



ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ
จากความสำเร็จที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

EFFECTS OF TEACHING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING USING
PRODUCTIVE FAILURE METHOD ON MATHEMATICAL REASONING
AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS

นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์ *

Natchapon Photipjun

อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ **

Pairot Nuamnoon, Ed.D.

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความสำเร็จระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความสำเร็จกับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ และ 3) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความสำเร็จ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนตะกั่วป่า “เสนานุกูล” ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมอย่างละ 35 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และใบกิจกรรม วิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณโดยหาค่าเฉลี่ย เลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพโดยวิเคราะห์เชิงเนื้อหา

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความสำเร็จมีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความสำเร็จมีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความสำเร็จมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น

* นิสิตมหาบัณฑิตสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: boom.natchapon@gmail.com

** อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: pairoj_m@yahoo.com

ISSN1905-4491

Abstract

The purposes of this research were 1) to compare mathematical reasoning and communication ability of students being taught mathematical problem solving by using productive failure method between, before and after learning., 2) to compare mathematical reasoning and communication ability of students being taught mathematical problem solving between by using productive failure method and by conventional approach., and 3) to study development of the mathematical reasoning and communication ability of students being taught mathematical problem solving by using productive failure method. The subjects were eighth grade students of Takuapasenanukul school in the second semester of the academic year 2016. There were 35 students in the experimental group and control group. The instruments for data collection were mathematical reasoning and communication ability tests, and activity sheets. The quantitative data were analyzed by using arithmetic mean, standard deviation, and t-test. The qualitative data were analyzed by content analysis.

The results of the study revealed that: 1) the mathematical reasoning and communication ability in the experimental group after learning were higher than those before at a .05 level of significance., 2) the mathematical reasoning and communication ability in the experimental group were higher than those of the control group at a .05 level of significance., and 3) the mathematical reasoning and communication ability in the experimental group were developed in positive direction.

คำสำคัญ: วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความสำเร็จ/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

KEYWORDS: PRODUCTIVE FAILURE METHOD/ MATHEMATICAL REASONING ABILITY/ MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY

บทนำ

ทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่จำเป็นตามกรอบแนวคิดเพื่อการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ที่มีการผสมผสานองค์ความรู้ ทักษะเฉพาะด้าน ความชำนาญการ และความรู้เท่าทันด้านต่างๆ เข้าด้วยกัน เพื่อความสำเร็จของนักเรียนทั้งด้านการทำงานและการดำเนินชีวิต (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) การพัฒนานักเรียนให้มีความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดนั้น นอกจากจะขึ้นอยู่กับตัวนักเรียน ครูผู้สอน และสภาพแวดล้อมของสถานศึกษาแล้ว ยังมีปัจจัยสำคัญที่ช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น คือ วิธีการสอน ครูผู้สอนจำเป็นจะต้องศึกษาและพัฒนาวิธีการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาและตัวนักเรียน โดยเฉพาะเนื้อหาที่นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจยาก ดังเช่น วิชาคณิตศาสตร์ (สสวท., 2551 ก)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ (สสวท., 2551 ข: 46) การให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody, 1993) ผลการวิจัยจำนวนมากยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเข้าใจหลักการอย่างมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนให้จำ เพราะนักเรียนจะสามารถนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ได้ สามารถจดจำได้ดีและยาวนานกว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับชีวิตประจำวันและการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีการคิดวิเคราะห์ที่หลากหลาย เป็นคนมีเหตุผล มีความมั่นใจในการตัดสินใจ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการคิด ตัดสินใจในชีวิตประจำวันได้ สำหรับแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียน ฝึกการคิด วิเคราะห์ และสรุปแนวคิดอย่าง สมเหตุสมผล โดยสร้างบรรยากาศการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดภายในห้องเรียน กระตุ้นให้นักเรียนคิดตลอด การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนจะได้แสดงพฤติกรรม การสืบค้น คาดการณ์ และค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกต ได้อธิบายแลกเปลี่ยนชี้แจงเหตุผลกัน (สสวท., 2551 ก)

นอกจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แล้ว การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก็เป็นอีกทักษะหนึ่งที่มีความ จำเป็น ซึ่งการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถ่ายทอดข้อมูล เรื่องราว และแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นรูปธรรมและนามธรรมที่ได้จากการตีความ แปลความ และ วิเคราะห์โดยอาศัยหลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผ่านสื่อต่างๆด้วยวิธีการที่หลากหลายเพื่อให้ผู้อื่นได้รับ ทราบและเข้าใจความหมายได้ตรงกัน (สสวท., 2555) การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการกิจกรรม กับการแก้ปัญหา รวมถึงการอภิปราย พูดคุย การมีปฏิสัมพันธ์กัน และการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นตอน การสื่อสารเป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและทำความเข้าใจแนวคิด เป็นการผสมผสานความรู้และการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความเข้าใจของตนเอง การสื่อสารในกระบวนการเรียนการสอนคณิต ศาสตร์ยังเป็นส่วนที่สำคัญและจำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสารเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนแนวความคิด และการสร้างความเข้าใจที่ชัดเจนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแนวทางในการพัฒนาการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ของผู้เรียนนั้น ครูควรเน้นให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ มีโอกาสในการอธิบายแนวคิด เหตุผลของ ตนเองอย่างต่อเนื่อง ทั้งที่อยู่ในรูปของการใช้ภาษาพูดและภาษาเขียน อีกทั้งสามารถทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการ ให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา (สสวท., 2551 ข: 74 – 75)

จากความหมายและความสำคัญของทักษะดังกล่าวจะเห็นได้ว่า การพัฒนาคุณภาพการศึกษา คณิตศาสตร์ของนักเรียนในปัจจุบันต้องเน้นไปที่ทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะมีความจำเป็นต่อไปในอนาคตประกอบกับการใช้วิธีสอนที่ดีจะเป็นส่วนช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ของ นักเรียนให้มีทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอในการดำรงชีวิตประจำวันได้ นั่นคือ วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ (Productive Failure Method)

วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ (Productive Failure Method) มีแนวคิดให้ นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม โดยเน้นการตรวจสอบ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อน ด้วยการให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยและท้าทาย ความสามารถของนักเรียนด้วยตนเองก่อนโดยใช้ความรู้คณิตศาสตร์และประสบการณ์เดิม จากนั้นนักเรียนได้ นำเสนอ อธิบาย และให้รายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหานั้น ซึ่งการแก้ปัญหาอาจไม่สมบูรณ์เนื่องจาก นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ แต่ความไม่สมบูรณ์เหล่านี้นจะนำมาเป็น แนวทางให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันผ่านการเปรียบเทียบและอภิปรายจนนำไปสู่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ ถูกต้องที่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์อื่นได้อย่างหลากหลาย โดยครูมีบทบาทในการกระตุ้นให้ นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง ประเมินความไม่สมบูรณ์ที่เกิดขึ้น และใช้คำถามนำเข้าสู่การอภิปราย วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อพัฒนาคุณภาพของนักเรียน ให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นได้ เพราะการจัดกิจกรรมดังกล่าวสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า “บทเรียนที่ดีที่สุดและ กล้าหาญที่สุด มีใช้บทเรียนจากความสำเร็จ แต่คือ บทเรียนจากความผิดพลาด” (สมพงษ์ อยู่สุนทร, 2556)

วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีการดำเนินการ 2 ระยะได้แก่ ระยะที่ 1 การ สร้างตัวแทนความคิดของปัญหา (representations) และคิดหาวิธีแก้ปัญหา (solutions) ด้วยตนเอง และ

ระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา เมื่อวิเคราะห์ 2 ระยะนี้แล้วพบว่า มีการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กล่าวคือ ในระยะที่ 1 นักเรียนจะสามารถสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อนนั้น นักเรียนจะต้องมีการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือข้อเท็จจริงต่างๆ จากปัญหาที่กำหนดเพื่อเชื่อมโยงไปสู่คำตอบและในระยะที่ 2 นักเรียนจะต้องนำเสนอตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาที่ตัวเองสร้างขึ้นนั้นคือ นักเรียนต้องสามารถอธิบายคำตอบที่ได้ จากการใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาของตนเองในการสนับสนุนคำตอบนั้นอย่างสมเหตุสมผล นอกจากนี้ยังส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง จากนั้นนักเรียนจะต้องออกมานำเสนอการสร้างดังกล่าว ทำให้นักเรียนต้องใช้ภาษาและสัญลักษณ์เพื่อสื่อความหมายที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา มีการเขียนอธิบายแนวคิด และมีการนำเสนอวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของตนเองเพื่อถ่ายทอดให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมบูรณ์ ชัดเจนและมีขั้นตอนที่เป็นระบบ อีกทั้งวิธีการเรียนรู้ยังมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์เน้นให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยเพื่อทำกิจกรรมร่วมกันแสดงให้เห็นว่า นักเรียนจะต้องมีการอภิปราย แลกเปลี่ยน แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้เพื่อนได้รับรู้อีกด้วย

