



ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง
ร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING GUIDED INQUIRY
LEARNING CYCLE AND JOURNAL WRITING ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND
REASONING ABILITY OF UPPER SECONDARY SCHOOL STUDENTS

นายณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ *

Nuttapong Korsawadpat

อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เนรเทียน **

Sunsanee Nenthien, Ph.D.

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และ 3) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์ จำนวน 56 คน เป็นกลุ่มทดลอง 29 คน และกลุ่มควบคุม 27 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้ 1) นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

* นิสิตมหาวิทยาลัยสาขาศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: nut.kswp@gmail.com

** อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: Sansanee.N@chula.ac.th

ISSN1905-4491

Abstract

The purposes of this study were 1) to compare mathematical knowledge of students being taught by organizing mathematics learning activities using guided inquiry learning cycle and journal writing and those being taught by using a conventional approach, 2) to compare the mathematical reasoning ability of students being taught by organizing mathematics learning activities using guided inquiry learning cycle and journal writing and those being taught by using a conventional approach, and 3) to compare the mathematical reasoning ability of students being taught by organizing mathematics learning activities using guided inquiry learning cycle and journal writing between before and after learning. The research was conducted with 56 grade 11th students in the second semester of the academic year 2016 at Mahapruttaram Girls' School. They were divided into two groups, one experimental group with 29 students and one control group with 27 students. Students in experimental and control groups were taught by organizing mathematics learning activities using guided inquiry learning cycle and journal writing and by using a conventional approach, respectively. The experimental materials were lesson plans using guided inquiry learning cycle and journal writing, and conventional lesson plans. The research instruments consisted of a pre- and post-test for mathematical knowledge, and a pre- and post-test for mathematical reasoning ability. The data were analyzed by using arithmetic means, standard deviations, and t-test.

The results of the study revealed that 1) the mathematical knowledge of students in the experimental group were no different from those of students in the control group at .05 level of significance, 2) the mathematical reasoning ability of students in the experimental group were higher than those of students in the control group at .05 level of significance, and 3) the mathematical reasoning ability of students in the experimental group after learning were higher than those before learning at .05 level of significance.

คำสำคัญ: วงจรการเรียนรู้/ การสืบสอบแบบแนะแนวทาง/ การเขียนบันทึกการเรียนรู้/ ความรู้ทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

KEYWORDS: LEARNING CYCLE/ GUIDED-INQUIRY/ JOURNAL WRITING/ MATHEMATICAL KNOWLEDGE/ MATHEMATICAL REASONING ABILITY

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มนุษย์ใช้เป็นพื้นฐานของศาสตร์ในหลายแขนง จึงทำให้คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญที่ช่วยให้โลกมีความเจริญก้าวหน้า อีกทั้งคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือที่ทำให้เกิดการพัฒนาคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ การคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล การคิดอย่างเป็นระบบแบบแผน ทำให้บุคคลสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน สามารถแก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551; อัมพร ม้าคนอง, 2557) แต่จากการประเมินผลทางการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันพบว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากคะแนนการสอบคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากผลการประเมินระดับชาติที่อยู่ในระดับควรได้รับการปรับปรุง อาทิ รายงานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2558 และ 2559 โดยสถาบันทดสอบทางการศึกษา พบว่าคะแนนเฉลี่ยร้อยละของวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 32.40 และ 29.31 ตามลำดับ และรายงานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558 และ 2559 โดยสถาบันทดสอบทางการศึกษา พบว่าคะแนนเฉลี่ยร้อยละของวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 26.59 และ 24.88 คะแนน ตามลำดับ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2559a, 2559b, 2560a, 2560b) อยู่ระดับต่ำกว่าร้อยละ 50 สอดคล้องกับผลการประเมินในโครงสร้างการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ร่วมกับนานาชาติ (Trends in International Mathematics and Science Study: TIMSS) ในปี 2011 และ 2015 พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของประเทศไทยที่มีคะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ 427 และ 431 คะแนน ตามลำดับ โดยการประเมินจะแบ่งเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านความรู้ ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ และด้านการให้เหตุผล และเมื่อเทียบกับค่ากลางของการประเมิน คือ 500 คะแนน นั้นคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนไทยอยู่ต่ำกว่าค่ากลางของการประเมินทั้งหมดและได้รับการประเมินให้อยู่ในเกณฑ์ระดับ 1 หรือระดับต่ำ (Low International Benchmark) นั่นคือนักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้คณิตศาสตร์อยู่บ้าง แต่ยังไม่สามารถประยุกต์ความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้เท่าที่ควร (มติชนออนไลน์, 2559; สสวท. 2556) เช่นเดียวกันกับผลการวิจัยในโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment: PISA) ที่ประเมินเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ซึ่งวัดในสามด้าน คือ เนื้อหาคณิตศาสตร์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการใช้คณิตศาสตร์ของนักเรียนอายุ 15 ปี โดยผลการประเมินในปี 2012 และ 2015 พบว่าคะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยคิดเป็น 427 และ 415 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งมีคะแนนต่ำกว่าคะแนนค่าเฉลี่ยนานาชาติ 494 และ 490 คะแนน ตามลำดับ (OECD, 2015; ศูนย์ปฏิบัติการกระทรวงศึกษาธิการ, 2557) จากผลการประเมินที่กล่าวมาข้างต้น พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังมีปัญหาด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือสำคัญทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาค้นคว้า เพื่อให้เกิดการเรียนรู้สิ่งใหม่ (NCTM, 1989) เป็นทักษะที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง (สสวท., 2551)

