



ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

EFFECT OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES BY USING THE MODEL METHOD AND
COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION ON THE MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY
OF EIGHTH GRADE STUDENTS

นายธีรพล พากเพียรกิจ**

Teerapon Pakpiankij

อ.ดร.จินดิษฐ์ ละออปักษิณ***

Jinnadit Laorpaksin, Ed.D.

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ซึ่งประกอบด้วย 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ 2) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงระหว่างเรียน 3 ระยะ โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาทรวิทยา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 24 คน โดยนักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการวิเคราะห์ค่าที่ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบ ในช่วงหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบดีขึ้นเป็นลำดับ โดยสามารถเรียงลำดับพัฒนาการจากมากไปหาน้อย ได้เป็น ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา และด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

* ได้รับทุนอุดหนุนวิทยานิพนธ์สำหรับนิสิต จากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

** นิสิตมหาบัณฑิตสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: dark_deaddevil@hotmail.com

*** อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: ljinnadit@hotmail.com

ISSN1905-4491

Abstract

The purpose of this research was to study the mathematical problem solving ability of eighth grade students who were taught by using the model method and cognitively guided instruction which was composed of 1) comparing the mathematical problem solving ability of students who were taught by using the model method and cognitively guided instruction between, before and after being taught by considering the mathematical problem solving ability of the students for each aspects; and 2) studying the mathematical problem solving ability development of students who were taught by using the model method and cognitively guided instruction during three periods. The target group consisted of 24 eighth grade students of Sathapornwittaya School in the first semester of the 2015 academic year. They were taught using the model method and cognitively guided instruction. The instruments for data collection were a test for studying mathematical problem solving ability development, an interview form and mathematical problem solving tests. The experimental materials, which were constructed by the researcher, consisted of lesson plans using the model method and cognitively guided instruction. The data were analyzed by using arithmetic mean, standard deviation and t – test. The results of the research revealed that: 1) the mathematical problem solving ability of the students who were taught by using the model method and cognitively guided instruction was better than before the instruction at a significant level of .05. When comparing the mathematical problem solving ability of the students in each aspect, we found that the students had better mathematical problem solving ability after the instruction in all aspects at the significant level of .05.; and 2) the mathematical problem solving ability of the students studying with the model method and cognitively guided instruction gradually developed in all aspects, ranging from high to low as follows: problem formulation, problem solving, problem evaluation and problem understanding.

คำสำคัญ: โมเดลเมธอด/ การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด/ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

KEYWORDS: MODEL METHOD/ COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION/ PROBLEM SOLVING

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิด และการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างมาก มีความจำเป็นในการดำรงชีวิตประจำวัน เป็นเครื่องมือที่แสดงออกทางความคิด มีการคิดอย่างมีวิจารณ์ญาณและเป็นระบบ เป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้เป็นคนมีเหตุผล ตลอดจนมีทักษะการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ยิ่งไปกว่านั้น คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ เช่น วิศวกรรมศาสตร์ สถาปัตยกรรมศาสตร์ พาณิชยศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ทำให้โลกมีการพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างมากมาในทุกวันนี้นี้ และส่งเสริมให้มนุษย์มีคุณภาพชีวิตที่ดีขึ้น (สสวท., 2555)

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญมากก็ตาม แต่การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมายังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหา คณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่างๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สสวท., 2555) เห็นได้จากผลการประเมินต่างๆ มากมาย เช่น การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ร่วมกับนานาชาติ ในโครงการ TIMSS 2011 (The Trends in International Mathematics and Science Study 2011) โดยทำการประเมินนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนไทยได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติที่มีคะแนนเฉลี่ย 500 คะแนน (TIMSS 2011 International Mathematics Report, 2012 อ้างถึงในปรีชาญ เดชศรี, 2555) เมื่อเปรียบเทียบกับย้อนหลังกับคะแนนเฉลี่ยในปี 2007 พบว่าลดลง โดยเมื่อปี 2007 วิชาคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ย 441 คะแนน เมื่อพิจารณาในภาพรวมถูกจัดอยู่ในกลุ่มระดับแย่ (poor) สอดคล้องกับการประเมินการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนร่วมกับนานาชาติ ในโครงการ PISA 2012 (Programme for International Student Assessment) โดยทำการประเมินนักเรียนอายุ 15 ปี พบว่านักเรียนไทยได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติที่มีคะแนนเฉลี่ย 494 คะแนน (ศศิธรา พิชัยชาญณรงค์, 2556) นอกจากนี้ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (O – NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2556 พบว่านักเรียนทั่วประเทศได้คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์เพียง 25.45 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน คิดเป็นอันดับสุดท้ายจากวิชาทั้งหมดที่มีการจัดสอบ และมีคะแนนในส่วนสาระทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ 10.18 คะแนน (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ, 2557) นอกจากนี้

ผลการประเมินคุณภาพนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสำนักงานคณะกรรมการการมัธยมศึกษาแห่งชาติ ที่ได้ทำการประเมินทุกๆ ปี พบว่านักเรียนมีความสามารถด้านการแก้โจทย์ปัญหาและการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างต่ำ (วิชัย พานิชย์สวຍ, 2545)

การแก้ปัญหาคือหัวใจของคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหามิใช่เป็นหัวข้อเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่แยกออก แต่ควรเป็นกระบวนการที่สอดแทรกอยู่ในหลักสูตรที่มีการจัดสภาพการเรียนรู้ให้นักเรียนได้รับแนวคิด และทักษะต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ (NCTM, 1989) ซึ่งการแก้ปัญหาคือการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา และมักรวมทักษะอื่นๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาก็ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ เนื่องจากการแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง หากนักเรียนได้รับการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาก็จะช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการเชื่อมโยง ช่วยพัฒนาทักษะของนักเรียนในการเลือกและใช้กลยุทธ์แก้ปัญหาย่างเหมาะสม และช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากมาย (อัมพร ม้าคนอง, 2554) นอกจากนี้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2555) ได้ระบุว่า การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ผูกพัน พัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เด็กมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาก็เผชิญอยู่ ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาก็ในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต จะเห็นว่าทักษะการแก้ปัญหาคือทักษะที่สำคัญ เป็นจุดเน้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์รวมถึงเป็นส่วนที่บูรณาการกิจกรรมทั้งหมดทางคณิตศาสตร์

แม้ว่าการแก้ปัญหาก็มีความสำคัญอย่างมาก แต่ในการจัดการเรียนการสอนปัจจุบันที่สอนการแก้ปัญหาก็ยังมีปัญหา ซึ่งศศินภา กาละปลูก (2552) ได้พบว่าสาเหตุที่ทำให้เด็กไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้นั้น มีดังนี้ 1) ขั้นตอนการอ่านและขั้นตอนการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะเกิดจากปัญหาด้านการใช้ภาษาไทยในการสื่อสาร 2) ขั้นตอนการเปลี่ยนรูปเกิดจากเด็กกำหนดตัวแปรในสมการไม่ถูกต้อง และเด็กเรียนเดาคำตอบผิดไว้มาก่อน แล้วจึงสร้างสมการเพื่อให้ได้คำตอบตรงกับที่คาดคะเนเอาไว้ 3) ขั้นตอนการใช้ทักษะกระบวนการเกิดจากการคิดคำนวณเพียงเพื่อต้องการให้ได้คำตอบตรงกับที่คาดคะเนเอาไว้ การนำกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ผิด การตรวจสอบคำตอบผิด การคิดคำนวณที่ไม่ถูกต้อง และความสะเพร่า 4) ขั้นตอนการสรุปตอบเกิดจากความสะเพร่าในการสรุปตอบ ซึ่งส่วนใหญ่จะมีความผิดพลาดการเปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์มาเป็นรูปภาพหรือประโยคสัญลักษณ์มากที่สุด

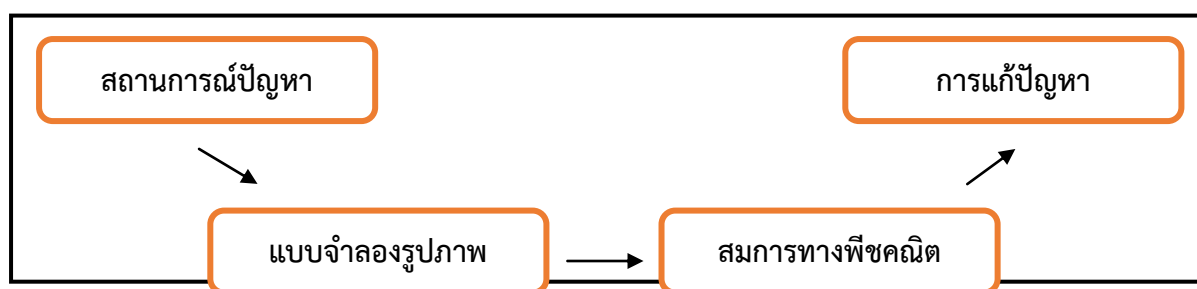
แนวคิดโมเดลเมธอดเป็นนวัตกรรมที่คิดค้นโดยทีมวิจัยคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาที่ประเทศสิงคโปร์ เพื่อใช้ในการสอนเนื้อหาเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยโมเดลเมธอดเป็นวิธีการวาดภาพแบบจำลองรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เพื่อนำเสนอเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในเชิงปริมาณ ทั้งจำนวนที่ทราบค่าและไม่ทราบค่า และอธิบายลักษณะความสัมพันธ์ในสถานการณ์เหล่านั้น ซึ่งพบว่าการนำเสนอสถานการณ์ผ่านแบบจำลองที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสามารถทำให้นักเรียนมองเห็นภาพและเข้าใจความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งแนวคิดโมเดลเมธอดมีด้วยกัน 3 แบบ คือ (Kho, 1987)

1) แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ (Part - Whole Model) เป็นแบบจำลองที่แบ่งแถบข้อมูลออกเป็นส่วนๆ เพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อย (part) ซึ่งอาจจะมีเพียงสองส่วนย่อยหรือมากกว่าก็ได้ กับส่วนทั้งหมดหรือส่วนรวม (whole) โดยโจทย์อาจให้ข้อมูลแต่ละส่วนมาแล้วหาข้อมูลทั้งหมดหรือให้ข้อมูลทั้งหมดและข้อมูลบางส่วนมาแล้วหาข้อมูลที่เหลือ

2) แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model) เป็นแบบจำลองที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ปริมาณขึ้นไป ซึ่งอยู่ในรูปแบบของการเปรียบเทียบแถบที่แสดงปริมาณระหว่างจำนวนที่มากกว่ากับจำนวนที่น้อยกว่า

3) แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง (The Change Model) เป็นแบบจำลองที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เปลี่ยนแปลงไปตามสถานการณ์กำหนด ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงระหว่างแถบข้อมูลที่มีอยู่เดิมกับข้อมูลที่มีการเพิ่มหรือลดเข้ามา ซึ่งทำให้เกิดข้อมูลใหม่

สำหรับสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อน ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาส่วนใหญ่ที่สอนในระดับมัธยมศึกษา ไม่สามารถหาคำตอบได้จากแถบรูปสี่เหลี่ยมโดยตรง แนวคิดโมเดลเมธอดได้ถูกประยุกต์ให้เข้ามา มีบทบาทในการช่วยสร้างสมการทางพีชคณิต ซึ่งสามารถสรุปเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้ (Kho, 2009)



ภาพประกอบที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่าง สถานการณ์ปัญหา แบบจำลองรูปภาพ
สมการทางพีชคณิต และการแก้ปัญหา

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดเป็นเครื่องมือช่วยในการแก้สถานการณ์ปัญหานั้น ครูจะต้องเข้ามามีบทบาทในการทำให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ของข้อมูลและนำเสนอผ่านแบบจำลองรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนที่เรียกว่า แนวคิดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction : CGI) โดย คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al., 2000) ได้กล่าวไว้ว่า “แนวคิดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด หมายถึง แนวคิดที่อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความเชี่ยวชาญของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ โดยครูจะต้องใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนเพื่อต่อยอดความคิด ทำให้นักเรียนไปถึงจุดมุ่งหมายได้ และการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา” สอดคล้องกับซูซาน (Susan, 2015) แดน (Dan, 2015) และเอมี (Amy, 2012) ที่กล่าวถึงลักษณะของห้องเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดว่า ครูจะต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับประเภทของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาในหลากหลายวิธี เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือนักเรียน ในการแก้ปัญหามีการให้ระยะเวลาที่เหมาะสม เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ในข้อผิดพลาดของการแก้ปัญหา มีความอดทน มุ่งมั่น และมีทัศนคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา ภายใต้อบรมของห้องเรียนที่สนับสนุนให้มีการอภิปรายร่วมกัน ครูจะมีบทบาทให้ความช่วยเหลือนักเรียนเท่าที่จำเป็นและตามศักยภาพ สนับสนุนสื่อหรือเครื่องมือที่นักเรียนต้องการใช้ในการแก้ปัญหา และมีการใช้คำถามเพื่อแนะตามฐานความคิดของนักเรียน เพื่อสนับสนุนให้นักเรียนสามารถไปถึงจุดมุ่งหมาย ซึ่งคำถามมี 4 ลักษณะ คือ คำถามทั่วไป คำถามเฉพาะ คำถามที่เป็นลำดับเฉพาะ และคำถามนำ (Megan, Noreen, Angela, 2009)

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจนำแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดมาใช้ร่วมกัน ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นเนื้อหาที่มีความเหมาะสมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด เพราะเป็นเนื้อหาที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา มีการเรียนการสอนผ่านเนื้อหาการแก้ปัญหามากกว่าเนื้อหาในเรื่องอื่นๆ ซึ่งเอื้อต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการวิจัยนี้ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน ซึ่งน่าจะเกิดประโยชน์ต่อการพัฒนาคุณภาพของการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

กรอบแนวคิดในการวิจัย

เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แนวคิดโมเดลเมธอด

เป็นแนวคิดในการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อสร้างแบบจำลองแทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรม โดยใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมเป็นสื่อ เพื่อสร้างสมการทางพีชคณิต แล้วนำไปใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งแนวคิดโมเดลเมธอดมีรายละเอียดของแบบจำลองแบ่งเป็น 3 แบบ คือ

1. แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ

แนวทางการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

เป็นแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานความคิดตามความเข้าใจของนักเรียนซึ่งเกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน แล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ที่เน้นให้นักเรียนได้สร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเองผ่านสถานการณ์ปัญหาและการแก้ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียนคิด

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

1. ขั้นเตรียมความพร้อม

- ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่ต้องการศึกษา โดยให้นักเรียนตอบคำถามเป็นรายบุคคล หรือ รายกลุ่ม โดยคำถามของครูจะขึ้นอยู่กับการตอบคำถามของนักเรียนซึ่งสะท้อนพื้นฐานความรู้ที่มี เพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดของตนเองออกมา และนำไปสู่เป้าหมายหรือคำตอบที่ครูต้องการด้วยตนเอง
- ครูสังเกตการตอบคำถามว่านักเรียนมีความรู้เดิมหรือไม่ ถ้าพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้เดิม ครูต้องทบทวนความรู้ให้นักเรียนทั้งห้องก่อน

