



ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิด
ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
มัธยมศึกษาตอนต้น

EFFECTS OF USING THE REPRESENTATION AND MATHEMATICAL MODEL COMBINED WITH
COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION APPROACH ON MATHEMATICAL REASONING AND
CONNECTION ABILITIES OF LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS

นายวีรพล เทพบรรหาร *

Weerapol Tepbunharn

อ.ดร.ไพโรจน์ น่วมนุญ**

Pairoj Nuamnnoon, Ed.D

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิดก่อนเรียนและหลังเรียน 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิดกับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 3) เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิดกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม ภาคการเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การวิเคราะห์ค่าที (t-test) และการวิเคราะห์ค่าเอฟ (F-test) และการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis)

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิดมีพัฒนาการดีขึ้น

* นิสิตมหาบัณฑิตสาขาศึกษาคณิตศาสตร์ ภาคหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: Ajnoon_tep@hotmail.com

**อาจารย์ประจำสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: paioj_m@yahoo.com

ISSN1905-4491

Abstract

The purposes of this research were 1) to compare mathematical reasoning and connection abilities of student using the representation and mathematical model combined with cognitively guided instruction approach between, before and after learning, 2) to compare mathematical reasoning and connection abilities after learning of students between the groups being taught by using the representation and mathematical model combined with cognitively guided instruction approach and those being taught by using a conventional approach , and 3) to study development of mathematical reasoning and connection abilities of student using the representation and mathematical model combined with cognitively guided instruction approach. The subjects were ninth grade students of Chulalongkorn University Demonstration Secondary School in the first semester of the academic year 2017. The instruments for data collection were mathematical reasoning and connection abilities tests. The data were analyzed by mean, standard deviation, t – test , F – test and content analysis.

The results of study revealed that 1) the mathematical reasoning and connection abilities of student, after using the representation and mathematical model combined with cognitively guided instruction approach were statistically higher than those before learning at a .05 level of significance, 2) the mathematical reasoning and connection abilities of student using the representation and mathematical model combined with cognitively guided instruction approach group were higher than those learning activities by a conventional approach at a .05 level of significance, and 3) the mathematical reasoning and connection abilities of student using the representation and mathematical model combined with cognitively guided were developed in positive direction.

คำสำคัญ: ตัวแทนทางความคิด / ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ / แนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด / การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ / การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

KEYWORDS: REPRESENTATION / MATHEMATICAL MODEL / COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION/ MATHEMATICAL REASONING / MATHEMATICAL CONNECTION

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญและมีความเกี่ยวข้องกับการดำเนินชีวิตในแต่ละวันอย่างแยกไม่ได้อีก เพราะคณิตศาสตร์ถือเป็นวิชาที่ช่วยพัฒนากระบวนการคิดให้กับผู้เรียนอย่างเป็นระบบระเบียบรวมถึงมีกระบวนการในตัดสินใจที่เป็นเหตุเป็นผล สอดคล้องกับ กระทรวงศึกษาธิการ (2551) ที่กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ กล่าวคือคณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ซึ่งมีช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและช่วยให้เราสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข ดังนั้นเราก็คงปฏิเสธไม่ได้ว่าคณิตศาสตร์นั้นมีความเกี่ยวข้องกับการดำเนินชีวิตอยู่ตลอดเวลา นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีบทบาทของการเป็นเครื่องมือในการศึกษาศาสตร์วิชาอื่น ๆ ทั้งด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอีกด้วย

