



ผลการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความ
ต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดกำแพงเพชร

EFFECTS OF USING REPAIR THEORY IN REMEDIAL TEACHING ON MATHEMATICAL
KNOWLEDGE OF LIMIT AND CONTINUITY OF TWELFTH GRADE STUDENTS IN KOMPONG
THOM PROVINCE

นายจำเริญ ผัด *

Chamraen Phath

รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง **

Assoc. Prof. Aumporn Makanong, Ph.D.

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์คือ 1) เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง 2) เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียน ก่อนและหลังทดลองด้วยการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม 3) เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังทดลองเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 และ 4) เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียน เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องหลังทดลอง กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สถาบันเทคโนโลยีกำแพงเพชร เฉพาะชาย จำนวน 20 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม แบบทดสอบวินิจฉัย และวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง วิเคราะห์ข้อมูลโดย ค่ามัชฌมเลขคณิต ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า 1) ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุดคือนักเรียนมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ และข้อผิดพลาดมากที่สุดคือข้อผิดพลาดด้านการปิดเปิดบัพหรือนิยามโดยให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริง 2) ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียน หลังเรียน มีคะแนนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 4) หลังทดลองสอน พบว่านักเรียนทุกคนมีการเปลี่ยนแปลงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดในทิศทางที่ดีขึ้นดีขึ้น โดยหลังเรียนนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและ ข้อผิดพลาดลดลงคิดเป็นร้อยละ 65.09 ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและ ข้อผิดพลาดทั้งหมดที่เกิดขึ้นก่อนเรียน

* นิสิตมหาบัณฑิตสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์

ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: chamraenone@yahoo.com

** อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์

ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: Aumporn.M@chula.ac.th

ISSN1905-449

Abstract

The purposes of this research were 1) to study students' misconceptions and mistakes in terms of limit and continuity; 2) to compare mathematical knowledge of limit and continuity of students before and after using Repair Theory in Remedial Teaching; 3) to compare the mathematical knowledge of students after the teaching to criteria of 60 percent; and 4) to study changes of misconceptions and mistakes of students on the limitation and continuity after the teaching. The research participants were 20 students of 12th grade students from Kampong Chheuteal Institute of Technology (KCIT). The research instruments were the lesson plans on Repair Theory in Remedial Teaching, Diagnostic Tests and Measurement of mathematical knowledge of limits and continuity. The data were analyzed by using mean, standard deviation and t-test.

The results of this research were as follows: 1) students have the most misconceptions about understanding concepts, and the most common mistakes are misleading errors, theorems, or definitions, by misrepresentation; 2) mathematical knowledge after teaching was higher than that before teaching at a .05 level of significance; 3) mathematical knowledge of the students after the teaching was higher than 60% of the full score at a .05 level of significance; and 4) after students were taught using the Repair Theory in Remedial Teaching of limitation and continuity, misconceptions and mistakes of students decreased. The students' misconceptions and mistakes were reduced to 65.09 percent compared to that of before the teaching.

คำสำคัญ: ทฤษฎีการซ่อมแซม / การใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม / ความรู้ทางคณิตศาสตร์ / การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ / แบบทดสอบวินิจฉัย / มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน / ข้อผิดพลาด

KEYWORDS: REPAIR THEORY / REPAIR THEORY IN REMEDIAL TEACHING / MATHEMATICAL KNOWLEDGE / REMEDIAL TEACHING IN MATHEMATICS / DIAGNOSTIC TEST / MISCONCEPTIONS / MISTSKES

บทนำ

ราชอาณาจักรกัมพูชาเป็นประเทศที่กำลังพัฒนาซึ่งในการช่วยให้ประเทศมีความเจริญก้าวหน้าและพัฒนาได้นั้นต้องอาศัยทรัพยากรมนุษย์ที่มีประสิทธิภาพ ทั้งนี้ราชอาณาจักรกัมพูชายังขาดแคลนทรัพยากรมนุษย์ที่มีคุณภาพเป็นจำนวนมากเนื่องจากราชอาณาจักรกัมพูชามีสงครามกลางเมือง (สมัยสงครามเขมรแดง) เป็นระยะเวลาานกว่า 3 ปี (ค.ศ. 1975-1979) ซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้บุคคลที่มีความรู้ความสามารถเดินทางออกจากประเทศย้ายไปอยู่ประเทศอื่น และบางคนเสียชีวิตในสมัยนั้น

ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของราชอาณาจักรกัมพูชามีหลายเรื่องที่ต้องให้ครูคณิตศาสตร์ทุกโรงเรียนมีการจัดการเรียนการสอน เช่น จำนวนเชิงซ้อน ลิมิตและความต่อเนื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน การศึกษาความแปรปรวนและการเขียนกราฟของฟังก์ชัน อินทิเกรต สมการเชิงเส้น ความน่าจะเป็น เวกเตอร์สามมิติ พาราโบลา วงรี และไฮเปอร์โบลา และสถิติ แต่ครูและนักเรียนได้ให้ความสำคัญในเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเป็นพิเศษ เนื่องจากเป็นเรื่องที่เป็นความรู้พื้นฐานหลักของเรื่องการศึกษาเกี่ยวกับความรู้เรื่องแคลคูลัส (Ministry of Education Youth and Sport, 2011; ดำรงค์ ทิพย์โยธา, ธรรมนูญ ไตรภพ, และ ยุวรีย์ พันธุ์กล้า, 2558)

