



แนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถ  
ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6

INSTRUCTIONAL GUIDELINES IN CONGRUENCE WITH THE FACTORS OF THE MATHEMATICAL  
COMMUNICATION ABILITY OF SIXTH GRADE STUDENTS \*

นางสาวกรทิพย์ ภาคภูมิ \*\*

Pornthip Phakphum

อาจารย์ ดร.ชาริณี ตริวรัญญ์ \*\*\*

Charinee Triwaranyu, Ph.D.

**บทคัดย่อ**

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 และ 2) นำเสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษากรุงเทพมหานคร จำนวน 180 คน และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 6 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และแบบสัมภาษณ์ การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณใช้โปรแกรม SPSS ในการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน และใช้โปรแกรม M-Plus ในการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันสำหรับกรณีวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพใช้การวิเคราะห์เนื้อหา

ผลการวิจัยพบว่า 1) องค์ประกอบด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ เป็นองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าน้ำหนักความสำคัญมากที่สุด สำหรับผลการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนขององค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีความสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ ซึ่งมีค่า  $\chi^2 = 9.57$ ,  $df = 5$ ,  $p = 0.09$ ,  $CFI = 0.99$  และ  $SRMR = 0.02$  2) แนวทางการจัดการเรียนการสอน มีดังนี้ (1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรเน้นการสาธิตหรือแสดงให้ดูเป็นตัวอย่างถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องชัดเจน สอดแทรกกิจกรรมการเขียนทางคณิตศาสตร์ที่เอื้อให้นักเรียนได้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอและแสดงแนวคิด (2) การจัดสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ จัดโต๊ะเรียนเป็นคู่หรือเป็นกลุ่มย่อยเพื่อให้นักเรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และจัดบรรยากาศในการเรียนรู้ที่เหมาะสมโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น (3) การใช้สื่อการเรียนรู้ ต้องเป็นสื่อที่เป็นรูปธรรม เข้าใจง่าย ใกล้ตัวนักเรียน และสอดคล้องกับเนื้อหาที่กำลังสอน และ (4) การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ต้องประเมินผ่านการพูดและการเขียนด้วยวิธีการและเครื่องมือที่หลากหลาย เน้นการประเมินเพื่อพัฒนามากกว่าการประเมินเพื่อตัดสิน

\* งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนวิทยานิพนธ์สำหรับนิสิตจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

\*\* นิสิตมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## Abstract

The purposes of this research are: 1) to study the factors of the mathematical communication ability of sixth grade students, and 2) to propose instructional guidelines in congruence with the factors of the mathematical communication ability of sixth grade students. The sample used in this study are 180 sixth grade students under the authority of Bangkok Primary Educational Service Area Office and 6 mathematics teaching specialists. The instruments used for collecting data are mathematical communication ability tests and questionnaires. The quantitative analysis used SPSS program for data analysis to find the average number, standard deviation, and Pearson's correlation coefficients. The M-plus program is also used to analyze the confirmatory elements. As for content analysis, qualitative data analysis is used. The research's results showed that: 1) The researcher also found that mathematical language usage is the most essential factor of mathematical communication ability. The result of correlative testing between the mathematical communication abilities the researcher has developed shows that the correlation with the empirical data are  $\chi^2 = 9.57$ ,  $df = 5$ ,  $p = 0.09$ ,  $CFI = 0.99$  and  $SRMR = 0.02$ . 2) The instructional guidelines are as follows: (1) Teachers should focus on making demonstrations or examples to project the accurate and clear mathematical communication. Provide mathematical writing activities that encourage students to use mathematical language and symbols to express and present their ideas. (2) Set up the learning-support environment. Arrange the tables in pairs or small groups so that the students can discuss and exchange their opinions. Create an atmosphere that encourages learning activities by giving the students the opportunity to express their opinions. (3) Use learning media. The media must be concrete, easy to understand, experienced in the students' lives, and relating to the current teaching topics. (4) Measure and evaluate. Learning activities need to be assessed through speech and writing via a variety of methods and tools. The assessment must be focused on development rather than on judging a student.

**คำสำคัญ:** ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ / องค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ / แนวทางการจัดการเรียนการสอน

**KEYWORDS:** MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY / FACTORS OF MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY / INSTRUCTIONAL GUIDELINES

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ถือเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อีกทักษะหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้และการศึกษาคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก ดังที่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) กล่าวว่า การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะและกระบวนการที่สำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดหรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนและมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย การเขียน แลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้น อีกด้วย สอดคล้องกับ National Council of Teachers of Mathematics (1989) กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาคณิตศาสตร์เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่าง ๆ คำพูดและการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ การใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารยังช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน

อย่างไรก็ตามแม้ว่าทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์จะเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากและหลักสูตรการศึกษาของประเทศทุกหลักสูตรตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันได้มุ่งเน้นให้นักเรียนทุกคนมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ทั้งในด้านเนื้อหาและด้านทักษะกระบวนการ แต่จากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา พบว่า นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดีแต่ยังมีนักเรียนส่วนใหญ่ที่ยังขาดความสามารถเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล และการสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่า ที่ผ่านมามีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ได้เน้นเรื่องการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมากนัก ผู้เรียนจึงมีความสามารถในด้านนี้ไม่พอ จะเห็นได้จากการที่ผู้เรียนจำนวนมากไม่สามารถนำเสนอข้อมูลให้ผู้อื่นเห็นภาพรวมหรือประเด็นสำคัญ ๆ ของสิ่งที่ต้องการนำเสนอได้ หรือไม่สามารถสื่อความหมายเรื่องบางเรื่องให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกันได้ ทั้งที่ผู้เรียนผ่านการเรียนรู้การนำเสนอมาแล้ว หลายท่านคงเคยได้ยินคำกล่าวที่ว่า คนที่เรียนคณิตศาสตร์เก่งมาก ๆ มักสื่อความหมายหรือพูดให้คนอื่นเข้าใจไม่ได้ หรือแม้แต่ผู้เรียนที่เก่งคณิตศาสตร์บางคนก็อาจบอกว่าตนเองเข้าใจแต่อธิบายเป็นคำพูดไม่ได้ สิ่งเหล่านี้แสดงถึงปัญหาในการสื่อสาร การพัฒนาผู้เรียนให้สามารถสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจได้จึงมีความจำเป็น

