



ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด
ร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถ
ในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING
THE PROBLEM SOLVING MODEL OF METACOGNITIVE PROCESS WITH
FOUR CORNERS AND A DIAMOND GRAPHIC ORGANIZERS ON MATHEMATICAL REASONING
AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS

นางสาวเพาพงา วังเวช *

Phaophanga Wangwech

อาจารย์ ดร.จنگล ท้าสวน **

Jongkol Thamsuan, Ed.D.

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และ 3) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล จังหวัดกระบี่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 49 คน และกลุ่มควบคุม 50 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าที และการวิเคราะห์เนื้อหา

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนกลุ่มทดลอง

มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

* นิสิตมหาวิทยาลัยศิลปากรศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: c_otto_n@hotmail.com

** อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: Jongkol.T@Chula.ac.th

ISSN 1905-4491

Abstract

The purposes of this research were to 1) compare mathematical reasoning and communication abilities of the students learning by using an organizing learning activities using the problem solving model of metacognitive process and Four Corners and a Diamond Graphic Organizers between, before and after learning, 2) compare mathematical reasoning and communication abilities of students between experimental group and control group, and 3) study the mathematical reasoning and communication abilities of students learning by using an organizing learning activities using the problem solving model of metacognitive process and Four Corners and a Diamond Graphic Organizers. The subjects were eighth grade students of Ammartpanichnukul School in Krabi, in the second semester of academic year 2016, which was purposive sampling. There were 49 students in the experimental group and 50 students in the control group. The experimental instruments constructed by the researcher were lesson plans focusing on the organizing learning activities using the problem solving model of metacognitive process and Four Corners and a Diamond Graphic Organizers and conventional plans. The instruments for data collection were mathematical reasoning ability tests and mathematical communication ability tests. The data were analyzed by using arithmetic mean, standard deviation, and t-test and content analysis.

The results of the study revealed that 1) the mathematical reasoning and communication abilities of students in the experimental group were higher than those before the experiment at a .05 level of significance, 2) the mathematical reasoning and communication abilities of students in the experimental group were higher than those of the students in the control group at a .05 level of significance, and 3) the mathematical reasoning and communication abilities of students in the experimental group were developed in positive direction.

คำสำคัญ: โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด / FOUR CORNERS AND A DIAMOND GRAPHIC ORGANIZERS / ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ / ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

KEYWORDS: PROBLEM SOLVING MODEL OF METACOGNITIVE PROCESS / FOUR CORNERS AND A DIAMOND GRAPHIC ORGANIZERS / MATHEMATICAL REASONING ABILITY / MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างมากต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ และความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ เนื่องจากมนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษา วิทยาการต่าง ๆ เหล่านี้ และใช้เป็นเครื่องมือในการพัฒนาความคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ และคิดอย่างเป็นระบบและมีระเบียบแบบแผน ซึ่งลักษณะการคิดดังกล่าวทำให้มนุษย์สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตของมนุษย์ ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2555)

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญ และในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาพบว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่ก็มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สสวท., 2555) สอดคล้องกับผลการทดสอบ O-Net ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 6 ในปีการศึกษา 2558 พบว่าคะแนนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์ไม่ถึงร้อยละ 50 โดยพบว่าสาระที่มีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คือสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และผลการทดสอบโครงการ TIMSS ระหว่าง พ.ศ.2550 - พ.ศ.2554 พบว่าคะแนนเฉลี่ยด้านพฤติกรรมการเรียนรู้เป็นรายด้าน ได้แก่ ด้านความรู้ ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ และด้านการใช้เหตุผล อยู่ในเกณฑ์ระดับต่ำ (สสวท., 2556) นอกจากนี้ผลการทดสอบโครงการ PISA ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินความสามารถของนักเรียนในการใช้สมรรถนะที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ทั้งการทำความเข้าใจ การเชื่อมโยง การสะท้อนและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าค่าเฉลี่ยคะแนนมาตรฐาน (สสวท., 2557) แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ รวมถึงขาดหรือมีทักษะในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เพียงพอ ดังนั้นครูควรต้องพัฒนาความรู้ควบคู่ไปกับการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน

การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (สสวท., 2555ก) การให้เหตุผลจึงเป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ (Baroody, 1993) นอกจากนี้การสอนให้นักเรียนเรียนอย่างเข้าใจและมีเหตุผล จะทำให้นักเรียนมีความสามารถในการปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ ๆ ได้ และสามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม รวมทั้งทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลที่นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ และสามารถค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้ด้วย

ตนเอง (สสวท., 2547) สำหรับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดบรรยากาศการเรียนการสอนให้นักเรียนได้มีการพูด อธิบาย และแสดงเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้น และครูอย่างอิสระ ให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์ข้อมูลและให้เหตุผลด้วยการเขียนบรรยาย และใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ และเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการเรียนการสอน (Rowan & Morrow, 1993; Malloy, 1999; วรรณธ อยุธยา, 2555; สุภารัตน์ ภิรมราชย์, 2555)

นอกจากนี้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ถือเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วย เนื่องจากในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นนักเรียนจะต้องพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เช่น การนำเสนอข้อความคาดการณ์ การอธิบายลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา หรือการให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้ ซึ่งต้องมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอด้วย (สสวท., 2555) ซึ่งการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญในการทำให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้สื่อสารกับผู้รับสาร โดยในกระบวนการสื่อสารนั้นผู้สื่อสารจะต้องจัดระบบความคิดและสื่อเป็นภาษาพูดหรือเขียนให้ผู้รับสารเข้าใจตรงกัน ในขณะเดียวกันผู้รับสารจะต้องทำความเข้าใจและติดตามในสิ่งที่ผู้สื่อสารพูดหรือเขียนด้วย (อัมพร ม้าคนอง, 2554) สำหรับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้นำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลของตนเองด้วยการพูดและการเขียนทั้งหน้าชั้นเรียนและภายในกลุ่ม โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทางและให้ความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น นอกจากนี้ครูควรลดบทบาทในการพูดให้น้อยลงเพื่อให้นักเรียนได้มีการสื่อสารกันมากขึ้น (Thurber, 1976; Rowan & Morrow, 1993; กรมวิชาการ, 2545)

