ่งเป็นการระบุเหตุผลของข้อความ แทนคำถามหลักด้วยก้อนเมฆความคิด ขณะที่ดำเนินการไปตามขั้นตอนต่าง ๆ ของเทคนิคไปข้างหน้า-ย้อนหลัง เส้นทางระหว่างสิ่งที่กำหนดให้กับทฤษฎีบทและบทสรุปจะปรากฏขึ้นในที่สุด หลังจากค้นพบเส้นทางแล้วนำข้อความและเหตุผลที่ได้ไปใช้ในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตโดยใช้รูปแบบการพิสูจน์สองคอลัมน์แบบมาตรฐาน

จากการศึกษางานวิจัยของ Linares (2008: 2-3) ที่เกี่ยวข้องกับเทคนิคพรัฟแมปปิง พบว่า ผลของการใช้พรัฟแมปปิงในการเรียนการสอนเรขาคณิตมัธยมศึกษาที่มีผลต่อความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต งานวิจัยนี้เกิดขึ้นในโรงเรียนมัธยมศึกษา แคลิฟอร์เนีย การศึกษาครั้งนี้ทดลองกับนักเรียนห้องเรียนเรขาคณิตมัธยมศึกษา 32 คน ที่มีประชากรที่หลากหลายชาติพันธุ์ และนักเรียนมีความหลากหลายในสถานะทางเศรษฐกิจและสังคมที่แตกต่างกัน การเรียนการสอนครั้งนี้ใช้เวลา 6 สัปดาห์ นักเรียนได้เรียนรู้ถึงขั้นตอนในการสร้างพรัฟแมปปิง และนำมาใช้ในการทำงานกลุ่ม งานคู่ การบ้าน และในการทดสอบ กิจกรรมนี้เกิดขึ้น 2-3 ครั้งต่อสัปดาห์ ครูสังเกตติดตามการมีส่วนร่วมของนักเรียนในการช่วยเหลือซึ่งกันและกันในห้องเรียนในระหว่างการเขียนพิสูจน์ วิธีการนี้เปิดโอกาสให้ได้มีการอภิปรายร่วมกันระหว่างนักเรียนกับครู นักเรียนเกิดกระบวนการคิดและพบข้อผิดพลาดอย่างเปิดเผย ผลที่ได้พบว่า นักเรียนมีความเพลิดเพลินในกระบวนการนี้มากกว่ารูปแบบการพิสูจน์ที่แบ่งเป็นสองคอลัมน์โดยตรงและประสบความสำเร็จในการพิสูจน์มากขึ้นในตอนท้ายของการเรียนการสอน ขั้นตอนในการจัดหาวิธีการในการสื่อสารเกี่ยวกับการพิสูจน์ ผ่านกระบวนการคิด ผ่านการมองเห็นแผนภาพกระบวนการคิด ช่วยส่งเสริมการอภิปราย เกี่ยวกับวิธีการคิดเชิงกลยุทธ์เกี่ยวกับ

การเขียนพิสูจน์ ถึงแม้นักเรียนไม่ได้รับการปรับปรุงในส่วนของการพิสูจน์การสร้าง แต่ก็เพิ่มประโยชน์ในส่วนที่มีการอภิปรายร่วมกันเพิ่มขึ้นเกี่ยวกับกลยุทธ์การเขียนพิสูจน์ และความเชื่อมั่นของนักเรียนในการเขียนพิสูจน์

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น เป็นที่น่าสนใจหากผสมผสานเทคนิคพู่ฟแมปปิงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต น่าจะส่งผลทำให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต โดยลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค พู่ฟแมปปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต จะสอดแทรกในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติซึ่งประกอบไปด้วย ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยขั้นนำเป็นขั้นที่ครูช่วยทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ให้กับนักเรียน และจัดกิจกรรมโน้มน้าวและจูงใจนักเรียนเข้าสู่บทเรียน ในส่วนของขั้นสอนเป็นขั้นที่ครูเสนอประเด็นให้นักเรียนได้เรียนรู้จนได้แนวคิด และจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้เขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตร่วมกันผ่านการคิดด้วยตนเองและเป็นกลุ่ม โดยครูเลือกใช้ทฤษฎีบทหรือปัญหาทางเรขาคณิตที่ได้นำแนวคิดไปประยุกต์ใช้ ครูตั้งคำถามถึงความรู้นักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้คิด และปฏิบัติด้วยตนเอง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความเข้าใจของตนเอง ครูคอยช่วยเหลือให้คำแนะนำ โดยใช้เทคนิคพู่ฟแมปปิง ร่วมกันสร้างพู่ฟแมปปิง โดยใช้กระบวนการไปข้างหน้า-ย้อนหลัง เริ่มต้นจากกระบวนการย้อนหลังจากข้อความที่ต้องการพิสูจน์ตามด้วยกระบวนการไปข้างหน้าจากข้อมูลที่กำหนดให้ จากนั้นจึงทำกลับไปกลับมาทั้งสองกระบวนการ จนกระทั่งการพิสูจน์สำเร็จ และขั้นสรุปเป็นขั้นที่สรุปรวบยอดความรู้ที่เรียนมาทั้งหมด โดยนักเรียนร่วมกันสรุป ครูคอยช่วยเหลือให้คำแนะนำ และมอบหมายงานและแบบฝึกหัดให้ไปทำเพิ่มเติม