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญและมีบทบาทในการดำเนินชีวิตดังที่กล่าวมาแล้ว แต่จากการศึกษาข้อมูลการประเมินผลในอดีตจนถึงปัจจุบัน พบว่า ผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมีแนวโน้มลดต่ำลงเรื่อย ๆ ดังจะเห็นได้จากรายงานผลการประเมินทั้งระดับชาติและนานาชาติที่มีแนวโน้มลดลงเช่นเดียวกัน เช่น ผลการประเมินโครงการ TIMSS ใน ค.ศ. 1999 ค.ศ. 2007 ค.ศ. 2011 และ ค.ศ. 2015 ผลการประเมิน PISA 2000 จนถึง PISA 2015 และผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2558 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่พบว่าคะแนนเฉลี่ยของวิชาหลักทั้ง 5 วิชา ไม่ผ่านครึ่งแม้แต่วิชาเดียว โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาหลักมีค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งประเทศเพียง 26.59% จากรายงานผลการทดสอบทั้งระดับชาติและนานาชาติข้างต้นแสดงให้เห็นว่าระบบการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควรจะเป็น ถึงแม้ว่าในระยะเวลากว่า 10 ปีที่ผ่านมาประเทศไทยจะมีการปฏิรูปการศึกษามาแล้ว แต่ผลการประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนโดยรวมทั้งประเทศก็ยังต่ำกว่าระดับที่คาดหวัง และคุณภาพทางการศึกษาคณิตศาสตร์ยังลดต่ำลงอย่างต่อเนื่อง สาเหตุหนึ่งอาจเกิดจากวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ไม่เอื้อต่อการพัฒนากระบวนการคิด รวมถึงทักษะกระบวนการหลายๆ ด้าน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร การเชื่อมโยง เป็นต้น ปัญหาเหล่านี้เกิดขึ้นกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของโรงเรียนหลาย โรงเรียนในประเทศไทยมาอย่างยาวนาน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หนึ่งที่สำคัญที่ควรส่งเสริมและพัฒนา คือ ความสามารถในการให้เหตุผล ดังที่ Ross (1998) กล่าวไว้ว่าหนึ่งในเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์คือการสอนตรรกะและการให้เหตุผลแก่นักเรียน ซึ่งการให้เหตุผลนั้นไม่ได้เพียงทักษะทางคณิตศาสตร์เท่านั้น หากแต่เป็นทักษะพื้นฐานในการดำเนินชีวิต อีกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หนึ่งที่สำคัญที่ควรส่งเสริมและพัฒนา คือ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังที่ อัมพร ม้าคอง (2554) กล่าวถึงความสำคัญของการเชื่อมโยงว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสะท้อนให้เห็นถึงการใช้งานของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่

สามารถพบเห็นได้ทั่วไป การเชื่อมโยงมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย (Meaningful learning) ดังนั้น ทักษะการให้เหตุผลและทักษะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นทักษะที่มีความสำคัญและจำเป็นที่ต้องได้รับการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง