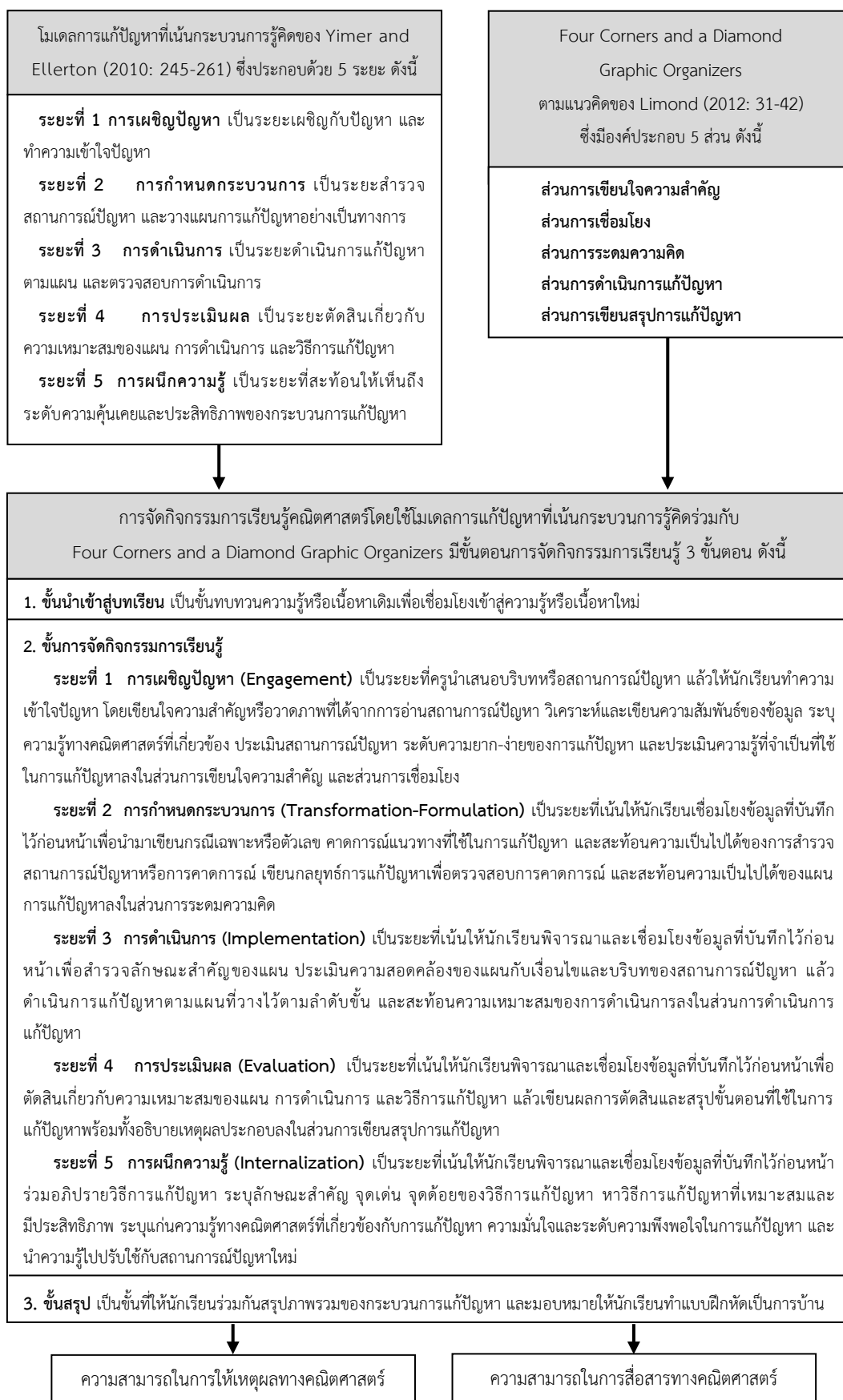
จากความสำคัญของการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา และสามารถพัฒนาได้โดยผ่านการแก้ปัญหา ซึ่งจากการศึกษางานวิจัยของ Yimer and Ellerton (2010) พบว่าโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด (The Problem Solving Model of Metacognitive Process) เป็นรูปแบบการเรียนการสอนแก้ปัญหาที่เน้นให้นักเรียนมีการสะท้อน ประเมิน กำกับ และตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเองในแต่ละระยะของการแก้ปัญหา ซึ่งช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหา โดยโมเดลนี้นักเรียนสามารถย้อนกลับไประยะก่อนหน้าได้ ในกรณีที่ไม่เข้าใจหรือไม่สามารถหาแนวทางในการดำเนินการในระยะนั้น ๆ ได้ ซึ่งประกอบด้วย 5 ระยะ คือ ระยะที่ 1 การเผชิญหน้ากับปัญหา (Engagement) ระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ (Transformation-Formulation) ระยะที่ 3 การดำเนินการ (Implementation) ระยะที่ 4 การประเมินผล (Evaluation) และระยะที่ 5 การผนึกความรู้ (Internalization)

นอกจากนี้งานวิจัยของ Limond (2012) พบว่า Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่ปรับมาจากแนวคิดของ Zollman (2009a, 2009b, 2012) เป็นเครื่องมือ (Tool) สำหรับ

บันทึกกระบวนการแก้ปัญหาที่เน้นให้นักเรียนมีการจัดระบบความคิดของตนเอง วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล มีกระบวนการคิดแก้ปัญหาที่ยืดหยุ่น และสื่อสารความคิดของตนเองอย่างมีเหตุมีผล เพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล และย้อนกลับไปทบทวนกระบวนการคิดของตนเองได้ในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ทั้งนี้ นักเรียนสามารถบันทึกกระบวนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงใน ส่วนใดก่อนก็ได้ ซึ่งประกอบด้วยส่วนการเขียนใจความสำคัญ (Main Idea) ส่วนการเชื่อมโยง (Connections) ส่วนการระดมความคิด (Brainstorm) ส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา (Solve) และส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา (Write)