2. ขั้นจัดกิจกรรม

- ครูนำเสนอเนื้อหาใหม่และตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา โดยครูและนักเรียนร่วมกันหาความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยครูจะใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนสร้างแบบจำลองแทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา หลังจากนั้นนำแบบจำลองมาสร้างสมการทางพีชคณิต เพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา
- ครูให้สถานการณ์ปัญหากับนักเรียน โดยครูจะให้นเวลาค้นหาในการคิดและหาวิธีในการแก้ปัญหา ได้เผชิญกับปัญหา มีความอดทนและมุ่งมั่นในการแก้ปัญหา เรียนรู้ในข้อผิดพลาดของการแก้ปัญหา ซึ่งการทำกิจกรรมจะทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม
- ครูให้นักเรียนเสนอแนวคิดที่ใช้แก้สถานการณ์ปัญหา โดยหากกลุ่มที่มีปัญหาครูจะใช้คำถามแนะตามสิ่งที่นักเรียนเสนอ และรอฟังคำตอบจากนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดได้ถูกต้องสมบูรณ์

3) ขั้นพัฒนาทักษะ

ครูให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ฝึกให้นักเรียนสร้างแบบจำลอง โดยมีสถานการณ์ที่คล้ายกับที่เคยเรียนรู้แล้ว มีการช่วยเหลือนักเรียนที่พบอุปสรรคในการแก้ปัญหา โดยใช้คำถามแนะที่ขึ้นกับวิธีคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในขณะนั้น หรือให้คำแนะนำเพื่อขยายความคิดสำหรับนักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้

4) ขั้นสรุปสิ่งที่เรียนรู้

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและข้อสรุปทั่วไปที่ได้จากการเรียนการสอนและการจัดกิจกรรม มีการอภิปรายเปรียบเทียบแนวทางหรือการสร้างโมเดลเพื่อแก้ปัญหา โดยใช้



ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ดังนี้

1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ระหว่างเรียนในช่วงเวลา 3 ระยะ โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วิธีดำเนินการวิจัย

การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียว โดยมีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน มีการเก็บข้อมูลแบบอนุกรมเวลา (One group pretest – posttest time series design) ซึ่งมีรูปแบบการทดลองแสดงดังนี้

$$O_1 \times O_2 \times O_3 \times O_4 \times O_5$$

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

X	แทน	การจัดกระทำ (treatment) ประกอบด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด
O ₁	แทน	การทดสอบก่อนการทดลอง (Pretest)
O ₂	แทน	วัดระหว่างการทดลองครั้งที่ 1
O ₃	แทน	วัดระหว่างการทดลองครั้งที่ 2
O ₄	แทน	วัดระหว่างการทดลองครั้งที่ 3
O ₅	แทน	การทดสอบหลังการทดลอง (Posttest)

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้การวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา นครปฐม เขต 9 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสถาพรวิทยา จังหวัดนครปฐม จำนวน 24 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งเป็น เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด โมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ที่ครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 16 แผน โดยใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 16 คาบ คาบละ 50 นาที

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ โดยรายละเอียดมีดังนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

2.1.1 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เป็นแบบทดสอบชนิด อัตนัย จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.60 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.32 – 0.62 และ ค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.29 – 0.60

2.1.2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เป็นแบบทดสอบชนิด อัตนัย จำนวน 6 ข้อ ใช้เวลา 90 นาที มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.78 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.21 – 0.39 และ ค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.20 – 0.54

2.2 แบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นใบกิจกรรม ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน เพื่อใช้ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระหว่างเรียน มีใบกิจกรรมทั้งหมด 3 ชุด โดยการประเมินการทำใบกิจกรรมของนักเรียน จะประเมินโดยใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 แบบสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์ที่ใช้ในการทดลอง เป็นแบบสัมภาษณ์ที่มีแนวคำถามแบบเจาะลึก (In – depth Interviewing Form) แนวคำถามจะกำหนดไว้เพียงกรอบหรือประเด็นที่สัมภาษณ์เท่านั้น โดยอาศัยกรอบและแนวคิดเป็นปัจจัยสำคัญในการตั้งประเด็นคำถาม และไม่เรียงลำดับคำถามก่อนหลังเหมือนที่กำหนดไว้ คำถามมีลักษณะเจาะลึกถึงการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยเลือกสัมภาษณ์นักเรียนตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบละ 2 คน โดยพิจารณาถึงการเขียนแสดงวิธีทำตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ในขั้นดำเนินการทดลองผู้วิจัยทดสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน หลังจากนั้นทำการทดลองสอนด้วยตนเอง และเมื่อสิ้นสุดการทดลองผู้วิจัยวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการทดลองจากแบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเก็บข้อมูลท้ายคาบที่ 6, 10 และ 14 หลังจากนั้นทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อสรุปผลการวิจัย

การวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าร้อยละ ความถี่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และใช้การวิเคราะห์ค่าที (Paired Sample t – test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ของคะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science)

ผลการวิจัย

ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด สรุปได้ดังนี้

1. ในภาพรวมของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งหมด 4 ด้าน คือ ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์

ปัญหา ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา และ ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา พบว่า

1.1 นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2 นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.3 นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.4 นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบดีขึ้นอย่างเป็นลำดับ โดยสามารถเรียงลำดับพัฒนาการจากมากไปหาน้อย ได้เป็น ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา และด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