เป้าหมายหนึ่งของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์คือนักเรียนจะต้องสามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ จากศึกษาค้นคว้าแนวคิดการสอนการแก้ปัญหาหนึ่งที่มีความน่าสนใจที่ช่วยพัฒนาความคิด ซึ่งเน้นทักษะกระบวนการคิดที่เป็นขั้นตอนและมีความหลากหลายในระดับปัญหาที่มีความซับซ้อนอีกทั้งมีความทั่วไประดับความสามารถที่หลากหลายของนักเรียนก็คือ กระบวนการในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Florence Mihaela Singer และ Cristian Voica ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นเมื่อปี ค.ศ. 2012 โดยผู้พัฒนาได้พัฒนาขึ้นจากแนวคิดการแก้ปัญหาหลาย ๆ แนวคิดเข้าด้วยกัน โดย Singer & Voica ได้เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 การถอดรหัส (Decoding) เป็นขั้นตอนของการแปลความหมายและขยายความปัญหาให้มีความชัดเจน ขั้นที่ 2 การใช้ตัวแทนความคิด (Representing) เป็นขั้นตอนของการใช้ตัวแทนความคิด (mental model) เพื่อแทนข้อมูล หรือเงื่อนไขของปัญหาให้มีความเป็นรูปธรรมขึ้นด้วยการวาดรูป การกำหนดตัวแปร การเขียนกราฟ หรือการค้นหาแบบรูป ขั้นที่ 3 การประมวลผล (Processing) เป็นขั้นตอนของการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) เพื่อนำไปสู่การกำหนดรูปแบบหรือแนวทางในการแก้ปัญหา และ ขั้นที่ 4 การดำเนินการ (Implementing) เป็นขั้นตอนของการประยุกต์ใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ กับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นในขั้นที่ 3 เพื่อดำเนินการหาคำตอบของปัญหา เมื่อศึกษาพื้นฐานแนวคิดของกระบวนการในการแก้ปัญหานี้ซึ่งส่วนหนึ่งถูกพัฒนามาจากรูปแบบการสอนการแก้ปัญหาของโพลยา (1957) ที่รู้จักกันอย่างแพร่หลายและถือเป็นรากฐานให้กับวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ อีกทั้งยังมีงานวิจัยต่างๆ ที่สามารถเทียบเคียงเกี่ยวกับความสำเร็จและประสิทธิภาพของกระบวนการแก้ปัญหาได้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่ศึกษามูลของการนำกระบวนการในการแก้ปัญหานี้ไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียน เพื่อประโยชน์ในการศึกษาคณิตศาสตร์และเพื่อเป็นอีกหนึ่งรูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นอีกในอนาคต ด้วยกระบวนการในการแก้ปัญหานี้มีจุดเน้นในเรื่องของการใช้หรือสร้างตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ต่อไปผู้วิจัยจึงขอเรียกกระบวนการในการแก้ปัญหานี้ว่า “การใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” และแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้หนึ่งที่ช่วยพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาและกระบวนการคิดก็คือ แนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction : CGI) ซึ่งแนวคิดการสอนนี้ถูกพัฒนาโดย Carpenter & Fennema (1988) โดยแนวทางการสอนตามแนวคิดนี้เชื่อว่านักเรียนสามารถสร้างความรู้ได้เองบนพื้นฐานความรู้และมโนทัศน์เดิม โดยครูมีหน้าที่เป็นผู้คอยชี้แนะด้วยวิธีการที่หลากหลายและออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้บนพื้นฐานความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ครูต้องมีการประเมินอย่างต่อเนื่อง และต้องไม่ประเมินเพียงว่าผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาได้ แต่ครูต้องวิเคราะห์กระบวนการคิดของนักเรียน โดยการถามคำถามที่เหมาะสม

จากการวิเคราะห์ขั้นตอนของการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และแนวคิดการสอน
แนะให้รู้คิดนั้นพบว่าในแต่ละขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้จะเน้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์ข้อมูล ตีความข้อมูล
และประมวลความรู้ความเข้าใจเพื่อตัดสินใจเลือกหรือสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับข้อมูลหรือ
เงื่อนไขในสถานการณ์ปัญหา รวมถึงเน้นให้นักเรียนได้พิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วย นอกจากนี้ใน
แต่ละขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้ยังเน้นให้นักเรียนได้คิดเชื่อมโยงประสบการณ์ความรู้เดิมผ่านการกระตุ้น
ชี้แนะในวิธีการที่เหมาะสมตามแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดด้วย ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถ
ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากข้อมูลข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสนใจพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยง
ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการ
สอนแนะให้รู้คิด ในเนื้อหาเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ซึ่งผู้วิจัยคาดหวังว่าการวิจัยครั้งนี้จะเป็นแนวทางในการจัด
กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทาง
คณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด
ก่อนเรียนและหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิด
การสอนแนะให้รู้คิดกับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
3. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดมี
ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. นักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดมี
ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัด
กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. การใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Florence Mihaela Singer และ Cristian Voica (2012) ที่เน้นการตีความและใช้ตัวแทนทางความคิดแทนข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหาเพื่อเชื่อมไปสู่การเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้วใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เลือกหรือสร้างร่วมกับเทคนิคทางคณิตศาสตร์เพื่อการดำเนินการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งมีขั้นตอน 4 ขั้น ได้แก่ ขั้นที่ 1 การถอดรหัส (Decoding) ขั้นที่ 2 การใช้ตัวแทน (Representing) ขั้นที่ 3 การประมวลผล (Processing) และ ขั้นที่ 4 การดำเนินการ (Implementing)

2. แนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction : CGI) หมายถึง แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ที่ครูใช้ความรู้และความเข้าใจของนักเรียนเป็นฐานในออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ความเข้าใจและเชื่อมโยงประสบการณ์ความรู้เดิมผ่านกระบวนการในการแก้ปัญหา โดยครูมีบทบาทเป็นผู้แนะแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดบนฐานความรู้ความเข้าใจอย่างต่อเนื่องจนนักเรียนสามารถสร้างหรือสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยมีรูปแบบการทดลอง ดังนี้

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์	: X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

- E แทน กลุ่มทดลอง
- C แทน กลุ่มควบคุม
- X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด
- : X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนสาธิต สังกัดคณะกรรมการการอุดมศึกษา เขตกรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกตัวอย่างประชากรในการวิจัยโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใกล้เคียงกัน ทั้งหมด 7 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนเฉลี่ยห้องละ 36 คน ผู้วิจัยเลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยพิจารณาคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนทั้ง 7 ห้องมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) แล้วเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง คือ ห้อง ม.3/1 และ ม.3/6 ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ของนักเรียนทั้ง 2 ห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F - test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องโดยใช้ค่าที (t - test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานก่อนการทดลองไม่แตกต่างกัน หลังจากนั้นผู้วิจัยทำการสุ่มอย่างง่ายโดยการจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มตัวอย่าง ผลปรากฏว่านักเรียนห้อง ม.3/1 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด และนักเรียนห้อง ม.3/6 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวน 12 แผน ระยะเวลาในการทดลอง 12 คาบ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งมีค่าความเที่ยง ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก ดังต่อไปนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.79 ค่าความยาก (p) เท่ากับ 0.25 – 0.41 และค่าอำนาจจำแนก (r) เท่ากับ 0.34 – 0.50

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.81 ค่าความยาก (p) เท่ากับ 0.27 – 0.38 และค่าอำนาจจำแนก (r) เท่ากับ 0.38 – 0.45

2.3 แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.78 ค่าความยาก (p) เท่ากับ 0.22 – 0.40 และค่าอำนาจจำแนก (r) เท่ากับ 0.38 – 0.40

2.4 แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.80 ค่าความยาก (p) เท่ากับ 0.33 – 0.41 และค่าอำนาจจำแนก (r) เท่ากับ 0.32 – 0.42

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยมีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมเครื่องมือ และเอกสารที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่าง

1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากคณะกรรมการจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม สังกัดคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร

2. ขั้นตอนการทดลอง

2.1 ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลาทดสอบฉบับละ 50 นาที

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการทดลองกับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เตรียมไว้ โดยทำการทดลองกับนักเรียนทั้งสองกลุ่มสัปดาห์ละ 3 คาบ คาบละ 50 นาที เป็นเวลา 4 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 เนื้อหาที่สอนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

2.3 ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยบันทึกพฤติกรรมการเรียนรู้จากการสังเกตการตอบคำถาม และบันทึกข้อมูลจากการสังเกตในใบกิจกรรม เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.4 หลังจากที่ได้ดำเนินการทดลองครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 12 แผนแล้วผู้วิจัยดำเนินการทดสอบหลังเรียน โดยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลาทดสอบฉบับละ 50 นาที จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากนักเรียนทั้งสองกลุ่มมาวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสองกลุ่มมาตรวจให้คะแนนและวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences : SPSS) โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการทดสอบค่าที (t - Paired Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05
2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยการทดสอบค่าที (t - Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05
3. วิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจากร่องรอยการทำงาน of นักเรียนจากแบบวัด ใบกิจกรรม และแบบสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะนำข้อมูลในแต่ละสัปดาห์มาวิเคราะห์พัฒนาการเพื่อให้เห็นถึงพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นในแต่ละสัปดาห์ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (Data analysis)

ผลการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น สรุปผลการวิจัย ดังนี้

1. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 14.21 คะแนน และ 23.87 คะแนน ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t - Paired Samples Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 23.87 คะแนน และ 15.90 คะแนน ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t - Independent Samples Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 16.45 คะแนน และ 23.18 คะแนน ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t - Paired Samples Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 23.18 คะแนนและ 16.87 คะแนน ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t - Independent Samples Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดมีพัฒนาการดีขึ้น

อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

ผู้วิจัยนำเสนอการอภิปรายผลการวิจัยเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากผลวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งขึ้นในข้อที่ 1 และข้อ 2 ตามลำดับที่ผู้วิจัยตั้งสมมติฐานไว้ ทั้งนี้อาจมีเหตุผลสนับสนุน ดังนี้

ประการที่หนึ่ง อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดนั้นในแต่ละขั้นของกิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้นักเรียนได้มีการตีความข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหา และการแปลงข้อมูลคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปประโยคภาษาที่เข้าใจง่ายขึ้นอาจมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีความสอดคล้องกับองค์ประกอบที่ 1 การหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเห็นได้จาก 2 ขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้ คือ ขั้นที่ 1 การถอดรหัส ในขั้นนี้เน้นให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล และในขั้นที่ 2 การใช้ตัวแทน ในขั้นนี้เน้นให้นักเรียนได้มีการใช้ตัวแทนทางความคิดแทนข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหาเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น สอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ Malloy (1999) กล่าวโดยสรุปว่าแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาเสนอให้ใช้แนวทางในการสืบสอบเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการตรวจสอบ และเชื่อมโยงความรู้ มโนทัศน์ต่างๆที่เกี่ยวข้อง

ประการที่สอง อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดนั้นในแต่ละขั้นของกิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้นักเรียนประมวลความรู้ความเข้าใจเพื่อสร้างหรือเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้สัมพันธ์กับปัญหารวมถึงการกำหนด

วิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหา นั้นอาจมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีความสอดคล้องกับองค์ประกอบที่ 2 *การหาข้อสรุปของปัญหา* ของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเห็นได้จากขั้นที่ 3 และขั้นที่ 4 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ ขั้นที่ 3 การประมวลผล ในขั้นนี้เน้นให้นักเรียนได้มีการประมวลความรู้ความเข้าใจเพื่อสร้างหรือเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้สัมพันธ์กับปัญหารวมถึงการกำหนดวิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหา และขั้นที่ 4 การดำเนินการ เน้นให้นักเรียนได้ดำเนินการหาคำตอบโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่มีความเฉพาะกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ Guilford and Hoepfner (1971) กล่าวโดยสรุปว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิดอย่างมีเหตุผล ควรมีการฝึกความสามารถในการให้เหตุผลควบคู่กับวิชา และสถานการณ์อื่นๆ

ประการที่สาม อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแบบทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวการสอนแนะให้ผู้คิดนั้นในแต่ละขั้นของกิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้นักเรียนดำเนินการหาคำตอบด้วยเทคนิคที่หลากหลายรวมถึงพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบนั้นอาจมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีความสอดคล้องกับองค์ประกอบที่ 3 *การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปของปัญหา* ของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเห็นได้จากขั้นที่ 4 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ ขั้นที่ 4 การดำเนินการ เน้นให้นักเรียนได้ดำเนินการหาคำตอบโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ร่วมกับเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่มีความเฉพาะกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และการพิจารณาความสมเหตุสมผลและความสอดคล้องของคำตอบกับเงื่อนไขในปัญหา สอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ National Council of Teacher of Mathematics (2000) ได้กล่าวว่า การพัฒนาการให้เหตุผลของนักเรียน ครูควรทำอย่างสม่ำเสมอ จัดบรรยากาศในการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล อีกทั้งตรวจสอบพัฒนาการของการให้เหตุผลของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ สนับสนุนการอภิปรายการให้เหตุผลของนักเรียนและครู

ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยที่มีแนวคิดใกล้เคียงกันของ Lee and Chen (2015) ได้ศึกษาผลของการใช้การสอนการถามแบบโพลยา (Polya Questioning) สำหรับการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เป็นการวิจัยที่ใช้วิธีการการแก้ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอนใช้คำถามกระตุ้นและด้วยการสาธิต ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนการถามแบบโพลยา มีความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตและความรู้สึทางเรขาคณิตที่ชัดเจนสูงกว่ากลุ่มควบคุม และงานวิจัยของ เทพสุตา เกตุทอง (2551) ที่ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม และงานวิจัยของ พิชานิกา เพชรสังข์ (2556) ที่ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิดมีพัฒนาการดีขึ้น กล่าวคือ หากพิจารณาพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในช่วงแรก สัปดาห์ที่ 1 – 2 นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล และใช้ตัวแทนเพื่อแทนข้อมูล รวมถึงการเลือกหรือสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้มีความเหมาะสมและถูกต้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ยังไม่ดีเท่าไรนัก แต่เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิดอย่างต่อเนื่องแล้ว นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นซึ่งสังเกตได้จากการตอบคำถามและร่องรอยในใบกิจกรรม กล่าวคือ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้ดีขึ้น รวมถึงในขั้นตอนของการสรุปคำตอบนักเรียนมีความตระหนักรู้ในการตรวจสอบคำตอบให้สอดคล้องกับสถานการณ์ได้ดีขึ้น ด้วยลักษณะพฤติกรรมของนักเรียนที่กล่าวมาสื่อให้เห็นว่านักเรียนได้รับการพัฒนาและใช้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2554) กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลากหลายที่สำคัญดัง เช่น การหาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การใช้ความรู้และข้อมูลในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการอธิบายความคิดของตนเอง เป็นต้น

ดังนั้นจากที่กล่าวมาข้างต้นนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิด จึงมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 2 ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากผลวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิดมีคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งขึ้นในข้อที่ 3 และข้อ 4 ตามลำดับที่ผู้วิจัยตั้งสมมติฐานไว้ ทั้งนี้อาจมีเหตุผลสนับสนุน ดังนี้

ประการที่หนึ่ง อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดนั้นในแต่ละขั้นของกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการที่หลากหลายร่วมกัน และการชี้แนะของครูที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ความเข้าใจและเชื่อมโยงประสบการณ์ความรู้เดิมบนฐานความรู้ความเข้าใจอย่างต่อเนื่องจนนักเรียนสามารถสร้างหรือสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง กล่าวคือในกิจกรรมการเรียนรู้ผู้สอนจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดและระบุนิยามความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาอยู่เสมออันอาจมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีความสอดคล้องกับองค์ประกอบที่ 1 *การระบุนิยามความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหา* ของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเห็นได้จากขั้นที่ 1 ขั้นที่ 2 และขั้นที่ 3 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ ขั้นที่ 1 การถอดรหัส เน้นให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและ ในขั้นที่ 2 การใช้ตัวแทน เน้นให้นักเรียนได้มีการใช้ตัวแทนทางความคิดแทนข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหาเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้นเพื่อนำไปเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ต่อไปในขั้นที่ 3 การประมวลผล เน้นให้นักเรียนได้มีการประมวลผลข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์เพื่อสร้างหรือเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความเหมาะสมกับปัญหา สอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของ Sawyer (2008) กล่าวถึงลักษณะของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์โดยสรุปไว้ว่าการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในหลากหลายสาขาวิชาเข้าด้วยกัน หรือระหว่างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง นำไปสู่ความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในบริบทต่าง ๆ นอกเหนือไปจากวิชาคณิตศาสตร์ได้

ประการที่สอง อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดนั้นในแต่ละขั้นของกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการประมวลผลความรู้ความเข้าใจเพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนการแก้ปัญหาอันอาจมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีความสอดคล้องกับองค์ประกอบที่ 2 *การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์กับแผนการแก้ปัญหา* ของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเห็นได้จากขั้นที่ 3 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ ในขั้นที่ 3 การประมวลผล เน้นให้นักเรียนได้มีการประมวลผลข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์เพื่อสร้างหรือเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กับปัญหารวมถึงการกำหนดวิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของ Marchisotto (1993) กล่าวว่า การสอนให้นักเรียนเห็นว่าแนวคิดทางคณิตศาสตร์มักมีความเกี่ยวข้องซึ่งกัน และการช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงความสัมพันธ์ระหว่างกันในเรื่องวิชาคณิตศาสตร์และเพิ่มพูนประสบการณ์การสร้างการเชื่อมโยงให้นักเรียน นำไปสู่การสร้างบรรยากาศในการเรียนการสอนให้นักเรียนมีความสนใจที่จะใช้ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ต่อไป