ทั้งนี้ ทักษะการสื่อสารยังเป็นสื่อกลางในการแลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจ และความคิดเห็นซึ่งกันและกันระหว่างนักเรียนกับครู หรือระหว่างนักเรียนด้วยกันเอง ช่วยสร้างบรรยากาศที่เหมาะสมแก่การเรียนรู้ของนักเรียน นอกจากนี้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ยังช่วยให้ครูสามารถเข้าใจแนวคิดของนักเรียนได้ดียิ่งขึ้น ดังนั้น การศึกษาองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดทำ

หลักสูตรคณิตศาสตร์และออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมและพัฒนาความสามารถดังกล่าวให้กับนักเรียนจึงมีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่ง แต่จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งงานวิจัยจากต่างประเทศและงานวิจัยภายในประเทศพบว่างานวิจัยส่วนใหญ่ จะทำการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบหรือวิธีการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยรวมเพียงเท่านั้น (ประภาวดี เทพทอง, 2545; สุธิดา เกตุแก้ว, 2547; อลิสรดา ชมชื่น, 2550; และ พรรณทิพา พรหมรักษ์, 2552) แต่ยังไม่มีการศึกษาเฉพาะเจาะจงว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นควรจะต้องประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญใดบ้าง และแต่ละองค์ประกอบมีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งสารสนเทศต่าง ๆ เหล่านี้ล้วนเป็นสิ่งสำคัญและเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนหรือผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้ครูผู้สอนสามารถนำไปใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น

เหตุผลข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษากรุงเทพมหานคร ซึ่งโรงเรียนในสังกัดนี้ประกอบไปด้วยโรงเรียนขนาดเล็ก ขนาดกลาง ขนาดใหญ่ และขนาดใหญ่พิเศษ นักเรียนส่วนใหญ่มาจากครอบครัวซึ่งมีสถานภาพทางสังคมและเศรษฐกิจที่หลากหลาย มีความแตกต่างทางด้านสภาพแวดล้อมและแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ ค่อนข้างน้อย ทั้งนี้เพื่อนำสารสนเทศที่ได้รับจากการศึกษามาใช้เป็นแนวทางในการออกแบบและจัดทำหลักสูตรคณิตศาสตร์ในด้านการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ชัดเจนยิ่งขึ้น และใช้เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนในการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนรายวิชาสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาและส่งเสริมความสามารถดังกล่าวให้กับนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพต่อไป

## วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6
2. เพื่อนำเสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6

ผู้วิจัยได้ศึกษาองค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และจากการสัมภาษณ์ครูคณิตศาสตร์เพื่อกำหนดเป็นรูปแบบสมมติฐานทางทฤษฎีของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 จากนั้นตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของรูปแบบสมมติฐานที่กำหนดขึ้นกับข้อมูลเชิงประจักษ์จากผลการทดสอบโดยใช้แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อนำสารสนเทศที่ได้มาใช้เป็นแนวทางในการสัมภาษณ์ผู้เชี่ยวชาญเพื่อนำเสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัยได้ดังภาพ 1



ภาพ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงปริมาณ (Quantitative Method) และวิธีเชิงคุณภาพ (Qualitative Method) ผู้วิจัยดำเนินการวิจัย 3 ระยะ ดังนี้

#### ระยะที่ 1 การศึกษาตัวชี้วัดและองค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6

1. กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยระยะนี้ ผู้วิจัยคัดเลือกจากครูที่สอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาที่มีความเชี่ยวชาญและมีประสบการณ์ด้านการสอนคณิตศาสตร์สูง คือ ครูที่จบการศึกษาด้านการสอนคณิตศาสตร์โดยตรง และมีประสบการณ์ด้านการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาอย่างน้อย 5 ปี โดยใช้วิธีการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Random Sampling) จำนวน 5 ท่าน

#### 2. การเก็บและรวบรวมข้อมูล

ขั้นตอนที่ 1 ผู้วิจัยศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทั้งด้านความหมาย ความสำคัญ มาตรฐาน การประเมินผล และแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อสังเคราะห์เป็นตัวชี้วัดและองค์ประกอบเบื้องต้น โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis)

ขั้นตอนที่ 2 ผู้วิจัยนำตัวชี้วัดและองค์ประกอบเบื้องต้นที่สังเคราะห์ได้ในขั้นตอนที่ 1 มากำหนดเป็นข้อคำถามแล้วนำไปใช้สัมภาษณ์ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการสัมภาษณ์แบบเป็นทางการ เพื่อศึกษาตัวชี้วัดและองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจากที่สังเคราะห์ได้ในขั้นตอนที่ 1 โดยเก็บข้อมูลจากครูคณิตศาสตร์ที่เป็นกลุ่มเป้าหมายจำนวน 5 คน ซึ่งแบบสัมภาษณ์นี้เป็นแบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง จำนวน 8 ข้อ ตามองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะคำถามเป็นคำถามปลายเปิด ผลตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้องและความชัดเจนของการใช้ภาษา โดยพิจารณาเป็นรายข้อ ซึ่งทุกข้อคำถามมีค่าความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (IOC) เท่ากับ