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพู่ฟแมปปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่มีความเกี่ยวข้องกับการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต ซึ่งมีการพิสูจน์ทฤษฎีบทและปัญหาทางเรขาคณิตโดยใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับเรขาคณิต และเพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนต่อไป

### วัตถุประสงค์

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพู่ฟแมปปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพู่ฟแมปปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต กับ นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
3. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพู่ฟแมปปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต

## วิธีดำเนินการวิจัย

### การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วย กลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต	X	ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต
C	ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต	~X	ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพับแฟมปัง

ในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

### การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครปฐม เขต 9 เนื่องจากเป็นโรงเรียนที่มีการจัดห้องเรียนแบบอิสระความสามารถ โดยผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน เพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอน ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนทั้ง 15 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2. ผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียนที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง ได้แก่ ห้อง ม.2/1 จำนวน 29 คน และ ห้อง ม.2/7 จำนวน 37 คน ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 67.38 และ 65.76 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.22 และ 10.17 ตามลำดับ

3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยการทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้งสองห้อง

ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

4. ผู้วิจัยทำการจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มตัวอย่าง ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม. 2/1 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพู่ฟแมบปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตและนักเรียนห้อง ม.2/7 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติ

ในระหว่างการทำวิจัย พบว่า นักเรียนห้อง ม. 2/1 จำนวน 29 คน มีนักเรียนอยู่ 6 คน ไม่สามารถร่วมการทดลองได้ตลอดโครงการ ทำให้เหลือกลุ่มตัวอย่างที่เป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 23 คน และนักเรียน ห้อง ม. 2/7 จำนวน 37 คน มีนักเรียนอยู่ 14 คน ไม่สามารถร่วมการทดลองได้ตลอดโครงการ ทำให้เหลือกลุ่มตัวอย่างที่เป็นกลุ่มควบคุม จำนวน 23 คน โดยการทดลองในครั้งนี้เป็นการสอนเฉพาะเนื้อหาเน้นการเขียนพิสูจน์ไม่ได้อยู่ในหลักสูตรโดยตรง จึงนำมาสอนนอกเวลาเรียนปกติ

#### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพู่ฟแมบปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 15 แผนโดยใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 15 คาบ คาบละ 50 นาที

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต แบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตซึ่งมีลักษณะเป็นใบกิจกรรม และแบบสัมภาษณ์ โดยรายละเอียดมีดังนี้

##### 2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ สำหรับฉบับก่อนการทดลอง และ เรื่อง เส้นขนาน สำหรับฉบับหลังการทดลอง ประกอบด้วย

2.1.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับก่อนการทดลอง เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.65 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.30 – 0.41 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.20 – 0.40

2.1.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับหลังการทดลอง เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ใช้เวลา 90 นาที มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.70 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.34 – 0.58 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.25 – 0.35

##### 2.2 แบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

แบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตซึ่งมีลักษณะเป็นใบกิจกรรม ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน เพื่อใช้ประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในระหว่างเรียน มีใบกิจกรรมทั้งหมด 3 ชุด โดยการประเมินการทำใบกิจกรรมของนักเรียน จะประเมินโดยใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