แม้ว่าครูและนักเรียนต่างก็รู้ถึงความสำคัญของการเรียนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแต่ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนยังมีข้อบกพร่อง ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวหาว่า ความรู้มโนทัศน์ของลิมิตและความต่อเนื่องเป็นศูนย์กลางในการทำความเข้าใจของวิชาคณิตศาสตร์ การวิจัยจาก

สองทศวรรษที่ผ่านมา มีรายละเอียดจำนวนมากและความเข้าใจผิดและความยากลำบากของนักเรียนที่มีต่อมโนทัศน์ของลิมิตและความต่อเนื่อง (Dubinsky & Harel, 1992; Leinhardt, Zaslavsky, & Stein, 1990)

จากผลการสอบของนักเรียนในเรื่องเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังมีข้อบกพร่องด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องอย่างมาก สาเหตุต่างๆ ที่ทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเกิดข้อบกพร่อง มีนักการศึกษาหลายคนได้กล่าวว่าการที่นักเรียนมีความรู้เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องไม่สมบูรณ์ อาจเนื่องมาจากสาเหตุหลายๆ ประการ อาทิเช่น การได้รับความรู้มาจากครูที่ไม่มีความเข้าใจเพียงพอในมโนทัศน์ที่สอน หรือเกิดจากการที่นักเรียนศึกษาจากตำราเรียนที่ไม่ชัดเจน ข้ามขั้นตอนวิธีการทำ แล้วนักเรียนสร้างภาพมโนทัศน์ขึ้นเองให้สอดคล้องกับตำราที่อ่าน การไม่ตั้งใจในการดำเนินการทำข้อสอบ และเพื่อความเข้าใจมากยิ่งขึ้นนักเรียนบางคนสร้างภาษา หรือคำศัพท์เฉพาะซึ่งอาจผิดไปจากความเป็นจริงของเนื้อหาความรู้ เพื่อความสะดวกต่อการจดจำลักษณะที่สำคัญในการนำไปประยุกต์ใช้ได้ นอกจากนี้อาจเป็นเพราะระดับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังไม่เพียงพอต่อการรับรู้มโนทัศน์ของฟังก์ชันที่ยากเกินความสามารถได้ (Kiokaew, 1989; Simpson & Marek, 1988; เกษสุตา บุรณพันธ์, 2545)

ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการเรียนคณิตศาสตร์ผู้เรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อซึ่งสอดคล้องกับ สุนิตดา เรื่องสิริเศรษฐ์ (2552) ได้กล่าวว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียน โดยคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความเป็นนามธรรม และสิ่งที่นักเรียนจะได้เรียนรู้ในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เด่นชัด คือ ข้อเท็จจริง กฎมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยจะต้องใช้สิ่งต่างๆ เหล่านี้เป็น พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน และมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทำได้โดยการพัฒนาทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการให้กับนักเรียน โดยแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ คือ การให้นักเรียนได้เกิดการ สร้างและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับเนื้อหาที่จะเรียน จากนั้นให้นักเรียนจัดกลุ่มที่เหมือนและแตกต่างของ ความรู้ที่เรียน และนำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ใหม่ที่เรียน ส่วนแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการคือ ต้องทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่นักเรียนพบเจอในชีวิตประจำวัน และให้นักเรียนเข้าใจความหมายของกฎ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่อไป (Usiskin, 1998; จิตรวรรณ เอกพันธ์, 2558)

หากจะกล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งานสำหรับนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมี พื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย แต่จากการที่นักเรียนอาจได้รับจากการสอนเนื้อหาที่ไม่เพียงพอ การคิดอย่างไม่เป็นระบบ หรือความจำที่บกพร่อง จะก่อให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งเป็นปัญหา หนึ่งที่น่าไปสู่ความยากลำบากในการเรียนคณิตศาสตร์ตั้งแต่แนวคิดในระดับประถมไปจนถึงการเรียนแคลคูลัส ซึ่งตรงกับที่ Brown (1992) ได้กล่าวไว้ว่า “มโนทัศน์พื้นฐานที่คลาดเคลื่อนจะก่อให้เกิดปัญหาในการเรียนรู้มโนทัศน์ที่สูงขึ้นไป ซึ่งหากผู้เรียนมีมโนทัศน์ เดิมคลาดเคลื่อน ย่อมส่งผลกระทบต่อการศึกษา การแสดงวิธีทำและการเรียนรู้เนื้อหาที่สูงขึ้นอีก ต่อไป” ส่วนในด้านของครูนั้นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนก็เป็นสาเหตุใหญ่ที่ทำให้การสอน ของครูไม่เห็นผล ดังนั้นจึงเป็นสิ่งสำคัญมากที่จะตระหนักถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนและ สอนนักเรียนใหม่เพื่อแก้ไขความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ถูกต้อง นอกจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแล้วยังมีอีกหนึ่งสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ซึ่งมีความใกล้เคียงกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แต่หากพิจารณาความจริงแล้วนั้นจะเห็น ได้ชัดว่ามีความหมายที่แตกต่างกัน นั่นคือ “ข้อผิดพลาด” หรือคำในภาษาอังกฤษ เรียกว่า