1.00 ซึ่งถือว่ามีความสอดคล้องกับเนื้อหา (ดวงกมล ไตรวิจิตรคุณ, 2550) หลังจากนั้นนำข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์มารีวิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) และจัดหมวดหมู่

ขั้นตอนที่ 3 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการสังเคราะห์ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในขั้นตอนที่ 1 ไปรวมกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ในขั้นตอนที่ 2 แล้วนำมาสังเคราะห์และจัดหมวดหมู่ตัวชี้วัดและองค์ประกอบใหม่เพื่อกำหนดเป็นรูปแบบสมมติฐานทางทฤษฎีองค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่อไป

3. การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยนำตัวชี้วัดและองค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในเบื้องต้นไปรวมกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ จากนั้นนำมาสังเคราะห์และจัดหมวดหมู่ใหม่เพื่อกำหนดเป็นรูปแบบสมมติฐานทางทฤษฎีของตัวชี้วัดและองค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสำหรับนำไปสร้างเป็นแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ต่อไป ซึ่งการวิเคราะห์ข้อมูลใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis)

**ระยะที่ 2 การตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของตัวชี้วัดและองค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นกับข้อมูลเชิงประจักษ์**

1. ประชากรและตัวอย่าง ประชากรในการวิจัยระยะนี้ คือ นักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษากรุงเทพมหานคร กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 3,567 คน และตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยระยะนี้ คือ นักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 180 คน ผู้วิจัยได้ดำเนินการสุ่มแบบอาศัยความน่าจะเป็น (probability sampling) โดยใช้วิธีการสุ่มแบบสองขั้นตอน (two-stage random sampling) เพื่อให้ได้ตัวอย่างที่เป็นตัวแทนที่ดีของประชากร โดยขั้นที่ 1 สุ่มแบบแบ่งชั้น (stratified random sampling) โดยแบ่งโรงเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตามขนาดของโรงเรียน โดยใช้เกณฑ์จากสำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน และขั้นที่ 2 สุ่มอย่างง่าย (sample random sampling) เพื่อสุ่มนักเรียนที่ใช้เป็นตัวอย่างในการวิจัยให้เป็นไปตามขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมในการวิเคราะห์โมเดลความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้กำหนดไว้ข้างต้น โดยสุ่มนักเรียนจากโรงเรียนที่สุ่มได้ในขั้นที่ 1 ได้แก่ โรงเรียนขนาดกลาง ขนาดใหญ่ และขนาดใหญ่พิเศษ ขนาดละ 60 คน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 36 คะแนน แบบวัดแต่ละข้อจะตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกแยกตามตัวชี้วัด สำหรับผลตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาความถูกต้อง และความชัดเจนของการใช้ภาษา พร้อมทั้งเกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นมีค่าความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (IOC) ตั้งแต่ 0.67-1.00 ซึ่งถือว่ามีความสอดคล้องกับเนื้อหา (ดวงกมล ไตรวิจิตรคุณ, 2550) ตรวจสอบความเที่ยง (Reliability) โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค พบว่า มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.80 มีค่าความยาก (Difficulty) เท่ากับ 0.51 - 0.68 และมีค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) เท่ากับ 0.47 - 0.75

3. การเก็บและรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยนำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย จากคณะครู าศาสตร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ไปยังผู้อำนวยการโรงเรียนต่าง ๆ ในสังกัดสำนักงานการศึกษาประถมศึกษา กรุงเทพมหานคร หลังจากโรงเรียนอนุญาตให้เข้าเก็บข้อมูล ผู้วิจัยจึงได้ดำเนินการเก็บข้อมูลจากนักเรียน โดย นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไปทดสอบกับนักเรียนที่เป็นตัวอย่างวิจัย ซึ่งผู้วิจัยได้ ดำเนินการทดสอบนักเรียนด้วยตนเอง

4. การวิเคราะห์ข้อมูล นำข้อมูลพื้นฐานมาวิเคราะห์และตรวจสอบเพื่อรายงานค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ด้วยโปรแกรม SPSS ส่วนการวิเคราะห์องค์ประกอบ เชิงยืนยัน (Confirmatory Factor Analysis) เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนขององค์ประกอบของ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นกับข้อมูลเชิงประจักษ์ การวิเคราะห์ข้อมูลส่วนนี้ จะวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม M-Plus

### **ระยะที่ 3 การศึกษาแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6**

1. กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยระยะนี้ ผู้วิจัยคัดเลือกจากผู้เชี่ยวชาญที่มีความรู้ความเชี่ยวชาญด้าน การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา คือ ครูที่จบการศึกษาด้านการสอนคณิตศาสตร์โดยตรง และมี ประสบการณ์ด้านการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาอย่างน้อย 10 ปี อาจารย์ระดับอุดมศึกษาด้าน การศึกษาหรือการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Random Sampling) จำนวน 5 ท่าน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบสัมภาษณ์ที่มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิด โดยนำผลการ วิเคราะห์องค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้ จากการวิจัยในระยะที่ 2 มาสร้างเป็นโครงร่างแนวทางการจัดการเรียนการสอนของตนเองเสียก่อน หลังจาก นั้นนำโครงร่างแนวทางการจัดการเรียนการสอนและแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษา วิทยานิพนธ์พิจารณาความเหมาะสมและตรวจสอบความถูกต้องของการใช้ภาษา และให้ข้อเสนอแนะ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขก่อนที่จะนำไปสัมภาษณ์ผู้เชี่ยวชาญต่อไป