ประการที่สาม อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดนั้นในแต่ละชั้นของกิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาไปยังสถานการณ์ปัญหาที่ใกล้เคียงกับชีวิตจริงนั้นอาจจะมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีความสอดคล้องกับองค์ประกอบที่ 3 *การระบุตัวอย่างหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ใกล้เคียงปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเดิม* ของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเห็นได้จากขั้นที่ 4 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ ในขั้นที่ 4 การดำเนินการ เป็นขั้นตอนของการดำเนินการหาคำตอบและการพิจารณาความสมเหตุสมผลที่มีความสอดคล้องของคำตอบกับเงื่อนไขในปัญหา รวมถึงการขยายแนวทางการแก้ปัญหาเดิมไปสู่สถานการณ์ปัญหาใหม่ที่ใกล้เคียงกันสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของ Dean (2008) ได้ทำงานวิจัยเกี่ยวกับการทดลองใช้กิจกรรมที่มีความแปลกใหม่เพื่อการเสริมสร้างความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการยกมือตอบคำถาม การเขียนบรรยาย และการสื่อสารด้วยคำพูดกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน เพื่อนักเรียนใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์แบบใหม่ ๆ ร่วมกับความรู้เดิม หรือประยุกต์กับประสบการณ์ที่พบเจอในชีวิตประจำวัน พบว่าการใช้กิจกรรมที่แปลกใหม่ไปจากเดิมเหล่านี้นำไปสู่การเพิ่มความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันของนักเรียน อีกทั้งยังเป็นการพัฒนาทักษะการตีความ อธิบายและการใช้ภาษาของผู้เรียน

ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยที่มีแนวคิดใกล้เคียงกันของ สุธารัตน์ สมรรถการ (2556) ที่ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่าความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุนีย์ คำควร (2559) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่มีต่อทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ผลการศึกษาสรุปคือ ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดมีพัฒนาการดีขึ้น กล่าวคือ หากพิจารณาพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในช่วงแรก สัปดาห์ที่ 1 – 2 นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นในสถานการณ์ปัญหาได้เนื่องจากนักเรียนมากกว่าครึ่งจำสูตรพื้นฐานในการหาพื้นที่รูปเหลี่ยมต่างๆไม่ได้ และปัญหาเกี่ยวกับการอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน และไม่เป็น

ชั้นเป็นตอนเท่าไรนัก จึงทำให้ช่วงแรกครูต้องคอยชี้แนะและกระตุ้นให้นักเรียนคิดและอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาให้ชัดเจนขึ้น แต่หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดอย่างต่อเนื่องแล้ว นักเรียนส่วนใหญ่ นักเรียนสามารถอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นตอนมากยิ่งขึ้น และสามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหาไปสู่สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้ดีขึ้น ซึ่งสังเกตได้จากการตอบคำถามและการสรุปคำตอบที่เป็นจริงในชีวิตจริง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2556) ที่ได้ศึกษาการให้เหตุผลเชิงสถิติและการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ไปสู่ชีวิตจริงโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ไปสู่ชีวิตจริงหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

ดังนั้นจากที่กล่าวมาข้างต้นนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด จึงมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด เน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองโดยเน้นการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยครูมีบทบาทในการแนะแนวทางและกระตุ้นให้นักเรียนคิดอย่างต่อเนื่อง บนพื้นฐานความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นครูจะต้องมีการวางแผนช่วงเวลาที่เป็นต้องกระตุ้น ต้องชี้แนะในกรณีที่จำเป็นในช่วงเวลาที่เหมาะสม และครูจะต้องสังเกตนักเรียนและคอยกระตุ้นอย่างต่อเนื่องให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ของตนเองบนฐานความรู้ความเข้าใจอย่างต่อเนื่องจนนักเรียนสามารถสร้างหรือสรุปความรู้ได้ด้วยตนเองให้ได้มากที่สุด