“Mistakes” ถึงแม้ว่าข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะมีความเกี่ยวข้องกัน แต่ทั้งคู่นั้นแตกต่างกัน Luneta and Makonye (2010) ได้อธิบายไว้ว่า ข้อผิดพลาดในคณิตศาสตร์อาจเกิดจากสาเหตุที่หลากหลาย ไม่ว่าจะเป็น เกิดจากความสะเพร่า ขาดสมาธิในการทำงาน ซึ่งข้อผิดพลาดไม่ได้เกิดขึ้นเป็นประจํา โดยคาดหวังว่าเป็นคำตอบที่ผิดแต่นักเรียนสามารถแก้ไขหรือทำให้ถูกต้องด้วยตนเองได้อย่างง่ายดาย ส่วนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เกิดจากความผิดพลาดในระบบความคิด ข้อผิดพลาดได้รับการยกย่องว่าเป็นโอกาสที่จะสะท้อนให้เห็นและเรียนรู้ แทนที่จะเตือนผู้เรียนเกี่ยวกับ

การสอนเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดของนักเรียนมีความจำเป็นที่ครูทุกคนควรรับรู้ เพื่อทำการแก้ไขตามที่ Radatz (1979) กล่าวว่า ครูและนักเรียนควรทราบปัญหาบางอย่างในสภาพปัจจุบันในมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดของนักเรียน ในเรื่องความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มักจะเป็นเรื่องยากมากที่จะทำให้การแยกความชัดเจนของสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดที่กำหนด เช่น การทำงานร่วมกัน อย่างใกล้ชิดในสาเหตุปัญหาเดียวกันแต่อาจจะก่อให้เกิดข้อบกพร่องจากแหล่งที่แตกต่างกัน และข้อบกพร่องเดียวกันสามารถเกิดขึ้นจากกระบวนการในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน การจัดหมวดหมู่ที่ชัดเจนและมีลำดับขั้นของการเกิดข้อบกพร่องที่ดูเหมือนว่าเป็นไปไม่ได้ที่จะบรรลุ แม้จะมีปัญหาเหล่านี้ การวิเคราะห์ข้อผิดพลาดในการวินิจฉัยปรากฏขึ้นเพื่อให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และความช่วยเหลือในทางปฏิบัติสำหรับครูที่เกี่ยวกับการเรียนการสอน Loc and Hoc (2014) กล่าวอีกว่าในกระบวนการของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยทั่วไปและการคำนวณเฉพาะของนักเรียนมักจะพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดซึ่งมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดเหล่านี้จะอยู่ในหลายประเภท ดังนั้นครูควรมีทัศนคติที่ดีต่อข้อผิดพลาดของนักเรียนและพิจารณาข้อผิดพลาดของนักเรียน เพื่อเป็นข้อเสนอแนะในการปรับวิธีการสอน นอกจากแสวงหาวิธีการป้องกันไม่ให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดและเอามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดเหล่านี้เป็นมาตรการในการสอน เพื่อนำไปสู่การปรับปรุงคุณภาพของการศึกษาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน และ Brown and Skow (2016) ได้กล่าวว่าการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดสามารถช่วยครู ระดับชั้นตอนต้นนักเรียนจะสามารถดำเนินการได้อย่างถูกต้อง กำหนดประเภทของข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นของนักเรียน ตรวจสอบว่าข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นคือการดำเนินการทำโจทย์ผิดพลาดเพียงบางครั้งบางคราวหรือเป็นข้อผิดพลาดถาวรที่แสดงถึงความเข้าใจผิดที่สำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

ทฤษฎีการซ่อมแซม (Repair Theory) ที่พัฒนาจาก Brown and VanLehn (1980) เป็นทฤษฎีที่กล่าวว่ามนุษย์เรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างไร โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นประกอบด้วย ทฤษฎีนี้อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ของผู้เรียนแต่ละคนว่า มโนทัศน์ของแต่ละคนเกิดจากกระบวนการคิดที่แตกต่างกัน ซึ่งส่งผลให้มโนทัศน์ที่สร้างขึ้นนี้มีทั้งมโนทัศน์ที่ถูกต้องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แต่ความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ที่สร้างมานั้นมีลักษณะเป็นระบบ เรียกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างเป็นระบบนี้ว่า Bugs โดยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพียงหนึ่งเรื่องอาจเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน Bugs ได้หลายรูปแบบ จะเห็นได้ว่าตามทฤษฎีการซ่อมแซมนั้น Bugs จะเข้ามาเกี่ยวข้องใน 2 ส่วนด้วยกัน คือ ในส่วนแรกของผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ขึ้นมาเองในขั้นแรก โดยมีมโนทัศน์นั้นสามารถนำมาแก้ไขได้ในระดับง่ายได้ แต่เมื่อได้รับโจทย์ที่ยากขึ้นแล้ว จะไม่สามารถนำมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมมาใช้แก้ไขจนนั้นให้ได้รับคำตอบที่ถูกต้องได้ เนื่องจากมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือ Bugs นั้นเอง และในส่วนที่ 2 คือ เมื่อผู้เรียนเกิดความพยายามที่จะปรับเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาหรือปรับมโนทัศน์ที่ตนเองมีอยู่ให้สามารถแก้ปัญหาใหม่ที่ได้รับให้ได้คำตอบ โดยเรียกกระบวนการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์นี้ว่าการซ่อมแซม หรือ Repair และเมื่อผู้เรียนสามารถเปลี่ยนจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมาเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องนั้น จะเรียกกระบวนการนี้ว่า Bug Migration

ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษากระบวนการแก้ไขความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซม จากความจำเป็นในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดของความรู้ทางคณิตศาสตร์

เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง รวมไปถึงความสำคัญของการที่ต้องการให้ผู้เรียนมีผลต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นและในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ จึงผู้วิจัยสนใจที่จะทำวิจัยเรื่อง ผลของการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 ในสถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล จังหวัดกำปงธม โดยเป็นการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนอกเวลาเรียนปกติในสถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล อีกทั้งเพื่อเป็นแนวทางในการช่วยให้นักเรียนมีผลการสอบคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ที่กระทรวงศึกษาธิการ กำหนดในการสอบจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง
2. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ของนักเรียนชั้นปีที่ 6 ก่อนและหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม
3. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม
4. เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

สมมติฐานการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง ดังที่ Sleeman, Kelly, Martinak, Ward, and Moore (1989) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวินิจฉัยและการสอนซ่อมเสริมกับนักเรียนมัธยมศึกษาที่เรียนพีชคณิต โดยสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซมโดย Sleeman และเพื่อนได้วินิจฉัยและสอนซ่อมเสริม กับนักเรียนมัธยม Scottish School ในช่วงอายุ 13 ปี 6 เดือน ถึง 14 ปี 8 เดือน ผลการวิจัยพบว่า หลังจากการสอนซ่อมเสริมแล้วข้อบกพร่องลดลง 80% และทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

จากผลการวิจัยข้างต้นจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องโดยภาพรวม และเมื่อจำแนกเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ของนักเรียนชั้นปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง สูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องโดยภาพรวม และเมื่อจำแนกเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ของนักเรียนชั้นปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi- Experimental Study) ดำเนินการทดลองตามแบบแผนการวิจัยแบบกลุ่มเดียวทดสอบก่อนหลัง (One Group Pretest – Protest Design)

1. การเลือกประชากรและกลุ่มตัวอย่างประชากร ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ซึ่งเป็นนักเรียนในเขตพื้นที่การศึกษาของจังหวัดกำปงธม ประเทศกัมพูชา

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องและตอบรับการสอนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดจำนวน 20 คน เป็นกลุ่มตัวอย่างในการดำเนินการทดลองการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของสถาบันเทคโนโลยีกำลังพลเมือง จังหวัดกำแพงเพชร

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

2.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

2.1.1 แผนการจัดการเรียนการสอนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่ผ่านการพิจารณาจากอาจารย์ที่ปรึกษา

2.1.2 แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบอัตนัยเพื่อให้นักเรียนแสดงวิธีคิดที่ถูกต้องในการดำเนินการทำแบบทดสอบ มีจำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 20 ข้อ เป็นแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน โดยเนื้อหาที่ใช้ในแบบทดสอบแต่ละฉบับ เป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว และแบบทดสอบทุกฉบับได้รับการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วพบว่า มีคุณภาพผ่านเกณฑ์ทุกฉบับ โดยแบบทดสอบวินิจฉัย (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.68 ค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.33 – 0.75 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.25 – 0.50 และแบบทดสอบวินิจฉัย (ฉบับที่ 2 หลังเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.83 ค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.42 – 0.71 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.25 – 0.58

2.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง โดยแบ่งเป็น

2.2.1 แบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง เป็นข้อสอบแบบปรนัย มี 4 ตัวเลือก จำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 30 ข้อ และแบบวัดทุกฉบับได้รับการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วพบว่า มีคุณภาพผ่านเกณฑ์ทุกฉบับ ซึ่งแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.80 ค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.25 – 0.83 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.33 – 0.83 และแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับที่ 2 หลังเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.82 ค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.33 – 0.83 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.33 – 0.83

2.2.2 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง เป็นข้อสอบแบบปรนัยมี 4 ตัวเลือก จำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 30 ข้อ และแบบวัดทุกฉบับได้รับการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วพบว่า มีคุณภาพผ่านเกณฑ์ทุกฉบับ ซึ่งแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.80 ค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.33 – 0.67 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.25 – 0.50 และแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (ฉบับที่ 2 หลังเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.83 ค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.33 – 0.67 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.25 – 0.50