3. การเก็บและรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยติดต่อประสานงานไปยังผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ใน ระดับประถมศึกษาที่เป็นกลุ่มเป้าหมายในการวิจัยเพื่อขอสัมภาษณ์ตามประเด็นที่กำหนด หลังจากนั้นผู้วิจัยได้ เดินทางไปสัมภาษณ์ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาที่เป็นกลุ่มเป้าหมายในการวิจัย ด้วยตนเอง ตามวัน เวลา และสถานที่ ที่ได้นัดหมาย

4. การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ใน ระดับประถมศึกษา มาสังเคราะห์และสรุปเป็นแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบ ของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งการวิเคราะห์ข้อมูลใช้การ วิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis)

### **ผลการวิจัย**

ผู้วิจัยสรุปผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย โดยแบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

### ตอนที่ 1 ผลการศึกษาองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6

1. ผลการสังเคราะห์ตัวชี้วัดและองค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยสังเคราะห์จากการวิเคราะห์เอกสาร ตำรา บทความ งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และจากการไปสัมภาษณ์ครูที่สอนคณิตศาสตร์ พบว่า ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ 6 ตัวชี้วัด ได้แก่

องค์ประกอบที่ 1 การใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ (LANG.MATH) ประกอบด้วย 2 ตัวชี้วัด ได้แก่ 1.1 การใช้ภาษาและคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ (VOCAB) และ 1.2 การใช้สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ (SYMB)

องค์ประกอบที่ 2 การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (MATH.REP) ประกอบด้วย 3 ตัวชี้วัด ได้แก่ 2.1 การตีความ แปลความ และวิเคราะห์ความหมายจาก โจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ (INTERP) 2.2 การอธิบายวิธีคิด หรือวิธีแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ (EXP) และ 2.3 การสรุปคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา (CONC)

องค์ประกอบที่ 3 ความชัดเจนในการนำเสนอ (CLEAR.PRE) ประกอบด้วย 1 ตัวชี้วัด ได้แก่ 3.1 การเขียนอธิบายวิธีคิดเพื่อสื่อความหมายให้ผู้อื่นเข้าใจได้ตรงกัน (REP)

2. ผลการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย พบว่า ตัวแปรทุกตัวมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < .01$ ) เมื่อพิจารณาค่าสถิติ Bartlett' Test of Sphericity ซึ่งเป็นค่าสถิติทดสอบสมมติฐานว่าเมทริกซ์สหสัมพันธ์นั้นเป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) หรือไม่ พบว่า มีค่าเท่ากับ 898.60 แสดงว่าเมทริกซ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรแตกต่างจากเมทริกซ์เอกลักษณ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีไกเซอร์-เมเยอร์-ออลคิน (Kaiser-Mayer-Olkin measure of sampling adequacy: KMO) มีค่าเท่ากับ 0.88 ซึ่งเข้าใกล้ 1 ผลการทดสอบนี้แสดงให้เห็นว่าตัวแปรต่าง ๆ ในข้อมูลชุดนี้มีความสัมพันธ์กันมากและมีความเหมาะสมที่จะนำมาวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันได้ ดังแสดงในตาราง 1

ตาราง 1 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรสังเกตได้

ตัวแปร	VOCAB	SYMB	INTERP	EXP	CONC	REP
VOCAB	1					
SYMB	0.66*	1				
INTERP	0.42*	0.70*	1			
EXP	0.68*	0.84*	0.69*	1		
CONC	0.66*	0.70*	0.61*	0.82*	1	
REP	0.78*	0.72*	0.51*	0.75*	0.72*	1
Mean	3.67	4.69	5.20	4.68	4.04	3.57
SD	1.75	1.50	1.22	1.67	1.72	1.71

Bartlett' Test of Sphericity = 898.60      df = 15      p = 0.00

Kaiser-Mayer-Olkin measure of sampling adequacy: (KMO) = 0.88

\* p < .05

3. ผลการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของตัวชี้วัดและองค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นกับข้อมูลเชิงประจักษ์ พบว่า ผลการวิเคราะห์ พบว่า โมเดลความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งเป็นโมเดลสมมติฐานตามกรอบแนวคิดที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นมีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ พิจารณาได้จากค่าไค-สแควร์ ( $\chi^2 = 9.57, df = 5, p = 0.09$ ) ดัชนีวัดระดับความสอดคล้องกลมกลืน (CFI) เท่ากับ 0.99 และดัชนีวัดความสอดคล้องในรูปความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (SRMR) เท่ากับ 0.02 เมื่อพิจารณาค่าน้ำหนักองค์ประกอบของตัวแปรในโมเดล พบว่าตัวแปรทุกตัวมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < .01$ )

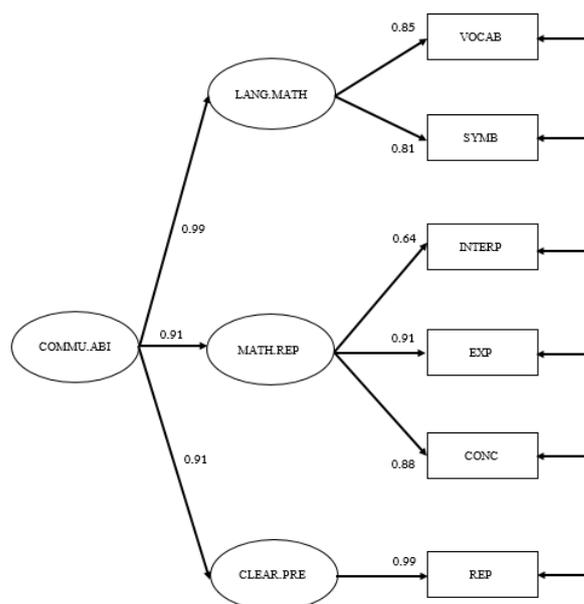
ตาราง 2 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่สองของโมเดลความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6