สาเหตุที่ทำให้ผลการประเมินทางคณิตศาสตร์ทั้งในส่วนของ O-NET, TIMSS หรือ PISA ออกมาไม่เป็นไปตามที่คาดหวังไว้นั้นอาจมาจากหลายประการ อาทิ ธรรมชาติของเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรม (อัมพร ม้าคอง, 2557) โดยเฉพาะรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังคงยึดครูเป็นศูนย์กลางเป็นส่วนใหญ่ นอกจากนี้เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ทำความเข้าใจได้ยากอยู่แล้ว นักเรียนยังไม่ได้มีโอกาสในการสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองมากนัก จึงคาดว่าจะเป็นเหตุให้นักเรียนไม่มีความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้อย่างลึกซึ้งและไม่ได้รับการฝึกกระบวนการคิดต่าง ๆ ทั้งการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์การคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล การคิดอย่างเป็นระบบแบบแผน ซึ่งเป็นวัตถุประสงค์สำคัญของการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546) และสอดคล้องกับ ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2548) ที่กล่าวว่า การสอนให้นักเรียนเข้าใจหลักการอย่างมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนให้จำ เพราะนักเรียนจะเกิดความมั่นใจในการนำความรู้ไปใช้สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ได้อย่างหลากหลาย และทำให้เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

การพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ต้องพัฒนานักเรียนทั้งด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (NCTM, 2000) พร้อมกับการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ผ่านการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ (ปานทอง กุลนาถศิริ, 2539) โดยแนวทางการเรียนการสอนหนึ่งที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางซึ่งพัฒนามาจากรูปแบบการสอนแบบสืบสอบ โดย Lasley and Matczynski (2002) คือ รูปแบบการสอนสืบสอบแบบแนะแนวทาง (Guided-Inquiry) ที่นักเรียนจะได้ค้นพบมโนทัศน์ด้วยตัวเองผ่านกระบวนการอย่างเป็นระบบ โดยใช้มโนทัศน์เดิมที่มีเป็นพื้นฐานในการสร้างมโนทัศน์ใหม่ นักเรียนจะได้ใช้ทักษะในการสังเกตและใช้การถามคำถามในการสร้างและตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสิ่งที่ผู้สอนเตรียมไว้ให้ที่อาจเป็นแผนภูมิ กราฟ ตารางข้อมูล สมการคณิตศาสตร์ สถานการณ์ปัญหา หรือแบบจำลองจากโปรแกรมต่าง ๆ ฯลฯ ที่จะสอดคล้องกับมโนทัศน์ และนักเรียนจะได้ลงมือหาข้อมูลที่จำเป็นผ่านชุดคำถามที่จะช่วยนำนักเรียนไปสู่วัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ที่ผู้สอนต้องการ โดยผู้สอนจะคอยแนะแนวทางให้กับนักเรียน ซึ่งอาจเป็นการใช้คำถามให้นักเรียนได้คิดหาคำตอบหรืออาจแนะนำแหล่งเรียนรู้ที่นักเรียนจะสามารถหาข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการสร้างมโนทัศน์ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้ดำเนินการสร้างมโนทัศน์ไปในแนวทางที่ถูกต้องและสามารถบรรลุเป้าหมายในการสร้างมโนทัศน์ผ่านกระบวนการสืบสอบได้รวดเร็วยิ่งขึ้น กระบวนการเรียนรู้หนึ่งตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง คือ การเรียนรู้ตามวงจรการเรียนรู้ (learning cycle) 3 ขั้นตอนซึ่ง Hanson (2006) ได้เสนอแนะไว้ ประกอบด้วย ขั้นที่หนึ่ง ขั้นการสำรวจ (exploration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการได้สังเกตสิ่งที่ผู้สอนเตรียมไว้ และลงมือหาข้อมูลที่จำเป็นผ่านชุดคำถาม ขั้นที่สอง ขั้นการสร้างมโนทัศน์ (concept invention / concept formation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้ทำการคาดเดาและตรวจสอบจากข้อมูลและความสัมพันธ์ที่ได้จากขั้นการสำรวจจนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ตามความเข้าใจของตนเอง จากนั้นผู้สอนจึงทำการอธิบายเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งและชัดเจนยิ่งขึ้น หรือเป็นขั้นที่ผู้สอนใช้การแนะแนวทางให้นักเรียนได้สังเกต