## 2.3 แบบสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์ที่ใช้ในการทดลอง เป็นแบบสัมภาษณ์ที่มีแนวคำถามประกอบการสัมภาษณ์แบบเจาะลึก (In – depth Interview) แนวคำถามจะกำหนดไว้เพียงกรอบหรือประเด็นที่จะสัมภาษณ์เท่านั้น โดยอาศัยกรอบและแนวคิดเป็นปัจจัยสำคัญในการตั้งประเด็นคำถาม และจะไม่เรียงลำดับคำถามก่อนหลังเหมือนที่กำหนดไว้ คำถามจะมีลักษณะเจาะลึกถึงการให้เหตุผลทางเรขาคณิต โดยผู้วิจัยจะเลือกสัมภาษณ์นักเรียนตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต 3 องค์ประกอบ ได้แก่ 1) ระบุข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อนำมาใช้ในการแสดงการให้เหตุผล 2) ระบุบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับเรขาคณิตที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำมาใช้ในการแสดงการให้เหตุผล และ 3) แสดงการให้เหตุผล เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง สมเหตุสมผล และเป็นไปตามลำดับ โดยผู้วิจัยจะเลือกสัมภาษณ์นักเรียนองค์ประกอบละ 2 คน โดยพิจารณาถึงการเขียนแสดงวิธีทำตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

### การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

#### 1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพู่กันแม่ปึงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม เนื้อหาเรื่องเส้นขนาน รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัยจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เพื่อขอความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลถึงผู้อำนวยการโรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม

#### 2. ขั้นตอนการทดลอง

2.1 ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ก่อนการทดลองโดยผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

1) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับก่อนการทดลอง

2) เมื่อนักเรียนทำแบบวัดเสร็จแล้ว ผู้วิจัยจะตรวจให้คะแนน

ผลคะแนนจากการที่ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับก่อนการทดลอง ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของ ห้อง ม.2/1 และ ม.2/7 เท่ากับ 15.04 และ 13.09 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องดังกล่าว ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง

เรขาคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตไม่แตกต่างกัน

2.2 ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพู่ฟัมแปปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต สำหรับกลุ่มทดลอง และดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม จำนวนทั้งสิ้น 15 คาบ คาบละ 50 นาที โดยในกลุ่มทดลองคาบแรกผู้วิจัยจะทำการสอนให้นักเรียนได้ฝึกการสร้างพู่ฟัมแปปิง

2.3 ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนกลุ่มทดลอง ระหว่างการทดลอง 3 ระยะ โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

- 1) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดเพื่อดูพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตซึ่งมีลักษณะเป็นใบกิจกรรม ท้ายคาบที่ 5, 10 และ 15
- 2) เมื่อนักเรียนทำแบบวัดเสร็จแล้ว ผู้วิจัยจะตรวจให้คะแนน และทำการสัมภาษณ์นักเรียนตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

2.4 ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม หลังการทดลองโดยผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

- 1) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำการทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับหลังการทดลอง
- 2) เมื่อนักเรียนทำแบบวัดเสร็จแล้ว ผู้วิจัยจะตรวจให้คะแนน

### 3. ชั้นเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล 2 ลักษณะ คือ ข้อมูลเชิงปริมาณ และข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยข้อมูลเชิงปริมาณจะเก็บก่อนการทดลอง ระหว่างการทดลอง และหลังการทดลอง สำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพ จะเก็บระหว่างการทดลอง โดยมีรายละเอียดดังนี้

3.1 ข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต โดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับก่อนการทดลอง เก็บข้อมูลในระยะก่อนการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ฉบับระหว่างการทดลองใช้แบบวัดเพื่อดูพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตซึ่งมีลักษณะเป็นใบกิจกรรม โดยเก็บท้ายคาบที่ 5, 10 และ 15 กับกลุ่มทดลอง และฉบับหลังการทดลองใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับหลังการทดลอง ดำเนินเมื่อสิ้นสุดการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

3.2 ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากผลงานเขียนแบบวัดเพื่อดูพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตซึ่งมีลักษณะเป็นใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มทดลอง และการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มทดลองตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต โดยศึกษาการเขียนแสดงวิธีทำตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) การทำแบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมด 3 ครั้ง คือ ท้ายคาบที่ 5, 10 และ 15

2) การสัมภาษณ์ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลการสัมภาษณ์หลังจากทำแบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตที่ 5, 10 และ 15 โดยทำการสัมภาษณ์นักเรียนในองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

### การวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และใช้การวิเคราะห์ค่าที (t - test) ของคะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผู้วิจัยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science)

### ผลการวิจัย

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพับแฟมปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพับแฟมปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต สูงกว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพับแฟมปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตที่ดีขึ้นในทุกองค์ประกอบ