อภิปรายผล

1. นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 1 และเมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา และด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อาจเป็นเพราะ

1.1 แนวคิดโมเดลเมธอด

ตลอดการทดลองผู้วิจัยได้นำโมเดลเมธอดมาใช้ในการเรียนการสอน ซึ่งเป็นการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลสถานการณ์ปัญหาออกมาในแถบรูปสี่เหลี่ยม และใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมหาความสัมพันธ์

ออกมาในรูปแบบการทางพีชคณิต ทำให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายขึ้น สอดคล้องกับ ฟงและเคอร์รี่ (Fong and Kerry, 2005) ที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการใช้โมเดลเมธอดในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งพบว่า โมเดลเมธอดเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาที่ช่วยทำให้มองเห็นลักษณะที่หลากหลาย การวาดแบบจำลองจะช่วยอธิบายลักษณะของความเป็นนามธรรมที่พบในปัญหาและพิจารณาออกมาในรูปแบบของจำนวนหรือสมการ แล้วแก้หาคำตอบ อีกทั้งผลการวิจัยยังสอดคล้องกับ ปริณัทร จันทร์หอม (2555) ที่ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

1.2 แนวคิดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

ตลอดการทดลองผู้วิจัยได้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ซึ่งครูจะเน้นให้นักเรียนได้สร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเองผ่านสถานการณ์ปัญหาและการแก้ปัญหา โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียนคิดอย่างต่อเนื่องจนเกิดการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิดแก้ปัญหาด้วยตัว ของนักเรียนเอง เกิดทักษะการแก้ปัญหา และเรียนรู้ผ่านการตอบคำถาม สอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังกะนัทร ขจร (2552) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการ ให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับ สิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า การสอนแบบแนะให้รู้คิดจะทำให้นักเรียน สามารถฝึกการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และสามารถให้เหตุผลประกอบได้ รวมทั้งสามารถเชื่อมโยง เนื้อหาวิชาเข้ากับชีวิตจริง อีกทั้งการจัดกิจกรรมโดยใช้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดได้สอดคล้องกับ แมรี และแซนดร้า (Mary and Sandra, 2009) ที่ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนการสอน แบบแนะให้รู้คิด แล้วพบว่า การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดช่วยพัฒนาการแก้ปัญหาของนักเรียน นักเรียน สามารถสื่อสารออกมาในรูปแบบของรูปภาพหรือสมการ โดยที่สามารถแก้ปัญหาได้เร็วขึ้นและมีประสิทธิภาพ อีกทั้งยังทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นเมื่อได้รับสถานการณ์ปัญหา และมีความต้องการที่จะนำเสนอ แนวคิดที่ใช้แก้สถานการณ์ปัญหา

1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้น ได้แก่ ขั้นเตรียมความพร้อม ขั้นจัดกิจกรรม ขั้นพัฒนาทักษะ และขั้นสรุปสิ่งที่เรียนรู้ ซึ่ง ช่วยให้นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นตอน โดยแต่ละ ขั้นมีรายละเอียดสนับสนุนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้ เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่ต้องการศึกษา โดยหากพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้เดิม ครูต้องทบทวนความรู้

ให้นักเรียนทั้งห้องก่อน ทำให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้เพื่อนำมาใช้เรียนในขั้นต่อไปได้ สอดคล้องกับ ญฐีกานต์ รักนาค (2552) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งพบว่า รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ขั้นฝึกปฏิบัติการใช้ความรู้ ได้มีการตรวจสอบความรู้เดิม จะทำให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้เดิมที่เรียนไปแล้วในช่วงที่ผ่านมาไปใช้ เรียนรู้เนื้อหาที่จะสอนใหม่ ซึ่งจะเป็นการฝึกให้นักเรียนได้มีการทบทวน สิ่งที่เรียนไปแล้วทุกครั้ง และเน้นย้ำ ความรู้ความเข้าใจเพื่อบอกได้ว่าสิ่งเหล่านั้นจำเป็นและสำคัญอย่างไร

ขั้นที่ 2 ขั้นจัดกิจกรรม เป็นขั้นที่ครูนำเสนอบทเรียนใหม่และตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา ครูจะให้นักเรียนได้สรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการหา โดยใช้คำถามแนะตามฐาน ความคิดของนักเรียน ครูและนักเรียนร่วมกันหาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้โมเดลเมมรอด ซึ่งเป็นแบบจำลอง แถบรูปสี่เหลี่ยมแทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา ทำให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์และสามารถสร้าง สมการทางพีชคณิตได้ หลังจากนั้นครูจะนำสมการทางพีชคณิตเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา และ ตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยครูจะดำเนินกิจกรรมโดยการถามตอบ เพื่อให้นักเรียนได้ตอบคำถาม และครูใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียน ต่อมาครูกำหนดสถานการณ์ปัญหา โดยให้เวลานักเรียนใน การคิดและหาวิธีในการแก้ปัญหาเป็นรายกลุ่ม ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดที่ใช้แก้สถานการณ์ ปัญหา โดยกลุ่มที่มีปัญหา ครูจะใช้คำถามแนะตามสิ่งที่นักเรียนเสนอ และรอฟังคำตอบจากนักเรียน เพื่อช่วย ให้นักเรียนทำได้ สุดท้ายครูจะให้เพื่อนในห้องแสดงแนวคิดเสริมเพิ่มเติมร่วมกัน ซึ่งการจัดกิจกรรมแบบนี้ สอดคล้องกับ ชูรายา สัสติวงศ์ (2555) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณา การรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถใน การคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่ง พบว่า การเรียนที่ผู้เรียนถูกกระตุ้นให้มีโอกาสฝึกใช้ความคิด ตอบคำถามจากครู มีโอกาสได้พูด แสดงความ คิดเห็น ได้ลงมือทำด้วยตนเองและได้ทำงานร่วมกับเพื่อน มีการอภิปรายในชั้นเรียน ส่งผลให้นักเรียนฝึกการ แสดงออกเกี่ยวกับความคิดของตนเอง รู้จักคิดวิเคราะห์