และขยายความเข้าใจในมโนทัศน์นั้นจนเป็นมโนทัศน์ที่ชัดเจนและมีความถูกต้อง และขั้นที่สาม ขั้นการนำไปใช้ (application) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากขั้นการสร้างมโนทัศน์มาใช้ เพื่อให้เห็นถึง ประโยชน์และสามารถที่จะนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ต่อยอดในการสร้างมโนทัศน์ใหม่ ๆ เพิ่มเติมได้

อีกแนวทางหนึ่งที่เราคาดว่าจะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์คือ การเขียนบันทึกการเรียนรู้ (journal writing) ซึ่งการเขียนบันทึกการเรียนรู้เป็นกระบวนการหนึ่งที่ส่งเสริมการรู้คิด ผ่านข้อคำถามที่จะ ช่วยให้เกิดความรู้ความเข้าใจในหัวข้อที่นักเรียนได้เรียนรู้ (Chai, 2004; Tan & Garcés-Bacsal, 2013) ประกอบด้วย การเขียนสรุปสาระสำคัญของเนื้อหาที่เรียนด้วยภาษาของตนเอง การเขียนอธิบายแนวคิดเพื่อ ตอบคำถามที่เน้นตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง การเขียนระบุสิ่งที่เข้าใจและไม่เข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหา และการเขียนสะท้อนความรู้สึกเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ของตนเอง (Baxter, Woodward, & Olson, 2005; Dougherty, 1996) ซึ่งนอกจากการเขียนบันทึกการเรียนรู้จะช่วยให้นักเรียนสะท้อนและตรวจสอบ ความเข้าใจในมโนทัศน์ของตนเองแล้ว นักเรียนจะต้องมีการคิดวิเคราะห์ คิดไตร่ตรองเพื่อนำมาเขียนอธิบาย ความคิดของตนเองอย่างสมเหตุสมผลและผู้อื่นสามารถเข้าใจได้ ซึ่งอาจจะช่วยให้นักเรียนได้เกิดการพัฒนา ความสามารถในการให้เหตุผลอีกด้วย นอกจากนั้นการเขียนบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน ครูสามารถนำมาใช้ ในการประเมินความเข้าใจของนักเรียนและให้ข้อมูลป้อนกลับกับนักเรียนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน ของนักเรียน รวมถึงครูได้ใช้ข้อมูลจากการเขียนบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียนในการประเมินการสอนของ ตนเอง

จากการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบสืบสอบแบบแนะแนวทางโดยใช้วงจรการเรียนรู้และการเขียน บันทึกการเรียนรู้ นั้น พบว่ารูปแบบสืบสอบแบบแนะแนวทางโดยใช้วงจรการเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ให้นักเรียนสร้างความรู้จากความรู้พื้นฐานของนักเรียนผ่านการสืบสอบ หาความสัมพันธ์และสรุปตามความเข้าใจ ของตนเอง โดยมีครูเป็นผู้แนะแนวทาง ในขณะที่การเขียนบันทึกการเรียนรู้จะช่วยให้นักเรียนสะท้อนความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของความรู้ที่นักเรียนมีอยู่ จึงเป็นเหตุผลที่ ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการการสืบสอบแบบ แนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ซึ่งคาดว่าจะสามารถช่วยพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

วัตถุประสงค์

1. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายระหว่างกลุ่มที่ ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-experimental research) แบบวัดก่อนและหลังการทดลอง (two – group pretest posttest design) ประกอบด้วยกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตาราง 1 รูปแบบการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	X	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
C	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	~X	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E	แทน	กลุ่มทดลอง (Experimental Group)
C	แทน	กลุ่มควบคุม (Control Group)
X	แทน	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้
~X	แทน	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

1. การเลือกประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากรในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนมัธยมในสังกัดคณะกรรมการศึกษาธิการจังหวัด (กศจ.) กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์ จำนวน 2 ห้องเรียน โดยแบ่งเป็น นักเรียนกลุ่มทดลอง 29 คน และกลุ่มควบคุม 27 คน