ตัวแปร	น้ำหนักองค์ประกอบ		P	R <sup>2</sup>
	b(SE)	B		
<b>การวิเคราะห์องค์ประกอบอันดับที่หนึ่ง</b>				
<u>องค์ประกอบการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ (LANG.MATH)</u>				
VOCAB	1.00(0.00)	0.85	999.00	0.72
SYMB	0.82(0.06)	0.81	0.00	0.66
<u>องค์ประกอบการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (MATH.REP)</u>				
INTERP	0.51(0.05)	0.64	0.00	0.41
EXP	1.00(0.00)	0.91	999.00	0.84
CONC	0.99(0.06)	0.88	0.00	0.77
<u>องค์ประกอบความชัดเจนในการนำเสนอ (CLEAR.PRE)</u>				
REP	1.00(0.00)	0.99	999.00	0.98
<b>การวิเคราะห์องค์ประกอบอันดับที่สอง</b>				
<u>ตัวชี้วัดรวมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (COMMU.ABI)</u>				
LANG.MATH	0.95(0.06)	0.99	0.00	0.99
MATH.REP	0.89(0.06)	0.91	0.00	0.83
CLEAR.PRE	1.00(0.00)	0.91	999.0	0.83
Chi-square = 9.57	df = 5		P = 0.09	
CFI = 0.99	SRMR = 0.02			
<b>เมทริกซ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรแฝง</b>				
LANG.MATH	LANG.MATH	MATH.REP	CLEAR.PRE	
	1			

MATH.REP	.81	1	
CLEAR.PRE	.82	.75	1

\*  $p < .01$  (ตัวเลขในวงเล็บ หมายถึง ค่าความคาดเคลื่อนมาตรฐาน)

จากผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่สองของโมเดลการวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ดังกล่าวสามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ ดังนี้



ภาพ 2 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่สองของโมเดลความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6

**เมื่อพิจารณาผลการวิเคราะห์องค์ประกอบอันดับที่หนึ่ง** ซึ่งเป็นผลการวิเคราะห์โมเดลที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบทั้ง 3 องค์ประกอบ (การใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และความชัดเจนในการนำเสนอ) กับตัวแปรสังเกตได้ทั้ง 6 ตัว (VOCAB, SYMB, INTERP, EXP, CONC, REP) ซึ่งเป็นตัวชี้วัดขององค์ประกอบทั้ง 3 ด้านดังกล่าว พบว่า ค่าน้ำหนักขององค์ประกอบของตัวชี้วัดทุกตัวมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < .01$ ) แสดงว่าตัวชี้วัดทั้ง 6 ตัว เป็นตัวชี้วัดที่สำคัญของการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ (LANG.MATH) การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (MATH.REP) และความชัดเจนในการนำเสนอ (CLEAR.PRE) โดยตัวชี้วัดที่มีน้ำหนักความสำคัญมากที่สุด ได้แก่ การเขียนอธิบายวิธีคิดเพื่อสื่อความหมายให้ผู้อื่นเข้าใจได้ตรงกัน (REP) มีค่าน้ำหนัก 0.99 รองลงมาคือ การอธิบายวิธีคิด หรือวิธีแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ (EXP) ส่วนตัวชี้วัดที่มีน้ำหนักความสำคัญน้อยที่สุด ได้แก่ การตีความ แปลความ และวิเคราะห์ความหมายจาก โจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ (INTERP) มีค่าน้ำหนัก 0.64 เมื่อพิจารณารายละเอียดในองค์ประกอบแต่ละด้าน ปรากฏผลดังต่อไปนี้

*องค์ประกอบการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์* ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ตัวชี้วัดทุกตัวมีค่าน้ำหนักองค์ประกอบมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < .01$ ) สำหรับตัวชี้วัดที่มีน้ำหนักความสำคัญมากที่สุดในการบ่งชี้ถึงการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การใช้ภาษาและคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ (VOCAB) มีค่าน้ำหนัก 0.85 และมีสัดส่วนความแปรปรวนที่อธิบายได้ด้วยองค์ประกอบการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ประมาณร้อยละ 72

*องค์ประกอบแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์* ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ตัวชี้วัดทุกตัวมีค่าน้ำหนักองค์ประกอบมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < .01$ ) โดยตัวชี้วัดที่มีน้ำหนักความสำคัญมากที่สุด ได้แก่ การอธิบายวิธีคิดหรือวิธีแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ (EXP) ซึ่งมีค่าน้ำหนัก 0.91 มีสัดส่วนความแปรปรวนที่อธิบายได้ด้วยองค์ประกอบแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประมาณร้อยละ 84

*องค์ประกอบความชัดเจนในการนำเสนอ* ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ตัวชี้วัดการเขียนอธิบายวิธีคิดเพื่อสื่อความหมายให้ผู้อื่นเข้าใจได้ตรงกัน (REP) มีค่าน้ำหนัก 0.99 และน้ำหนักองค์ประกอบมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < .01$ ) สัดส่วนความแปรปรวนที่อธิบายได้ด้วยองค์ประกอบความชัดเจนในการนำเสนอประมาณร้อยละ 98