### อภิปรายผล

ผู้วิจัยขอเสนอการอภิปรายผลการวิจัย โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1

การที่ผลวิจัยออกมาเช่นนี้ อาจเนื่องมาจาก เทคนิคพับแฟมปิง เป็นเทคนิคการสร้างการพิสูจน์ทางเรขาคณิตผ่านการคิดด้วยตนเองและเป็นกลุ่ม โดยพัฒนาการให้เหตุผลให้ประสบความสำเร็จโดยการเผยให้เห็นถึงกระบวนการคิดที่อยู่เบื้องหลัง ในการจัดการกับความคิดในขณะที่ทำตามเทคนิคไปข้างหน้า-ย้อนหลัง โดยใช้การสร้างพับแฟมปิงเพื่อให้มองเห็นแนวทางในภาพรวม และสามารถจดบันทึกกระบวนการคิดในขณะที่ทำได้ ซึ่งมีรายละเอียดสนับสนุนดังนี้

ตลอดการทดลองผู้วิจัยใช้เทคนิคพับแฟมปิงในการเรียนการสอน ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงขั้นตอนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตผ่านการคิด พัฒนาการให้เหตุผลทางเรขาคณิตให้ประสบความสำเร็จด้วยวิธีที่ง่ายขึ้นด้วยการ





ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมเพื่อทบทวนและเพิ่มเติมความรู้ และมอบหมายงานเพิ่มเติมเป็นการบ้าน สอดคล้องกับ ทิศนา แคมมณี (2548, 281 – 282) ที่กล่าวว่า การสรุปความรู้จะให้นักเรียนจัดสิ่งที่เรียนให้เป็นระบบระเบียบ เพื่อให้นักเรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย

## ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

### 1. ข้อเสนอแนะในการนำผลจากการวิจัยในครั้งนี้ไปใช้

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพู่ฟแมบปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต นักเรียนอาจมีศักยภาพในการสร้างพู่ฟแมบปิงไม่เท่ากัน ครูผู้สอนจึงควรตั้งคำถามเพื่อดึงความรู้ของนักเรียน

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพู่ฟแมบปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต ครูผู้สอนควรใช้สื่อการเรียนรู้ที่มีข้อความและมีรูปภาพประกอบเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการเรียนรู้ที่ดียิ่งขึ้น

### 2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพู่ฟแมบปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตในห้องเรียนปกติ เนื่องจากผู้วิจัยทดลองเน้นเฉพาะการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตจึงนำมาสอนนอกเวลาเรียนปกติ

2.2 ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพู่ฟแมบปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่มีต่อความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

ขวัญ เพ็ญชัย. (2547). *การศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ระดับปริญญาตรี. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.*

เจนสมุทร แสงพันธ์. (2550). *การศึกษาการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาปลายเปิด: เน้นการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย. รายงานการวิจัย คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.*

ทิศนา แคมมณี. (2544). *วิทยาการด้านการคิด.* กรุงเทพมหานคร: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.

ปานทอง กุลนาถศิริ. (2541). *การสอนเรขาคณิตในระดับประถมศึกษาในศตวรรษที่ 21. วารสาร สสวท. 26, 3-5.*

เยาวเรศ สิงหนันท์. (2533). *การเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์โจทย์เรขาคณิตระหว่างนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนรัฐบาลและเอกชนเขตการศึกษา 6.* (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต) ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วัฒนา มณีวงศ์. (2542). *ผลของการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อความสามารถทางการเรียนเรขาคณิตและเห็นคุณค่าในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโท) มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545). *เรขาคณิต.* กรุงเทพมหานคร: สำนักพัฒนาธุรกิจ

## ภาษาอังกฤษ

Bruner, L. S. (1969). *The Process of Education.* Massachusetts: Harvard University Press.

Carroll, W. M. (1998). Middle school students' reasoning about geometric situations. *Mathematics Teaching in the Middle School.* 3, 398-403.

Dimakos, G., Nikoloudakis, E., Ferentinos, S., and Choustoulakis, E. (2007). *Developing a Proof - Writing Tool for Novice Lyceum Geometry Students.* The Teaching of Mathematics 2.

Linares, L. (2008). *The Effects of a Proof Mapping Instructional Technique on High School Geometry Students and Their Ability to Write Geometric Proofs.* M.A. thesis, University of California, Davis.

National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics.* Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

National Council of Teacher of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

Solow, D. (2002). *How to read and do proofs: An introduction to mathematical thought processes.* New York, NY: John Wiley & Sons.