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ชนิด คือ

2.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ และแผนการจัดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ จำนวน 13 แผน รวมทั้งสิ้น 18 คาบ

2.2 เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่

2.2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.71 ค่าความยากเป็น 0.23 – 0.65 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.23 – 0.72

2.2.2 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.81 ค่าความยากเป็น 0.21 – 0.66 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.21 – 0.52

2.2.3 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่า ความเที่ยงเป็น 0.73 ค่าความยากเป็น 0.36 – 0.42 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.38 – 0.65

2.2.4 แบบวัดวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่า ความเที่ยงเป็น 0.68 ค่าความยากเป็น 0.21 – 0.63 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.27 – 0.51

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

3.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลา 75 นาที และดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลา 50 นาที ได้ผลดังนี้

ตาราง 2 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความรู้ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

นักเรียนกลุ่ม ตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	F	t	Sig. (2-tailed)
กลุ่มทดลอง	29	17.62	3.509	3.89	1.27	.211
กลุ่มควบคุม	27	16.19	4.899			

* $p < .05$

ตาราง 3 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)

นักเรียนกลุ่ม ตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	F	t	Sig. (2-tailed)
กลุ่มทดลอง	29	10.55	3.717	.28	-.40	.693
กลุ่มควบคุม	27	10.93	3.396			

* $p < .05$

จากตาราง 2 และตาราง 3 พบว่าคะแนนความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3.2 ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มทดลอง และดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติกับกลุ่มควบคุม โดยทำการทดลองกลุ่มละ 4 คาบต่อสัปดาห์ ในเนื้อหาเรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

3.3 หลังดำเนินการทดลองครบตามที่กำหนดไว้แล้ว ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบทันทีหลังจากเสร็จสิ้นการทดลอง โดยให้นักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม ทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ใช้เวลา 75 นาที และทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ใช้เวลา 50 นาที จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

3.3.1 เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (Independent Sample t-test)

3.3.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (Independent Sample t-test)

3.3.3 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (Paired Sample t-test)

ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย สรุปผลการวิจัย ดังนี้

1. การเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตาราง 4 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนหลังเรียน		t	Sig.
		$\bar{x}$	S.D.		
กลุ่มทดลอง	29	23.90	2.257	.967	.169
กลุ่มควบคุม	27	23.26	2.669		

* $p < .05$

จากตาราง 4 พบว่าคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้และกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติหลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตาราง 5 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนหลังเรียน		t	Sig.
		$\bar{x}$	S.D.		
กลุ่มทดลอง	29	14.45	2.369	2.324	.012*
กลุ่มควบคุม	27	13.00	2.287		

*p < .05

จากตาราง พบว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ก่อนเรียนและหลังเรียน

ตาราง 6 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)

นักเรียนกลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	S.D.	t	Sig.
คะแนนก่อนเรียน	29	10.62	3.717	5.107	.000*
คะแนนหลังเรียน	29	14.45	2.369		

*p < .05

จากตาราง 6 พบว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำเสนอการอภิปรายผลการวิจัยตามสมมติฐานการวิจัย ดังนี้

1. จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้และนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติมีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งไม่สอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกตินั้นมีการใช้การแนะแนวทางให้กับนักเรียนเช่นเดียวกับกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ โดยในกลุ่มควบคุมเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับเนื้อหาที่สอนไปนั้น ผู้วิจัยมักใช้การถามนักเรียนเพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดและนำไปหาคำตอบได้ด้วยตนเองก่อนจึงค่อยทำการอธิบายอีกครั้งภายหลัง เช่น จุดบนระนาบในระบบพิกัดฉากสามมิติ นักเรียนเกิดข้อสงสัยว่าพิกัด $(0,0,0)$ นั้นอยู่บนระนาบใด ผู้วิจัยจึงใช้คำถามให้นักเรียนได้คิดหาคำตอบว่า หากพิกัดนั้นอยู่บนระนาบ XY พิกัดจะมีลักษณะเป็นอย่างไร เช่นเดียวกับ ระนาบ XZ และระนาบ YZ โดยในบางครั้งนักเรียนจะสามารถหาคำตอบได้ด้วยตนเอง หรือปรึกษากับเพื่อน และหลังจากนักเรียนได้คำตอบแล้วผู้วิจัยจึงทำการอธิบายอีกครั้ง ซึ่งสอดคล้องกับ NCTM (1991) ที่กล่าวว่า การใช้คำถามของครูในการถามให้นักเรียนเกิดการพูดคุยถกเถียงเป็นแนวทางหนึ่งที่สามารถช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ได้ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Rosenshine (1976; อ้างถึงใน Sahin and Kulm, 2008) ที่พบว่านักเรียนจะสามารถเรียนรู้ได้ดีเมื่อถูกถามจากคำถามที่มีคำตอบชัดเจน เช่น การถามถึงบทนิยาม การถามถึงคำตอบของผลลัพธ์ที่ได้ หรือการถามถึงกระบวนการต่อไปที่ต้องใช้ นอกจากนี้ได้มีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นรูปธรรมให้นักเรียนได้เรียนรู้โมทัศน์ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ร่วมกันของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มในเรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ ที่มีลักษณะเชิงเรขาคณิต และพีชคณิต เช่น สื่อประดิษฐ์ระบบพิกัดฉากสามมิติ สื่อที่เป็นรูปภาพผ่านโปรแกรมสำเร็จรูป geogebra, geometer 's sketchpad ซึ่งตรงกับคำกล่าวของ Ball (1992) ที่กล่าวว่า การใช้สื่อการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เห็นได้ชัด จำต้องได้เป็นส่วนสำคัญที่ช่วยส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ วัชรสันต์ อินธิสาร (2547) ที่พบว่าการใช้โปรแกรม geometer 's sketchpad ส่งผลให้นักเรียนมีโมทัศน์ทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เช่นเดียวกับงานวิจัยของ ชยุตม์ ล้อธีรพันธ์ (2558) ที่พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่ใช้โปรแกรม geogebra และกลุ่มที่ใช้โปรแกรม geometer 's sketchpad ประกอบการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เหตุผลอีกประการหนึ่งอาจจะเป็นเพราะลักษณะของข้อสอบในแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ส่วนใหญ่เมื่อพิจารณาตามทฤษฎีการเรียนรู้ของ Bloom (Bloom's Taxonomy) แล้วพบว่า ข้อสอบในแบบวัดส่วนใหญ่เป็นการวัดที่อยู่ในระดับจำ เข้าใจ และมีจำนวนข้อสอบที่วัดในระดับสูงไม่มาก โดยสังเกตได้จากคะแนนผลการทดสอบที่ได้จากการใช้แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มมีคะแนนเฉลี่ยที่ไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนทั้งสองกลุ่มมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในเกณฑ์ที่สูงกว่า 75 เปอร์เซนต์ทำให้สรุปได้ว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นได้ จึงอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่สามารถแยกแยะความแตกต่างด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มได้อย่างชัดเจน

ถึงแม้ผลจากการวิจัยที่ได้จะไม่สอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 แต่จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับ การเขียนบันทึกการเรียนรู้ ผู้วิจัยพิจารณาขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า ทั้ง 3 ขั้น ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ชัดเจน เนื่องจากนักเรียนได้สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง ทราบถึงที่มาของมโนทัศน์รวมถึงกระบวนการในการนำมโนทัศน์ไปใช้ได้อย่างถูกต้อง ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นการสำรวจ นักเรียนได้มีส่วนร่วมกับการเรียนการสอนโดยเป็นผู้สังเกตตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อค้นหาข้อมูลที่จำเป็นในการนำไปใช้สร้างมโนทัศน์ผ่านชุดคำถามที่ครูเตรียมไว้ แล้วนำข้อมูลสำคัญมาจดบันทึก ซึ่งผู้วิจัยสังเกตเห็นว่าเมื่อนักเรียนได้ทำการหาข้อมูลต่าง ๆ ด้วยตนเอง นักเรียนมีการพูดคุยปรึกษาและเปรียบเทียบข้อมูลที่ตนเองได้กับเพื่อนที่ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมระหว่างการเรียนการสอนและเกิดความสนใจในการเรียน และช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ที่สร้างได้ชัดเจน ขั้นที่ 2 ขั้นการสร้างมโนทัศน์ นักเรียนได้นำข้อมูลที่ได้ในขั้นการสำรวจมาใช้ในการสร้างมโนทัศน์ร่วมกับการแนะแนวทางของครู และได้ทดลองนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ จากการสังเกต พบว่านักเรียนได้มีการพูดคุย เติบียงกันระหว่างเพื่อนนักเรียนถึงมโนทัศน์ที่น่าจะเป็นไปได้จากข้อมูลที่นักเรียนสำรวจได้จนนำไปสู่ข้อสรุปที่เป็นไปได้มากที่สุด แล้วนำข้อสรุปที่ได้มาเขียนบันทึกตามความเข้าใจของตนเอง หลังจากนั้นผู้วิจัยทำการอธิบายเกี่ยวกับมโนทัศน์ดังกล่าวอีกครั้ง ซึ่งช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ไปในแนวทางเดียวกัน และจากการตรวจสอบความเข้าใจมโนทัศน์ของนักเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ถูกต้องและขั้นที่ 3 ขั้นการนำไปใช้ นักเรียนได้นำมโนทัศน์ที่ได้สร้างไปฝึกใช้กับโจทย์คณิตศาสตร์ และฝึกการประยุกต์มโนทัศน์ดังกล่าวไปใช้ร่วมกับมโนทัศน์อื่น ๆ ในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนยิ่งขึ้น ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจกระบวนการในการนำไปใช้ของมโนทัศน์นั้นอย่างถูกต้อง