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ตัวชี้วัดตามกรอบแนวคิดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดขึ้นในการวิจัยครั้งนี้ เป็นตัวชี้วัดที่มีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < .01$ ) ทุกตัว โดยทุกตัวชี้วัดมีค่าน้ำหนักองค์ประกอบเป็นบวก นั่นหมายความว่าหากนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถตามตัวชี้วัดดังกล่าวสูง ก็จะมีผลทำให้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

**เมื่อพิจารณาผลการวิเคราะห์องค์ประกอบอันดับที่สอง** ซึ่งเป็นผลการวิเคราะห์โมเดลที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยรวม (COMMU.ABI) ซึ่งเป็นองค์ประกอบอันดับที่สองกับองค์ประกอบทั้ง 3 องค์ประกอบ คือ องค์ประกอบการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ (LANG.MATH) องค์ประกอบแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (MATH.REP) และองค์ประกอบความชัดเจนในการนำเสนอ (CLEAR.PRE) ซึ่งเป็นองค์ประกอบอันดับที่หนึ่ง พบว่า องค์ประกอบทั้ง 3 องค์ประกอบดังกล่าว มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบที่มีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < .01$ ) ทุกด้าน โดยมีน้ำหนักองค์ประกอบอยู่ระหว่าง 0.91 ถึง 0.99 แสดงว่าองค์ประกอบทั้ง 3 องค์ประกอบนี้เป็นองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ได้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยองค์ประกอบที่มีค่าน้ำหนักความสำคัญมากที่สุด ได้แก่ องค์ประกอบการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ (LANG.MATH) มีค่าน้ำหนัก 0.99 รองลงมาคือองค์ประกอบแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (MATH.REP) และองค์ประกอบความชัดเจนในการนำเสนอ (CLEAR.PRE) มีค่าน้ำหนัก 0.91 องค์ประกอบแต่ละด้านดังกล่าวมีความแปรปรวนร่วมกันกับองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยรวม (COMMU.ABI) ประมาณร้อยละ 99, 83 และ 83 ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน พบว่ามีความสัมพันธ์กันทางบวกในระดับสูง โดยสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าตั้งแต่ 0.75 ถึง 0.82 แสดงว่าองค์ประกอบการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ (LANG.MATH) องค์ประกอบแสดงแนวคิดทาง

คณิตศาสตร์ (MATH.REP) และองค์ประกอบความชัดเจนในการนำเสนอ (CLEAR.PRE) มีความสัมพันธ์กันไม่ได้ แยกกันอย่างอิสระ นั่นคือ การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์นั้น จะต้องใช้ทั้งภาษาทางคณิตศาสตร์ และต้องมีความชัดเจนในการนำเสนอประกอบด้วย ซึ่งจะนำไปสู่การมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยรวมที่สูงขึ้น

## ตอนที่ 2 ผลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6

### 2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1) สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ ครูควรเน้นการสาธิตหรือแสดงให้ดูเป็นตัวอย่าง (Model) ถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องชัดเจน กล่าวคือ แสดงตัวอย่างการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและเสนอตัวอย่างที่ไม่ถูกต้องไปพร้อม ๆ กัน รวมถึงการนำวิธีการนำเสนอแนวคิดหรือการแสดงแนวคิดแบบต่าง ๆ มาให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าวิธีไหนสื่อสารได้ชัดเจนและถูกต้อง นอกจากนี้จะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ภายใต้คำแนะนำจากครู และฝึกฝนด้วยตนเองอย่างอิสระ

2) การสอดแทรก “การอภิปรายกลุ่มย่อยและกลุ่มใหญ่” ประกอบการสอนความรู้ใหม่ในเนื้อหาบางเรื่องที่เหมาะสม เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอ และแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง การอธิบายเหตุผลในการสนับสนุนของแนวคิดหรือข้อสรุปของตนเองหรือโต้แย้งความคิดเห็นหรือข้อสรุปของคนอื่น

3) การสอดแทรก “กิจกรรมการเขียนทางคณิตศาสตร์” โดยควรเลือกงานเขียนที่เอื้อให้นักเรียนได้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอและแสดงแนวคิดด้วยที่สำคัญ เช่น 3.1) การเขียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ด้วยภาษาตามความเข้าใจของตนเองเมื่อจบในแต่ละคาบเรียน 3.2) การเขียนอธิบายโมโนทัศน์และวิธีการทางคณิตศาสตร์ และ 3.3) การเขียนอธิบายและแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหา

4) กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งนำเสนอปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย (ภาพ กราฟ ตาราง) เช่น ครุณาปัญหาปลายเปิดให้นักเรียนได้สำรวจ และหาคำตอบซึ่งในการนำเสนอคำตอบอาจใช้ข้อความหรือการวาดรูป

5) กิจกรรมที่ใช้เทคนิค “Think-Talk-Write” โดยในการจัดกิจกรรม ครูจะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด (Think) อภิปรายร่วมกันอาจเป็นกลุ่มย่อยหรือกลุ่มใหญ่จนได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง จากนั้นนักเรียนเขียนข้อสรุปจากการอภิปรายด้วยภาษาของตนเอง นอกจากนี้ยังมีเทคนิคอื่น ๆ เช่น “Think-Pair-Share” โดยในการจัดกิจกรรม ครูจะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด (Think) ให้จับคู่เพื่อพูดคุยเพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิดและประสบการณ์ หาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ จากนั้นให้มีการนำเสนอข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ในกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียนครูใช้คำถามเพื่อให้แลกเปลี่ยนความรู้และเหตุผลซึ่งกันและกัน