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจนำวิธีการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ มาใช้ในการทดลองเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นเนื้อหาที่เหมาะสมกับวิธีการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ และเป็นเนื้อหาที่มีความสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนน่าจะเชื่อมโยงสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้

วัตถุประสงค์

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ระหว่างก่อนและหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ระหว่างก่อนและหลังเรียน
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ
5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้ระเบียบวิธีวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตาราง 1 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	ความสามารถในการให้เหตุผลและสื่อสารทางคณิตศาสตร์	X	ความสามารถในการให้เหตุผลและสื่อสารทางคณิตศาสตร์
C	ความสามารถในการให้เหตุผลและสื่อสารทางคณิตศาสตร์	~X	ความสามารถในการให้เหตุผลและสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E	แทน	กลุ่มทดลอง (Experimental Group)
C	แทน	กลุ่มควบคุม (Control Group)
X	แทน	การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความสำเร็จ
~X	แทน	การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

การเลือกประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 14 (จังหวัดภูเก็ต พังงา และระนอง) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) โดยนักเรียนห้อง ม.2/8 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความสำเร็จ และนักเรียนห้อง ม.2/6 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งนักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความสำเร็จและแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ ครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวนอย่างละ 15 แผน แผนละ 60 นาที ใช้เวลาการสอน 5 สัปดาห์

2. เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบวัดแบบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงคือ 0.627 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.30 – 0.63 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.22 – 0.85

2.2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบวัดแบบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยง คือ 0.833 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.48 – 0.65 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.37 – 0.74

2.3. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบวัดแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยง คือ 0.857 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.48 – 0.68 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.29 – 0.59

2.4. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบวัดแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยง คือ 0.853 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.44 – 0.65 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.29 – 0.63

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง โดยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เก็บรวบรวมแล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่สร้างไว้ ซึ่งผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองไม่แตกต่างกัน

2. ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยกลุ่มทดลองสอนด้วยการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์และกลุ่มควบคุมสอนด้วยการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ ทำการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ ใช้เวลารวม 15 คาบ (คาบละ 60 นาที) ในการดำเนินการสอนจะมีการเก็บรวบรวมใบกิจกรรม สมุดแบบฝึกหัด และใบบันทึกหลังการสอนที่บันทึกเกี่ยวกับการตอบคำถามของนักเรียนรวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการสอน

3. ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังการทดลอง โดยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เก็บรวบรวมแล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่สร้างไว้

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1. วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) จากคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม

1.2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนและหลังเรียน จากค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังเรียน แล้วทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Paired Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

1.3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จากค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของคะแนนที่ได้จากแบบ

วัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน แล้วทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยศึกษาจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ ร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม สมุดแบบฝึกหัด และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบ่งออกเป็น 3 ระยะคือ ระยะก่อนเรียน ระยะระหว่างเรียน (แบ่งออกเป็น 3 ช่วงคือ ช่วงที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 5 ช่วงที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 – 10 และช่วงที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 – 15) และระยะหลังเรียน ตามลำดับ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน แสดงผลดังตาราง 2

ตาราง 2 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) และค่าการทดสอบที (t – Paired Samples Test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	จำนวน (คน)	$\bar{X}$	<i>S.D.</i>	<i>t</i>	<i>Sig.</i>
ก่อนเรียน	35	11.26	3.052	-25.767	0.000*
หลังเรียน	35	16.11	2.836		