จากที่กล่าวมาข้างต้นเป็นที่น่าสนใจว่า หากผสมผสานโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers น่าจะส่งผลให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กรอบแนวคิดในการวิจัย



วัตถุประสงค์

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตาราง 1 แสดงแบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 13 (ตรัง - กระบี่) กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล จังหวัดกระบี่ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 13 (ตรัง-กระบี่) กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 2 ห้องเรียน คือ ห้อง ม.2/1 จำนวน 44 คน และห้อง ม.2/3 จำนวน 45 คน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 14 แผน ใช้เวลาสอน 14 คาบ

เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.645 ค่าความยากเป็น 0.35 - 0.53 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.42 - 0.75
2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.743 ค่าความยากเป็น 0.47 - 0.59 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.38 - 0.69
3. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.848 ค่าความยากเป็น 0.49 - 0.62 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.54 - 0.76
4. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.889 ค่าความยากเป็น 0.47 - 0.54 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.50 - 0.70
5. ใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มทดลอง เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยทั้งสองกลุ่ม โดยแบ่งออกเป็น การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ และการเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม จัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม
2. ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลอง โดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง
3. ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้ โดยแต่ละกลุ่มใช้เวลาในการสอน 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 14 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559
4. เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 14 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

5. ผู้วิจัยนำแบบวัดทั้งสองฉบับมาตรวจให้คะแนน โดยพิจารณาตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยเพื่อให้อยู่ในขอบเขตที่สามารถใช้เกณฑ์ดังกล่าวได้ จากนั้นนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมวิเคราะห์สถิติสำเร็จรูป ดังนี้

5.1 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน ด้วยการทดสอบค่าที (t-test dependent)

5.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม ด้วยการทดสอบค่าที (t-test independent)

การเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยวิเคราะห์พัฒนาการด้านความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน จากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งนี้ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายกรณีเพื่อให้ได้ข้อมูลเพิ่มเติม โดยแบ่งการสังเกตพฤติกรรมออกเป็น 3 ช่วง คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1-4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5-9 และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10-14 ตามลำดับ

ผลการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 รายละเอียดดังตาราง 2

ตาราง 2 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t	p - value
ก่อนเรียน	44	6.36	3.29	7.73	.000*
หลังเรียน	44	10.57	2.64		

* $p < .05$

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 รายละเอียดดังตาราง 3

ตาราง 3 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t	p - value
ก่อนเรียน	44	3.34	3.07	15.88	.000*
หลังเรียน	44	19.11	6.60		

* $p < .05$

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงากว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 รายละเอียดดังตาราง 4

ตาราง 4 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t	p - value
กลุ่มทดลอง	44	10.57	2.64	10.73	.000*
กลุ่มควบคุม	45	5.04	2.20		

* $p < .05$

4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงากว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 รายละเอียดดังตาราง 5

ตาราง 5 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t	p - value
กลุ่มทดลอง	44	19.11	6.60	4.85	.000*
กลุ่มควบคุม	45	13.18	4.78		

* $p < .05$

5. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น โดยมีพฤติกรรมหรือร่องรอยจากใบกิจกรรมที่แสดงถึง

ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านที่สูงขึ้น เมื่อเปรียบเทียบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละช่วง