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

3.1 สร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมด

3.2 ทดลองใช้เครื่องมือในการวิจัยทั้งหมดกับนักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถในการเรียนรู้ใกล้เคียงกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง แต่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และปรับแก้เครื่องมือการวิจัยให้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น

3.3 ดำเนินการหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดของนักเรียน จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและ ความต่อเนื่องของนักเรียนก่อนการทดลอง โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้น แล้วนำมาวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดของนักเรียน และเพื่อกำหนดนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการสอนแก้ไขข้อบกพร่อง

3.4 ดำเนินการวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนได้รับการสอนแก้ไขข้อบกพร่องโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

3.5 ดำเนินการทดลองสอนแก้ไขข้อบกพร่องกับนักเรียนที่เป็นตัวอย่างในงานวิจัย โดยใช้เวลาจัดการเรียนการสอน รวมทั้งสิ้น 15 ชั่วโมง เป็นการสอนนอกเวลาเรียนปกติ

3.6 เมื่อดำเนินการทดลองเสร็จสิ้น ผู้วิจัยดำเนินการวัดความรู้ทางรู้คณิตศาสตร์ทั้งสองด้านคือ ความรู้เชิงมโนทัศน์และ ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง และแบบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง และศึกษาพัฒนาการหลังการทดลอง

3.7 ดำเนินการรวบรวมข้อมูลทั้งหมด มาทำการวิเคราะห์และนำเสนอข้อมูล โดยทำการวิเคราะห์ทั้งข้อมูลเชิงปริมาณ และข้อมูลเชิงคุณภาพควบคู่กัน

4. การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยแบ่งเป็น 4 ประเด็น ดังนี้

4.1 การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดของนักเรียน ก่อนได้รับการทดลอง จากคำตอบของนักเรียนในการทำแบบทดสอบวินิจฉัย (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน) มาวิเคราะห์เนื้อหา

4.2 การเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องก่อน และหลังการทดลอง โดยนำแบบวัดฉบับก่อน และหลังการทดลอง มาตรวจให้คะแนน แล้ววิเคราะห์ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวที่ระดับนัยสำคัญ .05

4.3 การเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องหลังการทดลอง เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยนำแบบวัดฉบับก่อน และหลังการทดลอง มาตรวจให้คะแนน แล้ววิเคราะห์ค่าร้อยละค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวที่ระดับนัยสำคัญ .05

4.4 การศึกษาการเปลี่ยนแปลงของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียน ในช่วงก่อน และหลังการทดลอง จากคำตอบของนักเรียนในการทำแบบทดสอบวินิจฉัย (ฉบับที่ 2 ก่อนเรียน) มาวิเคราะห์เนื้อหา

ผลการวิจัย

ผู้วิจัยสรุปผลการวิจัยโดยแบ่งเป็น 4 ประเด็น ดังนี้

1. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นหลังจากผู้วิจัยทำการวิเคราะห์จากแบบทดสอบวินิจฉัย พบว่า ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่มากที่สุด คือนักเรียนมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ และลักษณะข้อผิดพลาดในเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่มากที่สุดของนักเรียนคือนักเรียนนักเรียนมีการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยามโดยให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงทางคณิตศาสตร์ ดังเสนอในตาราง 1

ตาราง 1 แสดงความถี่ และร้อยละของลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดก่อนเรียน

ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ความถี่ (ครั้ง)	ร้อยละ	ลักษณะของข้อผิดพลาด	ความถี่ (ครั้ง)	ร้อยละ
------------------------------	--------------------	--------	---------------------	--------------------	--------

ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์	47	47.47	การบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยามโดยเหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริง	50	71.42
มีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน	34	34.35	ข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์	10	14.29
ตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถาม	18	18.18	ข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการและคำนวณ	10	14.29
รวม	99	100	รวม	70	100

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 ที่เรียนแก้ไขข้อมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดโดยการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม โดยภาพรวม คือ นักเรียนมีความรู้เชิงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อจำแนกตามประเภทของความรู้ พบว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังเสนอในตาราง 2 ตาราง 2 แสดงการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

	คะแนนเต็ม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		t	sig
		\bar{X}	S.D.	\bar{X}	S.D.		
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	90	39.85	14.054	68.10	7.691	13.550	.000*
ความรู้เชิงมโนทัศน์	30	16.90	5.929	22.90	3.655	7.995	.000*
ความรู้เชิงกระบวนการ	60	22.95	9.752	45.20	5.899	13.957	.000*

*p< 0.05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 ที่เรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดโดยการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม โดยภาพรวมคือ นักเรียนมีความรู้เชิงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อจำแนกตามประเภทของความรู้ พบว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังเสนอในตาราง 3

ตาราง 3 แสดงการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

	คะแนนเต็ม	หลังเรียน		t (60%)	sig
		\bar{X}	S.D.		
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	90	68.10	7.691	8.199	.000*
ความรู้เชิงมโนทัศน์	30	22.90	3.655	5.996	.000*
ความรู้เชิงกระบวนการ	60	45.20	5.899	6.975	.000*