**p* < .05

จากตาราง 2 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองก่อนเรียนเท่ากับ 11.26 คะแนนและ 3.052 คะแนนตามลำดับ หลังเรียนเท่ากับ 16.11 คะแนนและ 2.836 คะแนนตามลำดับ และผลการทดสอบที (t – Paired Samples Test) เท่ากับ -25.767 สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ . 0 5

1.2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงผลดังตาราง 3

ตาราง 3 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) และค่าการทดสอบที (*t* – Independent Samples Test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน (คน)	$\bar{X}$	<i>S.D.</i>	<i>t</i>	<i>Sig.</i>
กลุ่มทดลอง	35	16.11	2.836	2.307	0.012*
กลุ่มควบคุม	35	14.46	3.165		

**p* < .05

จากตาราง 3 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองเท่ากับ 16.11 คะแนนและ 2.836 คะแนนตามลำดับ กลุ่มควบคุมเท่ากับ 14.46 คะแนนและ 3.165 คะแนนตามลำดับ และผลการทดสอบที (*t* – Independent Samples Test) เท่ากับ 2.307 สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ . 0 5

1.3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน แสดงผลดังตาราง 4

ตาราง 4 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) และค่าการทดสอบที (*t* – Paired Samples Test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 28 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	จำนวน (คน)	$\bar{X}$	<i>S.D.</i>	<i>t</i>	<i>Sig.</i>
ก่อนเรียน	35	11.49	4.182	-16.493	0.000*
หลังเรียน	35	18.17	4.668		

**p* < .05

จากตาราง 4 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองก่อนเรียนเท่ากับ 11.49 คะแนนและ 4.182 คะแนนตามลำดับ หลังเรียนเท่ากับ 18.17 คะแนนและ 4.668 คะแนนตามลำดับ และผลการทดสอบที (*t* – Paired Samples Test) เท่ากับ -16.493 สรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ . 0 5

1.4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงผลดังตารางที่ 5

ตาราง 5 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) และค่าการทดสอบที (t – Independent Samples Test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 28 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน (คน)	$\bar{X}$	$S.D.$	t	$Sig.$
กลุ่มทดลอง	35	18.17	4.668	2.227	0.015*
กลุ่มควบคุม	35	15.74	4.455		

* $p < .05$

จากตาราง 5 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองเท่ากับ 18.17 คะแนนและ 4.668 คะแนนตามลำดับ กลุ่มควบคุมเท่ากับ 15.74 คะแนนและ 4.455 คะแนนตามลำดับ และผลการทดสอบที (t – Independent Samples Test) เท่ากับ 2.227 สรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

2.1. พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.1.1. ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย

ในระยีก่อนเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน และระบุคำตอบไม่ถูกต้อง ต่อมาในระหว่างเรียน นักเรียนมีพัฒนาการในการเขียนอธิบายวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลและการระบุข้อสรุปดีขึ้นอย่างต่อเนื่องตามลำดับ จนถึงระยะหลังเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน แต่สามารถระบุคำตอบได้ถูกต้อง

2.1.2. ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย

ในระยีก่อนเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ระบุคำตอบได้ถูกต้อง แต่เขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน ต่อมาในระหว่างเรียน นักเรียนมีพัฒนาการในการระบุข้อสรุปและเขียนยืนยันข้อสรุปโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายดีขึ้นอย่างต่อเนื่องตามลำดับ จนถึงระยะหลังเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ระบุคำตอบได้ถูกต้อง แต่เขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน

2.2. พัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.2.1. ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ในระยีก่อนเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โจทย์คณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน ต่อมาในระหว่างเรียน นักเรียนมีพัฒนาการในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นอย่างต่อเนื่องตามลำดับ จนถึงระยะหลังเรียนพบว่านักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โจทย์คณิตศาสตร์ได้ถูกต้องทั้งหมด

2.2.2. ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหา

ในระยะก่อนเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายแนวคิดของปัญหาโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดกับแนวคิดนั้นไม่ถูกต้อง ต่อมาในระยะระหว่างเรียน นักเรียนมีพัฒนาการในการเขียนอธิบายแนวคิดของปัญหาโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดกับแนวคิดนั้นดีขึ้นอย่างต่อเนื่องตามลำดับ จนถึงระยะหลังเรียนพบว่านักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดของปัญหาโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดกับแนวคิดนั้นได้ถูกต้องเป็นบางส่วน