2 จากผลการวิจัย ที่พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องจากเหตุผลหลายประการ ดังนี้

ประการที่หนึ่ง การกระตุ้นการคิดจากการใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางอย่างเป็นขั้นตอน ตั้งแต่การแนะแนวทางในการสืบสอบ สืบหาข้อมูลที่จำเป็น แนะนำทางให้นักเรียนมีการคิดอย่างเป็นลำดับในการนำผลจากการสืบสอบไปใช้หาความสัมพันธ์เพื่อนำมาสรุปเป็นมโนทัศน์ จนถึงการแนะแนวทางในการนำมโนทัศน์ไปประยุกต์ใช้กับโจทย์ปัญหาต่าง ๆ ซึ่งเป็นกระบวนการที่นักเรียนได้เป็นคนสร้างมโนทัศน์ผ่านการสังเกตเพื่อหาข้อมูลสำคัญ ทำการพูดคุยเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ได้ รวมถึงเกิดการตรวจสอบโดยการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้ระหว่างตนเองกับเพื่อนจนนำไปสร้างเป็นมโนทัศน์ด้วยตนเองผ่านการแนะแนวทางของครูตามสถานการณ์ แล้วครูจึงเป็นผู้ทำการสรุปมโนทัศน์ดังกล่าวอีกครั้งเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้อง ชัดเจน และเป็นไปในแนวทางเดียวกัน ซึ่งสอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2545) ที่กล่าวว่าการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น ครูควรให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง ควรให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเองก่อนแล้วครูจึงช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่าเหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ หรือยังมีข้อบกพร่องที่ใดอย่างไร และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ โสมรศมี ดาหลาย (2551) ที่ได้ศึกษาผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าหลังการทดลองกลุ่มทดลองที่ได้รับการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เช่นเดียวกับ เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางกับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การสอนแบบสืบสอบ 6 ขั้น ในเนื้อหาเรื่อง เส้นขนาน เปรียบเทียบ 2 ห้องเรียน พบว่าหลังการทดลองกลุ่มทดลองที่ได้รับการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประการที่สอง การใช้การเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่ให้นักเรียนทำการเขียนสรุปสาระสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ที่ได้เรียนรู้ด้วยภาษาของตนเอง การเขียนอธิบายเพื่อตรวจสอบความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน และเขียนสะท้อนความรู้สึเกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้ของตนเองในสิ่งที่เข้าใจและยังไม่เข้าใจ หรือเขียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับเนื้อหาหรือกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบ โดยจากการให้นักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้ ผู้วิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้มีการนำสิ่งที่นักเรียนยังไม่เข้าใจมาเขียนในบันทึกการเรียนรู้เพื่ออธิบายถึงสิ่งที่นักเรียนสงสัย จากการสังเกตนักเรียนส่วนใหญ่เมื่อเกิดข้อสงสัยมักไม่กล้าถามระหว่างเรียนในห้องเรียน และผู้วิจัยได้นำแบบบันทึกการเรียนรู้นั้นมาตรวจและให้ผลตอบกลับในสิ่งที่นักเรียนได้เขียนถามเกี่ยวกับข้อสงสัย หรือสิ่งที่นักเรียนอาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเป็นรายบุคคล จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่าสอดคล้องกับ วรณารถ อยู่สุข (2555) ที่กล่าวว่า ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ครูต้องจัดสภาพการณ์ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ ได้ให้เหตุผลผ่าน

การอธิบายและเขียนบรรยาย โดยมีการปฏิบัติกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์วางแผนการปฏิบัติกิจกรรมหรือสร้างข้อคาดการณ์/ข้อสรุป และการตัดสินใจหรือยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Liebars (1997) ที่พบว่าการใช้การเขียนบันทึกการเรียนรู้จะช่วยให้นักเรียนได้คิดอย่างรอบคอบ ค่อยเป็นค่อยไป และได้สะท้อนความคิดความเข้าใจตามความเข้าใจของตนเอง