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด สำหรับกลุ่มนักเรียนที่มีความสามารถและทักษะทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ดี ในขั้นตอนของการถอดรหัสนั้นเมื่อนักเรียนเรียนไปแล้วในระยะหนึ่งนักเรียนอาจจะไม่แสดงร่องรอยของการวิเคราะห์ก็ได้ เนื่องจากในบางปัญหานักเรียนเหล่านี้สามารถอ่านและวิเคราะห์เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ชัดเจนอยู่แล้ว อาจจะข้ามขั้นไปขั้นที่ 2 คือการใช้ตัวแทนได้

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด เน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองโดยเน้นการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ดังนั้น ครูจำเป็นต้องเลือกเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับรูปแบบการเรียนรู้

การสอนนี้ กล่าวคือเป็นเนื้อหาประเภทโจทย์ปัญหาที่จำเป็นต้องมีการตีความ วิเคราะห์ข้อมูลแล้วใช้ตัวแทนทางความคิดเพื่อให้เข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ชัดเจนขึ้น จากนั้นเลือกใช้หรือสร้างตัวแบบที่สอดคล้องกับปัญหา แล้วจึงดำเนินการใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ร่วมกับตัวแบบเพื่อดำเนินการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหานั้นๆ จึงจะทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาผลการการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิดในเนื้อหาอื่นๆ หรือในระดับอื่นๆ เช่น โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นต้นเนื่องจากเนื้อหาควรประกอบด้วยสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและมีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาที่จำเป็นต้องมีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการตีความข้อมูล ผ่านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และการดำเนินการหาคำตอบของปัญหาต่อไป

2. ควรมีการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิดที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญ เช่น ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ เป็นต้น เนื่องจากในกิจกรรมการเรียนรู้นั้นได้มีการให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนทางความคิดและการสร้างหรือใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อสื่อสารสื่อความหมายแทนสถานการณ์ปัญหานั้นๆ นอกจากนี้ยังมีการใช้คำถามเพื่อชี้แนะและกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด ได้พูดแสดงความคิดเห็นที่เป็นแนวทางการดำเนินการหาคำตอบของตนเอง

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

เทพสุตา เกตุทอง.(2551). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทาง

คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน

มัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี.

(วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต), สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พีชานิกา เพชรสังข์. (2557). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E

ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต), สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร. (2556). การให้เหตุผลเชิงสถิติและการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ไปสู่ชีวิตจริงโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. *วารสารศึกษาศาสตร์*, 24(2), 15-33.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- สุนีย์ คำควร. (2559). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่มีต่อทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา*. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต), สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยบูรพา.
- สุธารัตน์ สมรรถการ. (2556). *ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6*. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต), สาขาวิชาการมัธยมศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อัมพร ม้าคอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาการเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1988). *Research and cognitively guided instruction*. Integrating research on teaching and learning mathematics, 2-19.
- Dean, S. (2008). Using Non-Traditional Activities to Enhance Mathematical Connections.
- Guilford, J. P., & Hoepfner, R. (1971). *The analysis of intelligence*: McGraw-Hill Companies.
- Lee, C.-Y., & Chen, M.-J. (2015). Effects of Polya Questioning Instruction for Geometry Reasoning in Junior High School. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6).
- Malloy, C. E. (1999). Developing mathematical reasoning in the middle grades: recognizing diversity. *Developing mathematical reasoning in Grades K-12*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Marchisotto, E. A. (1993). Connections in mathematics: an introduction to Fibonacci via Pythagoras. *Fibonacci Quart*, 31(1).
- National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of.

- Polya, G. (1957). *How to Solve it: A New Aspects of Mathematical Methods*. Prentice University Press.
- Ross, K. A. (1998). Doing and proving: The place of algorithms and proofs in school mathematics. *The American mathematical monthly*, 105(3), 252-255.
- Sawyer, A. (2008). Making connections: Promoting connectedness in early mathematics education. *Navigating currents and charting directions*, 429-435.
- Singer, F. M., & Voica, C. (2012). A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 9-26.