ขั้นที่ 3 ขั้นพัฒนาทักษะ เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ฝึกให้ นักเรียนสร้างแบบจำลอง โดยมีสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายกับที่เคยเรียนรู้แล้ว มีการช่วยเหลือนักเรียนที่พบ อุปสรรคในการแก้ปัญหาโดยใช้คำถามแนะที่ขึ้นกับวิธีคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในขณะนั้น หรือใช้คำแนะนำ เพื่อขยายความคิดสำหรับนักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้ ส่งผลให้นักเรียนได้มีการฝึกทักษะ ได้ทบทวนสิ่งที่ได้ เรียน สอดคล้องกับ บรูเนอร์ (Bruner, 1969) และ เลอ บลานซ์ และคณะ (Le Blance et al., 1980) ที่ได้ให้ คำแนะนำว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือ ปฏิบัติ ส่งเสริมกระตุ้นการเรียนรู้ และสร้างแรงจูงใจ ครูต้องให้การช่วยเหลือ เตรียมคำถามที่ช่วยกระตุ้น ความคิด

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปสิ่งที่เรียนรู้ เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและข้อสรุปทั่วไปที่ได้จากการเรียนการสอนและการจัดกิจกรรม มีการอภิปรายเปรียบเทียบแนวทางหรือการสร้างโมเดลเพื่อแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาที่เรียนทั้งหมดในวันนั้น ได้สรุปใจความสำคัญ สามารถนำไปใช้ต่อยอดได้ สอดคล้องกับ ทิศนา แคมมณี (2548) ที่กล่าวว่า การสรุปความรู้จะทำให้นักเรียนจัดสิ่งที่เรียนให้เป็นระบบระเบียบ เพื่อให้นักเรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย

จากที่กล่าวมาข้างต้นทำให้เห็นว่า แนวคิดโมเดลเมธอด แนวคิดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 4 ขั้นนี้ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบดีขึ้นเป็นลำดับ โดยสามารถเรียงลำดับพัฒนาการจากมากไปหาน้อย ได้เป็น ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา และด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ

ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ผู้วิจัยได้ฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อดูว่าสิ่งที่สรุปจากสถานการณ์ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคืออะไร เป็นการให้นักเรียนฝึกความเข้าใจด้วยตัวเอง รู้จักจำแนกแยกแยะ ในระยะแรกนักเรียนจะลอกข้อความจากสถานการณ์ปัญหามาตอบ โดยมีทั้งข้อความที่มีประโยชน์และข้อความที่ไม่มีประโยชน์ ผู้วิจัยจึงต้องฝึกให้นักเรียนสรุปสิ่งที่นักเรียนอ่าน โดยให้นักเรียนแบ่งอ่านข้อความสถานการณ์ปัญหา และผู้วิจัยจะคอยถามว่าข้อมูลนี้มีประโยชน์หรือไม่ อย่างไร เมื่อนักเรียนตอบแล้ว ผู้วิจัยจะใช้คำถามตามฐานความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนตอบได้ถูกต้อง ทำให้นักเรียนสามารถตอบคำถามส่วนนี้ได้ดีขึ้น รู้จักสรุปเป็นข้อความสั้นๆ โดยไม่ได้ลอกข้อความจากสถานการณ์ปัญหา สอดคล้องกับ อรวรรณ ต้นสุวรรณรัตน์ (2552) ที่ทำการวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาจะทำให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ว่าโจทย์ปัญหานั้นต้องการทราบอะไร และในโจทย์ปัญหานั้นบอกข้อมูลอะไรมาบ้างที่นำมาสามารถแก้ปัญหาได้

ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ผู้วิจัยได้นำโมเดลเมธอดมาช่วยให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ผ่านแถบรูปสี่เหลี่ยม ทำให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหามากขึ้น อีกทั้งผู้วิจัยยังฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอแนวคิด โดยผ่านการตอบคำถามและการออกมาวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมหน้าชั้นเรียน หากนักเรียนตอบคำถามหรือวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยจะใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียน ทำให้นักเรียนเข้าใจและฝึกการเรียนรู้มากขึ้นผ่านการตอบคำถามของตัวเอง ซึ่งการวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมได้สอดคล้องกับ บานฮาและคณะ (Ban Har et al., 2008) ที่ทำการศึกษาเรื่อง การใช้โมเดลเมธอดเพื่อส่งเสริมการคิดทางพีชคณิตของนักเรียนในระดับประถมศึกษา แล้วพบว่า การใช้โมเดลเมธอดช่วยพัฒนา