*p < 0.05

4. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม พบว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้น โดยก่อนเรียนนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีความถี่ 99 และ 70 ตามลำดับ และหลังเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดลดเหลือ 22 และ 37 ตามลำดับ ดังเสนอในตาราง 4

ตาราง 4 แสดงความถี่ และร้อยละของลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดก่อน และหลังเรียน

ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ความถี่(ครั้ง)		ลักษณะของข้อผิดพลาด	ความถี่(ครั้ง)	
	ก่อนเรียน	หลังเรียน		ก่อนเรียน	หลังเรียน
ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์	47	5	การบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยามโดยเหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริง	50	26
มีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน	34	11	ข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์	10	5
ตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถาม	18	6	ข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการและคำนวณ	10	6
รวม	99	22	รวม	70	37

อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัย มีประเด็นในการอภิปรายผล ดังต่อไปนี้

1. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นหลังจากผู้วิจัยทำการวิเคราะห์จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนทดลอง พบว่า ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่มากที่สุดของนักเรียน คือ นักเรียนมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ รองลงมาคือ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัด คือ มีมโนทัศน์ถูกต้องเพียงบางส่วน และนักเรียนตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถามตามลำดับ และลักษณะข้อผิดพลาดในเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่มากที่สุดของนักเรียน คือ นักเรียนนักเรียนมีการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยามโดยให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงทางคณิตศาสตร์ รองลงมาคือ มีข้อผิดพลาดด้านภาษาและสัญลักษณ์ และข้อผิดพลาดด้านการดำเนินการคำนวณหาค่า ตามลำดับ ทั้งนี้อาจเกิดจากการที่นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการทำโจทย์แบบวินิจฉัยที่ต้องการให้นักเรียนเขียนแสดงความรู้ ความเข้าใจ และความคิดของนักเรียน โดยไม่เน้นการคำนวณเหมือนการสอบของนักเรียนปกติ และอีกทั้งอาจเกิดจากการเรียนการสอนของครูและนักเรียนในประเทศกัมพูชาที่สอนให้นักเรียนเน้นเรื่องของการคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์เป็นแบบอัตนัยที่วัดด้านการดำเนินการคำนวณ โดยไม่ค่อยสนใจเรื่องวิธีการคิดหรือกระบวนการคิดของนักเรียน (Ministry of Education Youth and Sport, 2006) ซึ่งเห็นได้ชัดเจนจากข้อสอบคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นข้อสอบที่เน้นให้นักเรียนแสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยไม่เน้นถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับที่ อัมพร ม้าคอง (2553) ได้กล่าวไว้ว่า ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไป มักเน้นการสอนความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ส่วนการสอน ความรู้เชิงมโนทัศน์มีน้อยมากรวมไปถึงการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียนบางครั้งมีเวลาที่ จำกัด ทำให้ครูไม่มีโอกาสได้เน้นย้ำเรื่องมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้แก่นักเรียน ซึ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้งด้านความรู้เชิงกระบวนการและความรู้เชิงมโนทัศน์ล้วนแต่มีความสำคัญต่อการเรียนของนักเรียนซึ่งสอดคล้องกับ จิตรวรรณ เอกพันธ์ (2558) และศุภลักษณ์ คุรุทอง (2556) ที่กล่าวว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มี ความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการ

เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ ผู้เรียนจึงควร ได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เพื่อให้ผู้เรียนจะเชื่อมโยงได้ว่าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองคุ้นเคยนั้นมีที่มาหรือความหมายอย่างไร และจะนำไปใช้ได้อย่างไร อีกทั้ง ในการเรียนคณิตศาสตร์ผู้เรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ

2. หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 ที่เรียนแก้ไขข้อบกพร่องของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของลิมิตและความต่อเนื่อง พบว่า