3. จากผลการวิจัย ที่พบว่านักเรียนเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้มีความสามารถในการให้เหตุผลหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 3 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นที่ 1 ขั้นการสำรวจ เมื่อนักเรียนได้ทำการหาข้อมูลสำคัญจากการสังเกตตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยเตรียมมาให้ พบว่านักเรียนมีการเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลที่ตนเองค้นพบกับเพื่อน และเมื่อได้ข้อมูลที่ไม่ตรงกันนักเรียนได้ทำการพูดคุยแลกเปลี่ยนถึงที่มาของคำตอบที่แต่ละคนได้จนกระทั่งได้ข้อมูลที่ทั้งตนเองและเพื่อนยอมรับ ในขั้นที่ 2 ขั้นการสร้างมโนทัศน์ นักเรียนได้หาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้เพื่อนำมาสรุปเป็นมโนทัศน์ โดยในระหว่างขั้นนี้ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่านักเรียนมีการพูดคุย เปรียบเทียบข้อสรุปที่ได้ของตนเองกับเพื่อน และเมื่อได้ข้อสรุปที่ไม่ตรงกันนักเรียนพยายามหาข้อมูล เหตุผลมาอธิบายถึงความต่างของข้อสรุปของตนเองกับเพื่อน แล้วจึงนำมาเขียนตามความเข้าใจที่ได้ในภาษาของตนเอง และหลังจากนั้นเมื่อผู้วิจัยได้ทำการอธิบายเกี่ยวกับมโนทัศน์ดังกล่าวอีกครั้ง นักเรียนที่ได้ข้อสรุปยังไม่ครบถ้วน หรือมีความคลาดเคลื่อน ก็จะเกิดคำถามและพยายามหาข้อมูลเพิ่มเติม เช่น ในการสรุปมโนทัศน์ของการขนานกันระหว่างเวกเตอร์ เมื่อผู้วิจัยถามนักเรียนว่า เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกันจะขนานกันเสมอหรือไม่ ก็พบว่ามึนักเรียนส่วนหนึ่งที่ได้ทำการถกเถียงเกี่ยวกับข้อสรุปที่ได้อีกครั้ง และในขั้นที่ 3 ขั้นการนำไปใช้ นักเรียนได้ฝึกใช้มโนทัศน์ และเขียนบันทึกการเรียนรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของตนเอง ซึ่งนักเรียนจะได้ทบทวนและสรุปเกี่ยวกับสิ่งที่ตนเองเข้าใจและยังไม่เข้าใจ รวมถึงเขียนบันทึกการเรียนรู้ในการสะท้อนความรู้เกี่ยวกับการเรียนคณิตศาสตร์ในคาบนั้น

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กล่าวมาทั้ง 3 ขั้น นั้นนักเรียนจะได้ใช้ทั้งกระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทางผ่านวงจรการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นการสืบสอบและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่จะช่วยให้นักเรียนได้คิดและอธิบายแนวคิดของตนเองผ่านการพูดและผ่านการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับสูตรตัน ภิมมย์ราช (2555) ที่กล่าวว่า แนวทางหนึ่งในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สนับสนุนให้นักเรียนได้คิดและอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดนั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผล และควรกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และจากการกล่าวของ Lawson (1995) ว่าการใช้วงจรการเรียนรู้ซึ่งเป็นกระบวนการตามการสืบสอบในการเรียนการสอนมีความสอดคล้องกับแนวทางที่ทำให้ให้นักเรียนได้เกิดการสร้างความรู้ด้วยตนเองผ่านการแสดงความคิดเห็นโต้แย้ง และการทดสอบความคิดเห็นของตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์และการพัฒนาแบบแผนการให้เหตุผล นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของเกรียงไกร อภัยวงศ์ (2548) ที่ได้ศึกษาผลของการใช้วงจรการเรียนรู้แบบการตั้งสมมติฐานนิรนัยในวิชา

ชีววิทยา ที่แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอนผ่านการข้อคำถามเชิงสาเหตุของครู พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการใช้วงจรการเรียนรู้แบบการตั้งสมมติฐานนิรนัยในวิชาชีววิทยามีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลเชิงวิทยาศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของภูมิฤทัย วิทย์วิจิตร (2556) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ซึ่งเป็นกระบวนการที่เน้นให้นักเรียนได้สังเกต คิดวิเคราะห์ จัดกลุ่ม อธิบายเหตุผล หาความสัมพันธ์เพื่อสร้างข้อสรุป และนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำแก่นักเรียน พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