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการคิดเชิงพีชคณิตเป็นอย่างดี เนื่องจากเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้รูปธรรมอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ปัญหาที่เป็นนามธรรม โดยเสนอผ่านแบบจำลองรูปสี่เหลี่ยมเพื่อให้นักเรียนมองเห็นภาพและเข้าใจความสัมพันธ์มากขึ้น อีกทั้งการใช้คำถามแนะให้รู้คิดได้สอดคล้องกับ สุรารัตน์ สมรรถการ (2556) ที่ทำการวิจัยเกี่ยวกับการสอนแบบแนะให้รู้คิด แล้วพบว่า การสอนแบบแนะให้รู้คิด จะให้ความสำคัญกับการคิด ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ในระยะแรก นักเรียนไม่สามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์พื้นฐานในการแก้สมการได้ เพราะนักเรียนมีพื้นฐานที่ไม่ดีมาตั้งแต่ตอนเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 อีกทั้งบริบทของนักเรียนที่ส่วนใหญ่ทางบ้านประกอบอาชีพทำไร่ ทำนา ทำให้นักเรียนต้องมีหน้าที่ช่วยเหลือทางบ้านหลังเลิกเรียน และในวันหยุด ส่งผลให้นักเรียนมีเวลาในการทบทวนบทเรียนน้อยลง ซึ่งการทบทวนบทเรียนได้สอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) และสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ที่เสนอว่า การพัฒนาการแก้ปัญหานักเรียนควรได้รับการเรียนรู้ การฝึกฝน และทบทวนบทเรียนอยู่เสมอ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงได้ทำการสอนพื้นฐานการแก้สมการ ฝึกให้นักเรียนได้แก้สมการด้วยตัวเอง และให้นักเรียนเป็นผู้เสนอแนวคิดในการแก้สมการ โดยพยายามให้นักเรียนบอกเหตุผลถึงแนวทางการแก้สมการ เพื่อผู้วิจัยจะได้ใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนได้ มีการเสริมแรงด้วยการให้รางวัล คำชมเชย ทำให้นักเรียนมีแรงจูงใจในการเรียนมากขึ้น ซึ่งการสอนพื้นฐานการแก้สมการได้สอดคล้องกับ สุวร กาญจนมยุร (2544) ที่กล่าวว่า การที่นักเรียนจะนำความรู้มาใช้ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ นักเรียนจะต้องมีทักษะการคิดคำนวณและการแก้สมการ

ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา เนื่องจากด้านนี้จะต้องนำคำตอบที่ได้จากขั้นตอนการแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งเป็นขั้นที่นักเรียนมีปัญหามากที่สุด ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถทำคะแนนด้านนี้ได้ดีเท่าที่ควร ประกอบกับนักเรียนไม่มั่นใจว่าจะตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาอย่างไร ผู้วิจัยจึงฝึกให้นักเรียนนำเสนอและอภิปรายมากขึ้น เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอความคิดเห็น โดยผู้วิจัยได้รับฟังสิ่งที่นักเรียนเสนอ และใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนเสนอแนวคิดได้ถูกต้อง เมื่อนักเรียนนำเสนอได้แล้วผู้วิจัยได้ฝึกให้นักเรียนสังเกตว่าส่วนใหญ่สิ่งที่จะต้องตรวจสอบคืออะไร ซึ่งนักเรียนสามารถตอบได้ว่าเป็นสิ่งที่เป็นความสัมพันธ์ที่นักเรียนสร้างสมการในขั้นตอนแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ทำให้นักเรียนมีแนวทางในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหามากขึ้น สอดคล้องกับ โพลยา (Polya, 1957) ที่กล่าวว่า ขั้นตอนตรวจสอบผลเป็นขั้นที่มีความสำคัญในการแก้ปัญหา เพราะเป็นการตรวจสอบความเข้าใจ ความเป็นเหตุเป็นผลของคำตอบที่ได้ ครูอาจจะถามให้นักเรียนอธิบายวิธีการทำ และสอดคล้องกับ คาร์เพนเทอร์ และคณะ (Carpenter et al., 1989) ที่กล่าวว่า การประเมินความคิดของนักเรียน ครูจะต้องใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียน และรอฟังคำตอบจากนักเรียน

ซึ่งเหตุผลที่กล่าวมาทั้งหมดจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้นอย่างเป็นลำดับ

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. การนำแนวคิดโมเดลเมธอดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ก่อนที่ครูจะสอนเนื้อหา ครูจะต้องฝึกให้นักเรียนวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมรูปแบบต่างๆ ให้คุ้นเคย ฝึกให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยแสดงในรูปแถบรูปสี่เหลี่ยม เพื่อให้นักเรียนได้เกิดกระบวนการเรียนรู้ มีความเข้าใจถึงการใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลสถานการณ์ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนไม่เคยเรียนรู้มาก่อน และครูจะต้องนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนคาบต่อไป

2. การนำแนวคิดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ครูจะต้องรับฟังสิ่งที่นักเรียนตอบ และให้เวลานักเรียนในการคิด อีกทั้งครูจะต้องวางแผนการใช้คำถาม โดยคาดเดาว่านักเรียนจะตอบคำถามอย่างไร เพื่อที่จะได้เลือกใช้คำถามที่มีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ในการสร้างแถบรูปสี่เหลี่ยม ครูได้ใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างแถบรูปสี่เหลี่ยมได้ ดังนั้นการใช้คำถามจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นในการจัดการเรียนการสอน

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ระหว่างการทดลองผู้วิจัยได้สังเกตเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด สามารถพัฒนาตัวแปรความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ เพราะในระหว่างการเรียนการสอนนักเรียนมีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ออกมาในรูปแบบแถบรูปสี่เหลี่ยมและสมการทางพีชคณิต จึงน่าจะมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเรื่องนี้ต่อไป

2. ระหว่างการทดลองผู้วิจัยได้สังเกตเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด สามารถพัฒนาตัวแปรความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เพราะการเรียนการสอนมีการเชื่อมโยงเนื้อหาเกี่ยวกับชีวิตจริงหรือกับศาสตร์อื่นๆ ทำให้นักเรียนต้องรู้จักเชื่อมโยงเนื้อหาที่เรียนได้ จึงน่าจะมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเรื่องนี้ต่อไป

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ชูรายา สัสติวงศ์. (2555). การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิด ทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์
ปริญญาโทบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

- ณัฐกานต์ รักนาค. (2552). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).
- ทศินา แคมมณี. (2548). รูปแบบการเรียนการสอน: ทางเลือกที่หลากหลาย. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีฉัตร จันทร์หอม. (2555). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดล เมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วารสารอิเล็กทรอนิกส์ทางการศึกษา, 8(1), 910-924.
- ปรีชาญ เดชศรี. (2555). บทสรุปผลการวิจัย TIMSS 2011. สืบค้นจาก http://www.ipst.ac.th/files/executive%20TIMSS%202011_PPT.pdf
- วิชัย พานิชย์สว. (2545). สอนอย่างไรให้เด็กเก่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร. (2552). การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI): รูปแบบหนึ่งของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา. 21(1).
- ศศิธรา พิชัยชาญณรงค์. (2556). การวัดและการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา. สืบค้นจาก http://www.grandassess.com/images/introc_1354782412/1177.pdf
- ศศินภา กาละปลูก. (2552). การวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชนเผ่า ล่าหู่ โดยใช้กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวแมน (วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่).
- สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ. (2557). รายงานผลทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐาน (O-NET) ม.6 ปีการศึกษา 2556. สืบค้นจาก <http://niets.or.th>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สุธารัตน์ สมรรถการ. (2556). การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ).

สุร กาญจนมยุร. (2544). *เทคนิคการใช้สื่อ เกม และของเล่นคณิตศาสตร์*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

อรรณณ ตันสุวรรณรัตน์. (2552). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย)*.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาการเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Bray, A. (2012). *A Few things you will hear or see in a CGI Math classroom*. Retrieved from <https://sites.google.com/a/leanderisd.org/teacher-tips-and-resources/best-practices/cgi-classroom>

Ban Har, Y. et al. (2008). Using a Model Approach to Enhance Algebraic Thinking in the Elementary School Mathematics Classroom. *Algebra and algebraic thinking in school mathematics*. Nation Council of Teachers of Mathematics, Reston Virginia USA.

Bruner, L. S. (1969). *The Process of education*. Massachusetts: Harvard University Press.

Carpenter, T. P. et al. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational research Journal*. 26(4), 499-531.

Carpenter, T. P. et al. (2000). *Cognitively guided instruction: A research – based teacher professional development program for elementary school mathematics*. National Center for Improving Student Learning Achievement in Mathematics and Science.

Fong, S. & Kerry, L. (2005). How primary five pupils use the model method to solve word problems. *The Mathematics Educator*, 9(1), 60 - 83.

Guericke, D. (2015). Characteristics of cognitively guided instruction classroom. Retrieved from: <http://midcentral-coop.org/uploads/Characteristics%20of%20a%20CGI%20Classroom.pdf>

- Kho, T.H. (1987). *Mathematical models for solving arithmetic problems*. In: Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education. Singapore: Institute of Education.
- Kho, T.H. (2009). *The Singapore model method for learning mathematics*. Singapore. Panpac Education Private.
- Le Blance, J. F., Proudfit, L., & Putl, I. J. (1980). *Teaching problem solving in the elementary school*. Virginia: Nation Council of Teachers of Mathematics.
- Mary, M. & Sandra, M. (2009). *Developing mathematical discourse through CGI problem solving: Professional partnerships in primary grade bilingual classrooms*. Retrieved from http://math.arizona.edu/~cemela/english/content/workingpapers/NCTM_09_Marshall.pdf
- Megan, L., Noreen, M., & Angela, G. (2009). Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classrooms. *Journal of Teacher Education*, 60, 380 – 392.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Polya, G. (1957). *How to solve it*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Susan, B. (2015). *What does a CGI classroom look like?* Retrieved from <http://hbcisd.org/view/11425.pdf>