2.1 นักเรียนมีความรู้เชิงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อจำแนกเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 นักเรียนที่มีความรู้เชิงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อจำแนกเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ซึ่งอาจเป็นเพราะกระบวนการในการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีขั้นตอนการดำเนินการสอนเป็น 3 ขั้นตอนที่แตกต่างกันจากการสอนปกติ ดังนี้ ขั้นที่ 1 เป็นขั้นที่ครูวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย ของแต่ละเนื้อหาย่อยของลิมิต และความต่อเนื่อง และจำแนกจำนวนนักเรียนเพื่อรับการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขข้อบกพร่องตามเนื้อหาย่อยของลิมิต และความต่อเนื่อง ขั้นที่ 2 เป็นขั้นตอนการนำสิ่งที่วินิจฉัยได้ในขั้นที่ 1 มาเป็นฐานในการเรียนการสอนแก้ไขข้อบกพร่อง โดยทำการแก้ไขข้อบกพร่องเป็นกลุ่มย่อยของนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่องเดียวกัน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะได้รับการแก้ไขเฉพาะที่ตนบกพร่องของเรื่องนั้น ในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดนี้ ผู้วิจัยมีหลักในการดำเนินการสอนแก้ไขข้อบกพร่อง ดังนี้ 1) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่อง โดยครูให้นักเรียนดูมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยของนักเรียน เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับมโนทัศน์และตัวอย่างที่ถูกต้อง 2) ครูทำการพูดคุย และใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความคิดของตนจากคำตอบที่นักเรียนในการทำแบบทดสอบวินิจฉัยจนกระทั่งครูสรุปได้ว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดประเภทใด และสาเหตุใด แล้วครูเขียน และอธิบายมโนทัศน์ที่ถูกต้องของลิมิต และความต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจและจดบันทึกไว้ และ 3) ครูกับนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยครูใช้คำถามประกอบการอธิบายเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และอธิบายเพิ่มเติมกับนักเรียนที่ยังมีข้อบกพร่อง และ ขั้นที่ 3 เป็นขั้นตอนการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียน โดยครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแล้วครูเดินดูนักเรียนเป็นรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยแบบฝึกหัด โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำหน้าห้อง หากพบว่านักเรียนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดครูต้องดำเนินการแก้ไขใหม่ตามขั้นที่ 2 จะเห็นได้ว่าขั้นตอนการดำเนินการสอนนี้เป็นการสอนที่แก้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนได้ตรงจุดที่นักเรียนคลาดเคลื่อน และผิดพลาดจึงทำให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิต และความต่อเนื่องหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนผลการวิจัยดังกล่าวสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ชญานิน คมพจน์ (2552) ได้ศึกษาผลของการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดสุราษฎร์ธานี พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนซ่อมเสริมโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนซ่อมเสริมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และ Virvou and Tsiriga (2000) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พวกเขาได้พัฒนาขึ้นมา มีชื่อว่า “Easy Math” เพื่อสอนซ่อมเสริมกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนในชั้นเรียนปกติเรียบร้อยแล้วทดสอบหลังเรียน ปกติมาเรียนซ่อมเสริมกับโปรแกรม “Easy Math” แล้วจึงทดสอบอีกครั้งหนึ่งโดยใช้แบบทดสอบคู่ขนานกับการสอบครั้งแรก ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนร้อยละ 46 มีคะแนนสอบสูงขึ้น และสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้ผ่านการเรียนกับโปรแกรม “Easy Math”

3. หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม พบว่า ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และ ข้อผิดพลาดของนักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้น โดยก่อนเรียนนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และ ข้อผิดพลาดเกิดขึ้นมีความถี่ 99 และ 70 ตามลำดับ และหลังเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และ ข้อผิดพลาด ลดเหลือ 22 และ 37 ตามลำดับ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม เป็นการสอนที่ผู้สอนได้รับรู้และเข้าใจมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และ ข้อผิดพลาดของนักเรียนได้อย่างชัดเจน ทำให้การสอนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และ ข้อผิดพลาดได้ตรงจุด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Brown and VanLehn (1980) ได้ศึกษาผลการสอนในชั้นเรียนเพื่อแก้ไขมโนทัศน์จากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นมโนทัศน์ที่ โดยอาศัยการสอนตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซมเมื่อนักเรียนผ่านการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซมแล้ว พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม และ เมื่อทำการทดสอบวัดมโนทัศน์อีกครั้งหลังจากจบการเรียนเนื้อหาทั้งหมดเป็นเวลา 1 สัปดาห์ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนที่ได้จากการทดสอบมโนทัศน์สูงกว่ากลุ่มปกติ โดยลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ยังพบมากที่สุดหลังเรียน คือ การมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน ซึ่งสามารถอธิบายได้ว่าเนื่องจากเนื้อหาเรื่องลิมิต และความต่อเนื่องนั้น มีหลายประเด็นที่นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่จำกัด จึงทำให้ความถี่ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเภทการมีมโนทัศน์ที่จำกัดเกิดขึ้นมากที่สุด โดยประเด็นที่นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่จำกัด คือ เกี่ยวกับลิมิตที่จุด $x = a$ ซึ่งสอดคล้องกับที่ Mestre (1987) ได้กล่าวว่า นักเรียนสะสมข้อมูลถูกต้องเพียงบางส่วนจากประสบการณ์ในแต่ละวัน จนกระทั่งสร้างเป็นความเข้าใจที่ฝังลึกซึ่งกลายเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และอาจรวมไปถึงการจัด เรียนการสอนในห้องเรียนบางครั้งด้วยเวลาที่จำกัด ทำให้ครูอาจไม่มีโอกาสได้เน้นย้ำในประเด็นสำคัญบางประเด็นให้แก่ นักเรียน และ ข้อผิดพลาดที่ยังพบมากที่สุดหลังเรียน คือ ข้อผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยามโดยให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริง ทั้งนี้สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2536) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย พบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านการใช้ ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติมากที่สุดคือนักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนขาดความ เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ โดยให้เหตุผลที่ผิดจากความจริงทางคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้

1.1 การใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดควรมีการจัดการเรียนการสอนหลังจบบทเรียนทุกครั้ง ในแต่ละจุดประสงค์ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เพื่อพัฒนา นักเรียนได้เต็มความสามารถของนักเรียนแต่ละบุคคล และเพื่อความเข้าใจที่ถูกต้องของนักเรียน