2.2.3. ด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

ในระยะก่อนเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีขั้นตอนการแก้ปัญหาเกือบครบถ้วน และเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบชัดเจนเกือบทั้งหมด ต่อมาในระยะระหว่างเรียน นักเรียนมีพัฒนาการในการกำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหา และเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบดีขึ้นอย่างต่อเนื่องตามลำดับ จนถึงระยะหลังเรียนพบว่านักเรียนมีขั้นตอนการแก้ปัญหาเกือบครบถ้วน แต่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบอย่างชัดเจนทั้งหมด

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
5. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น

อภิปรายผล

จากผลการวิจัยที่ได้จากการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 และข้อสังเกตจากการทดลองสามารถอภิปรายผลได้ ดังนี้

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนไม่เคยได้ฝึกการทำกิจกรรมที่สนับสนุนให้ใช้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์ประกอบการเรียน แต่หลังจากนักเรียนได้รับการทดลอง นักเรียนได้ฝึกการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ได้จากการสังเกตงานของเพื่อนและของกลุ่มต่าง ๆ แล้วนำสิ่งเหล่านั้นมาอภิปรายเพื่อหาข้อสรุปที่เป็นความรู้ที่สมบูรณ์ได้ และนักเรียนได้ฝึกการใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ประกอบการพิจารณาและอภิปรายเพื่อหาความไม่สมบูรณ์ของความรู้ของกลุ่มต่าง ๆ แล้วปรับแก้ให้ถูกต้องเพื่อสรุปเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีความสมบูรณ์อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับการพัฒนาการคิดที่เป็นส่วนหนึ่งของการให้เหตุผลของ Krulik and Rudnik (1993: 3) ที่กล่าวว่า การคิด หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์และได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปมากขึ้น

2. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก นักเรียนกลุ่มทดลองได้สังเกตและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของงานกลุ่มต่าง ๆ อย่างหลากหลายแล้วนำมาสรุปเป็นความรู้ที่มีความสมบูรณ์ อีกทั้งสามารถยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปด้วยข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์โดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองอย่างสม่ำเสมอ เมื่อเปรียบเทียบกับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ส่วนใหญ่ครูจะมีส่วนช่วยในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา อธิบายแนวคิดและเริ่มต้นแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหา ก่อน ทำให้กลุ่มควบคุมไม่สามารถรู้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้ของตนเอง ไม่ได้ฝึกการวิเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ ทำให้เมื่อเจอโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูล และหาข้อสรุปได้อย่างถูกต้องด้วยตนเอง อีกทั้งไม่สามารถนำหลักการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบของตนเองได้อย่างชัดเจนและมั่นใจ ผลจากการวิจัยสอดคล้องกับงานวิจัยของ ภูมิฤทัย วิทยวิจิตร (2556) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของผู้วิจัยคือ มีกิจกรรมที่ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์เพื่อสร้างข้อสรุปทั่วไปและนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาต่อไป อีกทั้งมีการใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายเพื่อยืนยันคำตอบหรือข้อสรุปที่นักเรียนได้โดยทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 76 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความคงทนและความสามารถในการให้เหตุผลสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 3 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก ในช่วงก่อนเรียน กิจกรรมการเรียนการสอนส่วนใหญ่เป็นแค่การถามตอบและอภิปรายเพียงเล็กน้อยระหว่างครูกับนักเรียน แต่หลังจากนักเรียนได้รับการทดลอง นักเรียนได้ฝึกการเขียนสื่อความหมายข้อความที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โจทย์ปัญหาด้วยภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้ใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องในการเขียนและอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กลุ่มของตนเองได้ทำไว้ให้เพื่อนต่างกลุ่มเข้าใจตรงกันได้อย่างถูกต้อง และนักเรียนได้แสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เพื่อนต่างกลุ่มเข้าใจอย่างเป็นขั้นตอนที่ครบถ้วนและเป็นระบบ ซึ่งสอดคล้องกับความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2551 ก: 70) กล่าวว่า การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียน แลกเปลี่ยนความรู้และ

ความคิด ถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ ทัศนศาสตร์อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวาง ลึกซึ้ง และจดจำได้นานมากขึ้น

4. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 4 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก นักเรียนกลุ่มทดลองได้ฝึกการสื่อความหมายข้อความด้วยภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งเขียนอธิบายแนวคิดและนำเสนอวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของตนเองเพื่อถ่ายทอดให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างชัดเจนและมีขั้นตอนที่เป็นระบบอย่างสม่ำเสมอ เมื่อเปรียบเทียบกับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ส่วนใหญ่จะสาธิตการแก้ปัญหาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ และทำอย่างเป็นขั้นตอนมาให้เรียบร้อยแล้ว อีกทั้งการมีส่วนร่วมในการสื่อสารหรืออภิปรายระหว่างครูกับนักเรียนมีน้อยมาก ทำให้นักเรียนไม่ได้ฝึกการสื่อสารทั้งในรูปแบบการเขียนและการพูด นักเรียนจึงเกิดความไม่มั่นใจและไม่สามารถลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ผลจากการวิจัยในครั้งนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุครัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ที่ได้ทำการศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think – Talk – Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของผู้วิจัยคือ ให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อีกทั้งมีการฝึกให้นักเรียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการต่าง ๆ โดยทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 80 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think – Talk – Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น ซึ่งสามารถแยกอภิปรายเป็น 2 ประเด็นตามพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

5.1. ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนไม่เคยทำแบบวัดในลักษณะเช่นนี้มาก่อนหรือเคยทำมาแล้วแต่ให้ความสำคัญกับคำตอบมากกว่าการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน ทำให้หาคำตอบไม่ถูกต้อง แต่หลังจากได้รับการทดลอง นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่จะวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และสามารถแยกแยะข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาได้ดีขึ้นตามลำดับ ทำให้สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องมากขึ้น เพราะระหว่างทำกิจกรรม นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเองภายในกลุ่ม บางครั้งก็มีการใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาที่นำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน ทำให้สมาชิกแต่ละคนต้องมีการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลในการร่วมกันวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนความคิดและวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายนั้นเพื่อเชื่อมโยงไปสู่ข้อสรุปในการหาแนวทางแก้ปัญหาที่กลุ่มคิดว่าเหมาะสมที่สุด อีกทั้งได้ใช้ความคิดในการพิจารณาเปรียบเทียบงานของกลุ่มต่าง ๆ เพื่อหาข้อสรุปที่มีประโยชน์ในการแก้โจทย์ปัญหาใหม่ที่ไม่คุ้นเคยได้ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Stiggins (1997: 6) ที่อธิบายว่า ในบางโอกาสเราต้องให้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่า ส่วนปลีกย่อยต่างๆเข้ากับภาพโดยรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ หรือในบางโอกาสเราต้องให้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

5.2. ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนไม่เคยทำแบบวัดในลักษณะเช่นนี้มาก่อนหรือเคยทำมาแล้วแต่ไม่ได้ให้ความสำคัญกับเหตุผลที่นำมายืนยันคำตอบมากนัก ทำให้นักเรียนระบุคำตอบได้ถูกต้องแต่เขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน

แต่หลังจากได้รับการทดลอง นักเรียนนำความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องมาประกอบการอธิบายได้เพิ่มมากขึ้นตามลำดับ ทำให้สามารถสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง เพราะระหว่างทำกิจกรรม นักเรียนได้อภิปรายและแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาใช้ในการยืนยันคำตอบให้มีความสมเหตุสมผลอย่างหลากหลาย ได้ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องยืนยันและสนับสนุนความคิดของตนเองในการพิจารณาของเพื่อนว่ามีความไม่สมบูรณ์ตรงจุดใด และการที่นักเรียนช่วยกันปรับแก้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ก็เป็นส่วนหนึ่งของการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องมายืนยันและเติมแต่งสิ่งที่ไม่สมบูรณ์ให้มีความสมบูรณ์พร้อมที่จะนำไปใช้งานในลำดับต่อไป