แนวทางดังกล่าวข้างต้น จะเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายและนำเสนอแนวทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ทั้งผ่านการพูด การเขียน การฟังและการอ่าน ทำ

ให้ครูทราบว่านักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องหรือไม่ นักเรียนสามารถนำเสนอแนวคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนที่ชัดเจนหรือไม่ รวมถึงนักเรียนสามารถแสดงแนวคิดโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องหรือไม่ หากครูพบข้อผิดพลาด จะต้องชี้ให้นักเรียนทราบถึงข้อผิดพลาดดังกล่าว และปรับแก้ไขให้ถูกต้องในทันที

**2.2 การจัดสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้** แนวทางการจัดสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น พบว่า 1) การจัดสภาพแวดล้อมทางกายภาพ ได้แก่ จัดโต๊ะเรียนให้เอื้อต่อการทำกิจกรรม เช่น จัดเป็นคู่ จัดเป็นกลุ่มย่อย หรือจัดเป็นกลุ่มใหญ่ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสพูดคุย อภิปราย หรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และ 2) การจัดสภาพแวดล้อมทางจิตใจ ได้แก่ จัดบรรยากาศในการเรียนรู้ที่เหมาะสม เช่น บรรยากาศในห้องเรียนต้องไม่ตึงเครียดจนเกินไป ครูให้อิสระและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นในขณะเดียวกันครูต้องให้ความสำคัญกับคำตอบหรือความคิดของนักเรียนด้วยเพื่อให้นักเรียนรู้สึกว่าคุณค่าความคิดของเขามีประโยชน์

**2.3 การใช้สื่อการเรียนรู้** แนวทางการใช้สื่อการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น พบว่า ต้องใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมเข้าใจง่าย สามารถจับต้องได้ เคลื่อนย้ายได้สะดวก สอดคล้องกับเนื้อหาที่กำลังสอน เป็นสื่อที่ใกล้ตัวนักเรียน ช่วยให้นักเรียนสามารถมองเห็นภาพได้ชัดเจนยิ่งขึ้น และกระตุ้นให้นักเรียนได้พูดหรือแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น เช่น รูปภาพ โมเดลรูปเรขาคณิต วัสดุหรือของใช้ในชีวิตประจำวัน เป็นต้น

**2.4 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้** แนวทางการวัดและประเมินผลการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น พบว่า ต้องวัดและประเมินผลควบคู่กันทั้งการพูดและการเขียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย ได้แก่ การสังเกต การสัมภาษณ์ ใบงาน แบบทดสอบ และต้องมีเกณฑ์การประเมินที่ชัดเจนแต่ไม่ต้องละเอียดมาก เนื่องจากเกณฑ์การประเมินจะทำให้เราทราบว่านักเรียนมีปัญหาอะไรบ้าง ควรจะปรับปรุง แก้ไข หรือพัฒนาในด้านใด ดังนั้น การประเมินจึงเน้นการประเมินเพื่อพัฒนา มากกว่าการประเมินเพื่อตัดสิน

## อภิปรายผล

1. ผลการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของตัวชี้วัดและองค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นกับข้อมูลเชิงประจักษ์ 2

จากผลการตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของตัวชี้วัดและองค์ประกอบที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นกับข้อมูลเชิงประจักษ์ พบว่า โมเดลความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นมีความ

สอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ พิจารณาได้จากค่าไค-สแควร์ ( $\chi^2 = 9.57, df = 5, p = 0.09$ ) แสดงให้เห็นว่าตัวชี้วัดและองค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นมานี้สามารถนำไปเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมหรือพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นได้ เมื่อพิจารณาผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับที่สองโดยเรียงลำดับความสำคัญตามน้ำหนักขององค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คือ องค์ประกอบการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ (LANG.MATH) องค์ประกอบการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (MATH.REP) และองค์ประกอบความชัดเจนในการนำเสนอ (CLEAR.PRE) จะเห็นได้ว่าทุกด้านมีน้ำหนักองค์ประกอบอยู่ในระดับสูง (ระหว่าง 0.91 - 0.99) และองค์ประกอบด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากที่สุด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการที่นักเรียนจะสามารถสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ หรือนำเสนอสิ่งต่าง ๆ ได้นั้น นักเรียนต้องมีความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องสูญเสียก่อน ซึ่งสอดคล้องกับ National Council of Teachers of Mathematics (1989) ที่ระบุว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้ศัพท์สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงความคิด โดยได้ระบุความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งหนึ่งในนั้นก็คือ ความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์แสดงแนวคิด อธิบายความสัมพันธ์ และจำลองสถานการณ์ เป็นต้น

## 2. ผลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6

ประเด็นที่ 1 จากผลการศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในภาพรวม พบว่า ครูผู้สอนสามารถใช้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้อย่างหลากหลาย ได้แก่ 1) เน้นการสาธิตหรือแสดงให้ดูเป็นตัวอย่าง ถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ต้องชัดเจน 2) การสอดแทรก “การอภิปรายกลุ่มย่อยและกลุ่มใหญ่” เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอและแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง 3) การสอดแทรกกิจกรรม “การเขียนทางคณิตศาสตร์” เอื้อให้นักเรียนได้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอและแสดงแนวคิด 4) กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งนำเสนอปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย และ 5) กิจกรรมที่ใช้เทคนิค “Think-Talk-Write” และ “Think-Pair-Share” ซึ่งแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสอดคล้องกับวิธีการสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ มากมาย เช่น วิธีการสอนแบบสาธิต วิธีการสอนแบบอภิปราย เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิคการใช้ปัญหาปลายเปิด เป็นต้น นอกจากนี้แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อมูลข้างต้นแล้ว ผู้วิจัยยังได้ศึกษาเพิ่มเติมและพบว่า ยังมีวิธีการสอนที่สามารถส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้อีก นั่นคือ วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ทั้งนี้ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547) ได้อธิบายว่า วิธีการแบบเปิด (Open Approach) เป็นกระบวนการจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ให้มีลักษณะที่เริ่มต้นด้วยปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาปลายเปิดเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด ดังนั้นปัญหา