อภิปรายผล

ผู้วิจัยขอเสนอการอภิปรายผลการวิจัยตามสมมติฐานการวิจัย โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา ผู้วิจัยได้นำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลพร้อมทั้งระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ปัญหา ระดับความยาก-ง่ายของการแก้ปัญหา และความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการเชื่อมโยงข้อมูลในแต่ละส่วนที่ได้นับที่ไว้ เชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหากับความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่น และระลึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่เคยแก้มาแล้วกับสถานการณ์ปัญหาที่กำลังเผชิญเพื่อเป็นแนวทางในการประเมินสถานการณ์ปัญหาอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Malloy (1999) ที่ว่า แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหากับเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง ต่อมาในระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ และระยะที่ 3 การดำเนินการ ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลที่นับที่ไว้ก่อนเพื่อนำมาเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลข ให้เหตุผลประกอบการคาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งสะท้อนความเป็นไปได้ของการคาดการณ์ และนำข้อมูลมาเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาเพื่อตรวจสอบการคาดการณ์ และสะท้อนความเป็นไปได้ของแผนการแก้ปัญหา จากนั้นดำเนินการแก้ปัญหา และสะท้อนความเหมาะสมของการดำเนินการแก้ปัญหา จากนั้นในระยะที่ 4 การประเมินผล ผู้วิจัยให้นักเรียนอ่านปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ประเมินความสอดคล้องของแผนกับลักษณะสำคัญของปัญหา การคำนวณหรือการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา แล้วจึงเขียนสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้นตอน ซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล และแสดงข้อสรุปโดยมีข้อมูลในการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล อีกทั้งในระยะที่ 5 การฝึกความรู้ ผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีแก้ปัญหา แล้วร่วมอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่ ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น โดยใช้เหตุผลประกอบการอธิบายคำตอบเพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจได้ตรงกัน รวมทั้งเป็นการฝึกให้นักเรียนได้วิเคราะห์ข้อมูล และมีเหตุผลในการสนับสนุนข้อสรุปของตนเอง

จากกระบวนการดังกล่าวจึงส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ National Council of Teacher of Mathematics (2009) ที่ว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ต้องมีการส่งเสริมให้นักเรียนถามคำถามตรวจสอบตนเองและผู้อื่น และสื่อสารเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครู โดยการพูดและเขียนโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม รวมทั้งการที่ครูจัดสถานการณ์หรือปัญหาให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ โดยครูเป็นผู้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียน และคอยช่วยเหลือด้วยการใช้คำถามกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล (กรมวิชาการ, 2545) ทั้งนี้ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง โดยจะต้องเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลแนวคิดได้ปฏิบัติและสรุปพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปของแนวคิดดังกล่าว (Rowan & Morrow, 1993)

2. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา หลังจากที่ผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้แผนภาพ ตาราง แบบจำลอง หรือตัวแนวคิดในลักษณะอื่นประกอบการเขียนอธิบายสถานการณ์ปัญหาและความสัมพันธ์ของข้อมูล ต่อมาในระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลที่บันทึกไว้ก่อนหน้านี้ แล้วเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลข คาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา และสะท้อนความเป็นไปได้ของการคาดการณ์ จากนั้นนำข้อมูลมาเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหา และสะท้อนความเป็นไปได้ของแผนการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ในระยะที่ 3 การดำเนินการ และระยะที่ 4 การประเมินผล ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลที่บันทึกไว้ก่อนหน้านี้เพื่อประกอบการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนโดยใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนแสดงข้อมูล เขียนสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบอย่างเป็นลำดับขั้นตอน อีกทั้งในระยะที่ 5 การผนึกความรู้ ผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา แล้วรวมอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา และส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่เพื่อฝึกให้นักเรียนมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เลือกใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ตลอดจนนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างเป็นลำดับขั้นตอน

จากกระบวนการดังกล่าวส่งผลให้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Rowan and Morrow (1993) ที่ว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด และฝึกเขียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง จะทำให้นักเรียนเห็นว่า

การเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่ม จะเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Gooya (1992) ที่พบว่า การเขียนบันทึกมีบทบาทสำคัญในการส่งเสริมและการสื่อสารความคิดของผู้เรียน และการใช้วัตรกรรมช่วยให้ผู้เรียนได้ตระหนักถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 3 ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีพฤติกรรมที่ไม่แตกต่างกันมากนัก โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ แต่ยังขาดรายละเอียดสำคัญบางส่วนที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ แต่มีรายละเอียดไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ส่งผลให้การดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือหาคำตอบไม่ได้ และไม่มีการเขียนสรุปคำตอบ นอกจากนี้เมื่อครูใช้คำถามกระตุ้นในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถให้เหตุผลประกอบการตอบคำถามของตนเองได้ว่าเหตุใดจึงคิดเช่นนั้น และในการตรวจสอบคำตอบนักเรียนส่วนใหญ่จะตรวจสอบคำตอบโดยการนำตัวเลขไปแทนลงในตัวแปร ผู้วิจัยจึงต้องอธิบายวิธีการตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้องให้กับนักเรียน โดยยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย ในช่วงกลางและช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง มีการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดีขึ้น และตอบคำถามพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบได้ แต่บางเหตุผลที่นักเรียนนำเสนออย่างไม่สมเหตุสมผลหรือถูกต้องเพียงบางส่วน ผู้วิจัยจึงต้องใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้ค้นหาเหตุผลที่สมเหตุสมผลมาตอบ ในส่วนของการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนดำเนินการแก้ปัญหได้อย่างถูกต้อง และมีการเขียนสรุปคำตอบ แต่บางสถานการณ์ปัญหานักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายเพื่อยืนยันข้อสรุปได้หรือยืนยันข้อสรุปได้แต่ไม่สมเหตุสมผล ผู้วิจัยจึงต้องใช้คำถามกระตุ้นหรือชี้แนะให้นักเรียนพยายามสรุปคำตอบพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล นอกจากนี้ในการตรวจสอบคำตอบพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถตรวจสอบคำตอบได้อย่างถูกต้อง มีนักเรียนเพียงบางส่วนที่ยังคงตรวจสอบคำตอบโดยนำตัวเลขแทนลงในตัวแปร

เมื่อสังเกตพฤติกรรมและการทำใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มทดลองในช่วงกลางและช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น สามารถให้เหตุผลประกอบการตอบคำถามได้อย่างสมเหตุสมผล กล้าแสดงความคิดเห็น และร่วมอภิปรายโดยใช้เหตุผลที่สมเหตุสมผลเพื่อยืนยันข้อสรุปของตนเอง ทั้งนี้อาจเกิดจากขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา นักเรียนมีการทำความเข้าใจปัญหา แล้วเชื่อมโยงข้อมูลที่บันทึกไว้เพื่อวิเคราะห์และเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล ประกอบกับในระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ

เน้นให้นักเรียนเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลข แล้วจึงนำข้อมูลดังกล่าวไปคาดการณ์การแก้ปัญหา และเขียนสรุปกลยุทธการแก้ปัญหา โดยนักเรียนมีการอ้างเหตุผลเพื่อสะท้อนความเป็นไปได้ของการคาดการณ์และแผนการแก้ปัญหา ต่อมาในระยะที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา และระยะที่ 4 การประเมินผล หลังจากที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหามาตามแผน และตรวจสอบการดำเนินการแล้ว นักเรียนจะพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลที่บ้านที่ไว้ก่อนหน้าเพื่อนำมาเขียนสรุปการดำเนินการแก้ปัญหาของตนเองอย่างเป็นลำดับขั้นตอน พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้น และเขียนสรุปคำตอบพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปที่ได้จากการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อยืนยันว่าข้อสรุปดังกล่าวถูกต้อง และสมเหตุสมผล ในระยะที่ 5 การฝึกความรู้ ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาแล้วร่วมอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลทุกส่วนที่ได้บันทึกไว้ วิเคราะห์ข้อมูล และสรุปคำตอบพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล อีกทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนวิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล เขียนสรุปคำตอบและแสดงข้อมูลเพื่อยืนยันข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล รวมทั้งส่งเสริมให้นักเรียนมีการใช้เหตุผลในการอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหของตนเองและของผู้อื่นด้วย ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Lappan and Scharm (1989) ที่ว่า กิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สืบค้น ค้นหา คาดการณ์ พิสูจน์ สังเกตรูปแบบ ชี้แจงเหตุผล สร้างข้อความคาดการณ์ จะเป็นกิจกรรมที่ช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการให้เหตุผล นอกจากนี้ Malloy (1999) ได้กล่าวว่า การส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหากับเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้องจะช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลได้ โดยการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์จะต้องใช้ทักษะอย่างหลากหลายในการทำทำความเข้าใจแนวคิด หาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุป หรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิด และความสัมพันธ์ของแนวคิดและการแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้น ๆ (O'Daffer & Thornquist, 1993) อีกทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ และอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันข้อสรุปหรือคัดค้านแนวคิดนั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผล และกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น (วรณารณ อยู่สุข, 2555; สุภารัตน์ ภิรมย์ราช, 2555)

4. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 4 ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมในการเขียนอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอไม่แตกต่างกัน คือ นักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่สามารถเขียนอธิบายแนวคิดของตนเองได้อย่างชัดเจนหรือไม่มีแนวทางในการเขียนอธิบาย โดยในช่วงกลางและช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมสามารถดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหด้วยภาษาของตนเองได้ดีขึ้น แต่ก็มีพบว่านักเรียนจำนวนหนึ่งที่เขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหได้เพียงบางส่วนหรือไม่ได้

เลย อาจเกิดจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่มีระดับความยากค่อนข้างน้อย รวมทั้งไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์ปัญหาในระดับนี้ จึงทำให้นักเรียนขาดทักษะในการเชื่อมโยงความรู้ก่อนหน้ามาปรับใช้ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้นักเรียนมีการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้แผนภาพ ตาราง กราฟ หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ มากขึ้น แต่ยังคงมีการใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพียงหนึ่งหรือสองลักษณะเท่านั้น ซึ่งอาจเกิดจากนักเรียนไม่คุ้นเคยในการเขียนแสดงแนวคิดโดยใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์

เมื่อสังเกตพฤติกรรมและการทำใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มทดลองในช่วงกลางและช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น ทั้งนี้อาจเกิดจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา และระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ เน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา เขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล และเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลข เพื่อให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหา ประกอบกับการใช้คำถามกระตุ้นของผู้วิจัยที่คอยชี้แนะนักเรียนเสมอว่า การใช้แผนภาพ ตาราง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นในการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล และกรณีเฉพาะ/ตัวเลข จะทำให้นักเรียนเห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ชัดเจนมากขึ้น ทำให้นักเรียนมีการใช้ตัวแทนแนวคิดในการแสดงแนวทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลายมากขึ้น ประกอบกับระยะที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา และระยะที่ 4 การประเมินผล เน้นให้นักเรียนใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการดำเนินการแก้ปัญหา จากนั้นจึงตัดสินความเหมาะสมของแผน การดำเนินการ และวิธีการแก้ปัญหา แล้วเขียนสรุปลำดับขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้น นอกจากนี้ในระยะที่ 5 การฝึกความรู้ นักเรียนมีการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา แล้วร่วมอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา อีกทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดโดยใช้ภาษา คำศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนผ่านการแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหายังเป็นลำดับขั้นตอน และมีประสิทธิภาพเพื่อให้ผู้อื่นยอมรับได้

ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Mumme and Shepherd (1993) ที่ว่า การให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด และฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในด้านการเขียนของนักเรียน และทำให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Johannings (2000, อ้างถึงใน ธัญพิมล จันทน์นุ้ม, 2558) ที่พบว่า การเขียนอธิบายเป็นวิธีหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการสื่อสารความคิดของตนเองลงบนกระดาษแล้วถ่ายทอดสู่บุคคลอื่น และการเขียนยังช่วยทำให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้น ซึ่งบรรยากาศการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนอ่าน เขียน และอภิปรายจะทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้อย่างเต็มที่จากการคิด การเขียน และการมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีระยะในการดำเนินการแก้ปัญหาในหลายระยะ ครูจึงต้องเตรียมความพร้อมโดยการศึกษาและทำความเข้าใจการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ก่อน เพื่อให้ นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างเต็มศักยภาพ