1. การใช้การเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่นักเรียนต้องเขียนรายละเอียดมากมายอาจไม่เหมาะกับบริบทของนักเรียนไทยในปัจจุบันที่ยังไม่ได้ถูกฝึกการสื่อสารผ่านการเขียนมากพอในเรื่องการเขียนสรุปใจความ อธิบายประสบการณ์ หรือการสื่อสารความคิด ข้อเสนอแนะทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียน ดังนั้นครูควรปรับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ให้นักเรียนเขียนเฉพาะใจความสำคัญของมโนทัศน์ที่ได้ และควรปรับรูปแบบของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ให้มีความหลากหลายเพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้
2. ควรมีการศึกษาผลของการใช้กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากในการวิจัยที่ผ่านมาผู้วิจัยพบว่านักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้นทั้งผ่านการอธิบายแนวคิด และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีความชัดเจนมากขึ้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. *วารสารคณิตศาสตร์*, 46(530-532), 54-58.
- เกรียงไกร อภัยวงศ์. (2548). *ผลของการเรียนการสอนชีววิทยาโดยใช้วงจรการเรียนรู้แบบการตั้งสมมติฐานนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงวิทยาศาสตร์และมโนทัศน์ชีววิทยาของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย*. (ปริญญาโทบริหารบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ชยุตม์ ล้อธีรพันธ์. (2558). การเปรียบเทียบการใช้โปรแกรม GSP กับโปรแกรม GeoGebra ประกอบการเรียนรู้เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2539). การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21. วารสาร สสวท, 24(92), 12.
- ปิยวดี วงษ์ใหญ่. (2548). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: เอส พี เอ็น การพิมพ์.
- ภูมิฤทัย วิทวิทยิน. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มติชนออนไลน์. (2559). เผยผลประเมิน TIMSS 2015 วิชาคณิต-วิทย์ ม.2 นักเรียนไทยอยู่อันดับ 26-27 จาก 39 ประเทศ. สืบค้นจาก <http://www.matichon.co.th/news/377418>
- วรณารถ อยู่สุข. (2555). การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วัชรสันต์ อินธิสาร. (2547). ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้โปรแกรม The Geometers Sketchpad. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศูนย์ปฏิบัติการกระทรวงศึกษาธิการ. (2557). อันดับการศึกษาไทยใน PISA 2012. สืบค้นจาก <http://www.moc.moe.go.th/upload/january57.pdf>
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2559a). สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2558. สืบค้นจาก http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM3_2558.pdf
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2559b). สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558. สืบค้นจาก http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM6_2558.pdf
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2560a). สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2559. สืบค้นจาก http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM3_2559.pdf
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2560b). สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2559. สืบค้นจาก http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM6_2559.pdf

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ส.เจริญการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. สมุทรปราการ: บริษัท แอดวานซ์ พรินต์ติ้ง เซอร์วิส จำกัด.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: พัฒนาการคุณภาพวิชาการ.
- สุดารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์. วารสารอิเล็กทรอนิกส์ทางการศึกษา (OJED), 8, 363-375.
- เสาวรัตน์ งามแก้ว. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อเมตาคognitionและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. วารสารอิเล็กทรอนิกส์ทางการศึกษา (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- โสมรศม์ ดาหลาย. (2551). ผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- Ball, D. L. (1992). Magical hopes: Manipulatives and the reform of math education. *America Educator: The Professional Journal of the American Federation of Teachers*, 16(2).
- Baxter, J. A., Woodward, J., & Olson, D. (2005). Writing in mathematics: an alternative form of communication for academically low-achieving students. *Learning Disabilities Research & Practice*, 20(2), 119-135.
- Chai, H. L. (2004). *The effects of using journal writing as an alternative assessment in a primary four mathematics classroom*.
- Dougherty, B. J. (1996). The write way: A look at journal writing in first-year algebra. *The Mathematics Teacher*, 89(7), 556-560.
- Hanson, D. M. (2006). *Instructor's guide to process-oriented guided-inquiry learning*: Pacific Crest Lisle, IL.
- Lasley, T. J., & Matczynski, T. J. (2002). *Strategies for teaching in a diverse society: Instructional models* (2 ed.): Wadsworth Publishing Company.
- Lawson, A. E. (1995). *Science teaching and the development of thinking*: wadsworth publishing company.

- Liebars, C. (1997). *Journal Writing: A Model for Mathematics Teacher Education*.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Natl Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*: Natl Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1): Natl Council of Teachers of Mathematics.
- OECD. (2015). *PISA 2015 Results in Focus*. Retrieved from: <http://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf>
- Sahin, A., & Kulm, G. (2008). Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. *Journal of mathematics teacher education*, 11(3), 221-241.
- Tan, T., & Garces-Bacsal, R. M. (2013). The effect of journal writing on mathematics achievement among high-ability students in Singapore. *Gifted and Talented International*, 28(1-2), 173-184.