1.2 ครูควรบอกเงื่อนไขหรือข้อจำกัด สาเหตุที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและ ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นบ่อย ๆ พร้อมอธิบายมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้นักเรียนได้รับรู้และเข้าใจ โดยเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจอย่างแท้จริงเพื่อนักเรียนจะไม่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และ ข้อผิดพลาดนั้นอีก

1.3 ครูควรเอาใจใส่และพูดให้กำลังใจกับนักเรียนที่เรียนอ่อนกว่าเพื่อนให้เป็นพิเศษ เพื่อเป็นแรงจูงใจในการเรียน และทำให้เขาเกิดความตั้งใจในการเรียน

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการเลือกจัดกิจกรรมสอนซ่อมเสริมโดยใช้ทฤษฎีอื่น ๆ ที่หลากหลาย เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดในการเรียนของนักเรียนและ เพื่อให้การเรียนซ่อมเสริมมีประสิทธิภาพ และนักเรียนจะได้พัฒนาตนเองได้เต็มความสามารถและตามศักยภาพของนักเรียนแต่ละคน

2.2 ควรศึกษารูปแบบการสอนอื่น ๆ ที่หลากหลาย เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดในการเรียนคณิตศาสตร์ของเนื้อหาต่าง ๆ เช่นรูปแบบการสอนที่เน้นพัฒนาด้านพุทธิพิสัย รูปแบบการสอนที่เน้นการพัฒนาด้านจิตพิสัย รูปแบบการสอนที่เน้นการพัฒนาด้านทักษะพิสัย และรูปแบบการสอนที่เน้นการพัฒนาด้านทักษะกระบวนการ เป็นต้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- เกษสุดา บุรณพันธ์ศักดิ์. (2545). การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- จิตรวรรณ เอกพันธ์. (2558). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบทที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- ชญาณีน คมพจน์. (2552). ผลของการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดสุราษฎร์ธานี. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- ดำรงค์ ทิพย์โยธา, ญัฐธนาถ ไตรภาพ, และ ยุวรีย์ พันธุ์กล้า. (2558). แคลคูลัส 1. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศุภลักษณ์ ครุทคง. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- สุนิตดา เรืองสิริเศรษฐ์. (2552). ปัจจัยที่มีผลต่อความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ไม่ได้ตีพิมพ์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- อัมพร ม้าคอง. (2536). การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
สืบค้นจาก <http://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/6617>
- อัมพร ม้าคอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.
กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาษาอังกฤษ

- Brown. (1992). Using examples and analogies to remediate misconceptions in physics: Factors influencing conceptual change. *Journal of Research in Science Teaching*, 29(1), 17-34.
- Brown, & Skow, K. (2016). *Mathematics: Identifying and addressing student errors*. Retrieved from https://iris.peabody.vanderbilt.edu/wp-content/uploads/pdf_case_studies/ics_matherr.pdf
- Brown, & VanLehn. (1980). Repair theory: A generative theory of bugs in procedural skills. *Cognitive science*, 4(4), 379-426.
- Dubinsky, E., & Harel, G. (1992). *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*: Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Kiokaew, S. (1989). *Comparing college freshmen's concepts of covalent bonding and structure in the College of Science and the College of Education at Prince of Songkhla University, Thailand*. University of Missouri-Columbia.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). *Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching*. Review of educational research, 60(1), 1-64.
- Loc, N. P., & Hoc, T. C. T. (2014). *A Survey Of 12 th Grade Students' Errors In Solving Calculus Problems*. TC, 1(49), 49.
- Luneta, K., & Makonye, P. J. (2010). *Learner Errors and Misconceptions in Elementary Analysis: A Case Study of a Grade 12 Class in South Africa*. Acta Didactica Napocensia, 3(3), 35-46.
- Mestre, J. (1987). *Why should mathematics and science teachers be interested in cognitive research findings*. Academic Connections, 3, 8-11.
- Ministry of Education Youth and Sport. (2006). *Core based curriculum for general education*. Phnom Penh, Cambodia: USAID funded.
- Ministry of Education Youth and Sport. (2011). *mathemathic textbook for grade 12*. Phnom Penh, Cambodai.
- Radatz, H. (1979). *Error analysis in mathematics education*. Journal for research in mathematics education, 163-172.
- Simpson, W. D., & Marek, E. A. (1988). *Understandings and misconceptions of biology concepts held by students attending small high schools and students attending large high schools*. Journal of Research in Science Teaching, 25(5), 361-374.
- Sleeman, D., Kelly, A. E., Martinak, R., Ward, R. D., & Moore, J. L. (1989). *Studies of diagnosis and remediation with high school algebra students*. Cognitive science, 13(4), 551-568.
- Usiskin, Z. (1998). *Paper-and-pencil algorithms in a calculator-and-computer age*. The teaching and learning of algorithms in school mathematics, 7-20.
- Virvou, M., & Tsiriga, V. (2000). *Involving effectively teachers and students in the life cycle of an intelligent tutoring system*. Educational Technology & Society, 3(3), 511-521.