1.2 การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ครูควรจัดเตรียมสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่ท้าทาย และเอื้อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย รวมทั้งสถานการณ์ควรมีระดับปานกลางและยากในสัดส่วนที่พอเหมาะ

1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในช่วงแรกครูควรดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไป ให้นเวลาค้นคว้าได้ใช้ความคิดอย่างเหมาะสม และแสดงให้นักเรียนเห็นถึงประโยชน์ของการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการนี้

1.4 ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น อภิปรายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาย่างอิสระ เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และเห็นถึงจุดเด่นหรือจุดด้อยของกระบวนการแก้ปัญหา รวมทั้งให้นักเรียนได้ตระหนักว่าการแก้โจทย์ปัญหาสามารถทำได้หลายวิธี

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในการสอนเนื้อหา คณิตศาสตร์อื่น เช่น ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2.2 ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่พัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

2.3 ควรให้นักเรียนได้ฝึกประสบการณ์การเรียนรู้โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers อย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ นักเรียนได้ซึมซับประสบการณ์ และเกิดความคุ้นชินในการแก้ปัญหาในรูปแบบนี้

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กรมวิชาการ. (2545). *คู่มือจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- ธัญพิมล จันทน์นุ้ม. (2558). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ). สืบค้นจาก <http://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/50095>
- วรรณารถ อยู่สุข. (2555). การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์ (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ). สืบค้นจาก <http://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/42073>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพมหานคร: เอส.พี.เอ็น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ข). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สุภารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ). สืบค้นจาก <http://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/44282>
- อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- Baroody, A. J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8: Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.
- Gooya, Z. (1992). *Influences of Metacognition-Based Teaching and Teaching via Problem-Solving on Student's Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem Solving*. The University of British Columbia.
- Johanning. (2000). an analysis of writing and post writing group collaboration in middle school pre - algebra. *School Science and Mathematics*, 10(3), 151-160.

- Lappan, G., & Schram, P. W. (1989). Communication and reasoning : Critical Dimensions of Sense Making in mathematics New Directions for Elementary School Mathematics 1989 Yearbook, *The National Council of Teachers of Mathematics*, 14-30.
- Limond, L. (2012). A Reading Strategy Approach to Mathematical Problem Solving. *Illinois Reading Council Journal*, 40(2), 31-42.
- Malloy, C. (1999). Developing Mathematical Reasoning in the Middle Grades Recognizing Diversity. In *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Stiff, Lee V. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. (1999 Yearbook).
- Mumme, J. & Shepherd, N. (1993). *Communication in mathematics. in Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standard*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2009). *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- O'Daffer, P.G., & Thornquist, B.A. (1993). *Critical Thinking, Mathematical Reasoning and Proof*. In Research Ideas for the classroom, High School Mathematics. 39–56.
- Rowan, T., & Morrow. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards from the Arithmetic Teacher*. MA: Ally and Bacon.
- Thurber, W. A. (1976). *Teaching Science in Today's Secondary Schools*. Boston: Allyn and Bacon.
- Yimer, A., & Ellerton, N. F. (2010). A Five-Phase Model for Mathematical Problem Solving: Identifying Synergies in Pre-Service-Teachers' Metacognitive and Cognitive Actions. *ZDM Mathematics Education*, 42, 245 - 261.
- Zollman A. (2009a). Mathematical Graphic Organizers. *Teaching Children Mathematics*, 16(4), 223-229.
- Zollman A. (2009b). Students Use Graphic Organizers to Improve Mathematical Problem-Solving Communication. *Middle School Journal*, 41(3), 4-12.
- Zollman A.. (2012). Write is Right: Using Graphic Organizers to Improve Student Mathematical Problem Solving. *Spring*, 4(3), 50-60.