ปลายเปิดจึงเป็นส่วนประกอบสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด (Open Approach) ซึ่ง National Council of Teachers of Mathematics (1989) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดไว้ว่า เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้แสดงคำตอบหรือวิธีการอย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา ปัญหาจากคำถามปลายเปิดจะต้องกระตุ้น ส่งเสริมความสนใจและให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างระดับกันสามารถเริ่มทำและแก้ปัญหาได้ด้วยความสามารถของเขาเอง โดยการตั้งสมมติฐานคำตอบ การพัฒนาวิธีการแก้ปัญหา และสื่อสารความคิดด้วยตัวของเขาเอง สอดคล้องกับ Becker and Shimada (1997) ที่เสนอว่าปัญหาปลายเปิดเป็นวิธีการที่ทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันวิธีหนึ่ง จากการที่นักเรียนแต่ละคนหาคำตอบที่เป็นของตนเองและนำมาอภิปรายร่วมกัน นักเรียนจึงสามารถเรียนรู้แนวคิดอื่น ๆ ได้จากเพื่อนร่วมชั้น ซึ่งนับเป็นข้อดีของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นการช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารของนักเรียน

ประเด็นที่ 2 การศึกษาแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาและเก็บรวบรวมข้อมูลในช่วง ปีการศึกษา 2560 ซึ่งเป็นช่วงเวลาที่สถานศึกษาในประเทศไทยยังใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นแนวทางในการจัดการศึกษาแก่นักเรียน ต่อมาในปีการศึกษา 2561 ได้มีการพัฒนาและปรับปรุงหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ถึงแม้ว่าจะมีการพัฒนาและปรับปรุงหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ไปเป็นหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แต่ผลการวิจัยเกี่ยวกับแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ในงานวิจัยครั้งนี้ ก็ยังสามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเพื่อให้ นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้นได้ เนื่องจากความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ถือเป็นหนึ่งทักษะที่ยังมีความสำคัญและจำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะช่วยเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและความเข้าใจของนักเรียน ช่วยสร้างบรรยากาศที่เหมาะสมแก่การเรียนรู้ และช่วยให้ครูเข้าใจแนวคิดของนักเรียนได้ดีขึ้น (Rowan and Morrow, 1993) อีกทั้งยังเป็นทักษะพื้นฐานที่จำเป็นในการนำไปสู่การพัฒนาให้นักเรียนเพื่อให้เกิดทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ต่อไป

## ข้อเสนอแนะ

### ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. แนวทางการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้ศึกษาในบริบทของกรุงเทพมหานคร หากต้องนำแนวทางการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวไปใช้ในบริบทอื่น ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงลักษณะ สภาพแวดล้อม และ

ความต้องการของนักเรียนในโรงเรียนนั้น ๆ เป็นสำคัญ และนำไปปรับใช้อย่างเหมาะสมเพื่อให้เกิดประโยชน์กับนักเรียนมากที่สุด

2. ก่อนนำทางการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวไปใช้เพื่อพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นนั้น ครูควรศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับองค์ประกอบความสามารถในการสื่อสารทั้ง 3 องค์ประกอบให้ชัดเจนและเข้าใจเป็นอย่างดีเสียก่อน เนื่องจากองค์ประกอบทั้ง 3 องค์ประกอบมีรูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่แตกต่างกันตามลักษณะเฉพาะขององค์ประกอบนั้น ๆ และครูจะรู้ว่าควรให้ความสำคัญกับองค์ประกอบใดมากที่สุด ในการนำไปใช้ออกแบบกิจกรรมการจัดการเรียนการสอน

#### ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาและวิเคราะห์องค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นอื่น ๆ เช่น มัธยมศึกษาปีที่ 3 หรือ มัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อศึกษาว่าม้องค์ประกอบเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร แล้วนำสารสนเทศที่ได้ไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถดังกล่าวต่อไป

2. ควรมีการศึกษาและวิเคราะห์องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการเชื่อมโยง ความคิดสร้างสรรค์ หรือเจตคติทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น เพื่อใช้เป็นสารสนเทศในการนำไปพัฒนาให้นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ต่อไป

#### รายการอ้างอิง

##### ภาษาไทย

- ดวงกมล ไตรวิจิตรคุณ. (2550). *วิธีวิทยาการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ประภาวดี เทพทอง. (2545). *การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ด้วยการสอนโดยใช้กระบวนการสื่อสาร*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547). การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนญี่ปุ่น. *KKU Journal of Mathematics Education*. 1(1), 1-9.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.

- สุธิตา เกตุแก้ว. (2547). ผลของการใช้กระบวนการสื่อสารที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- อลิสรา ชมชื่น. (2550). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

### ภาษาอังกฤษ

- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for Schools Mathematics*. Reston: Virginia.
- Rowan, T. & Morrow, L. J. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards*. Reading, from the Arithmetic Teacher. Reston: Virginia.
- Becker, J.P. & Shimada, S. (1997). *The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.