กระบวนการจัดกิจกรรมนอกจากนักเรียนจะได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองแล้ว ครูยังมีส่วนช่วยให้เกิดพัฒนาการของพฤติกรรมที่แสดงออกในด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เช่นกัน กล่าวคือ ครูไม่ได้แนะนำหรือชี้แนะส่วนที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสภาครคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2009: 11) ที่สรุปได้ว่า การให้เวลานักเรียนในการวิเคราะห์ปัญหาและการหลีกเลี่ยงการบอกวิธีการแก้ปัญหามาเพื่อสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติด้วยตนเองเป็นเคล็ดลับในการพัฒนาการให้เหตุผล และครูคอยช่วยแปลความและใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลหรืออธิบายแนวทางในการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหามาของตนเองให้ได้มากที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Alice and Shirel (1999: 125 – 126) ที่กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหามาสมบูรณ์ และยังสอดคล้องกับแนวทางการจัดการเรียนการสอนของ Garofalo and Mtetwa (1993: 16 – 18) ที่ว่า ครูต้องจัดบรรยากาศที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล สนับสนุนส่งเสริม ให้นักเรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลด้วยวาจา ด้วยการเขียนที่ใช้ภาษาง่าย ๆ จะเป็นการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นอกจากนี้ในระหว่างที่นักเรียนนำเสนออยู่นั้น ครูจะไม่ตัดสินหรือประเมินว่าตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหามาที่นักเรียนสร้างนั้นถูกหรือผิด แสดงว่า ครูไม่ได้คำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องแต่ให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมนักเรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการฝึกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ อัมพร ม้าคนอง (2554: 50) และสอดคล้องกับแนวคิดของ Greenwood (1993: 144) ที่สรุปได้ว่า การสนับสนุนให้นักเรียนเกิดความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลควรเป็นการเน้นการเรียนรู้นอกเหนือจากการมุ่งเพียงคำตอบหรือผลลัพธ์ หลังจากให้นักเรียนได้นำเสนอแล้ว ครูจะใช้คำถามให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความเหมือน ความต่าง จุดเด่น และจุดด้อยของความรู้ที่ได้แลกเปลี่ยน ซึ่งยังมีความไม่สมบูรณ์ แล้วนำความไม่สมบูรณ์นั้นมาอภิปรายแล้วปรับแก้ให้ถูกต้องสมบูรณ์ด้วยวิธีการที่เหมาะสม ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดที่ว่า การที่ครูจัดให้มีการอภิปราย เพื่อให้นักเรียนได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผล ตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่ เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผล ครูควรอาศัยการสรุปเหตุผลของนักเรียน ปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี แนวคิดนี้เป็นหลักการในการพัฒนาการให้เหตุผลของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2551 ก: 15 – 19) อีกด้วย

6. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น ซึ่งสามารถแยกอภิปรายเป็น 3 ประเด็นตามพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

6.1. ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนไม่เคยทำแบบวัดในลักษณะเช่นนี้มาก่อนหรือเคยทำมาแล้วแต่ไม่ได้ฝึกการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลที่ได้จากการตีความ แปลความ

และวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน แต่หลังจากได้รับการทดลอง นักเรียนมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับข้อมูลที่ได้จากการแปลความ ตีความ และวิเคราะห์ข้อมูลได้ดีขึ้นตามลำดับ เพราะระหว่างทำกิจกรรม นักเรียนได้อภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์ และเห็นตัวอย่างความไม่สมบูรณ์ของความรู้หรือข้อผิดพลาดของการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในกรณีต่าง ๆ มาอย่างต่อเนื่อง ทำให้เกิดความรอบคอบในการใช้มากขึ้น

6.2. ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหา ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนไม่ค่อยได้ฝึกทำแบบวัดในลักษณะเช่นนี้มากนัก เพราะส่วนใหญ่จะคุ้นชินกับการทำแบบวัดแบบปรนัย 4 ตัวเลือก ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาดูโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง แต่หลังจากได้รับการทดลอง นักเรียนเกิดความรอบคอบในการเขียนอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหามากขึ้น มีความถูกต้องเพิ่มขึ้นตามลำดับ เพราะระหว่างทำกิจกรรม นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเองภายในกลุ่ม ได้ร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิด ความรู้ซึ่งกันและกัน นักเรียนมีโอกาสดู และรับฟังความคิดเห็นต่าง ๆ ที่หลากหลาย ทำให้ได้เรียนรู้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ อีกทั้งมีการปรับแก้ความไม่สมบูรณ์นั้นให้ถูกต้องด้วยการอภิปรายร่วมกันอย่างต่อเนื่อง ซึ่งกิจกรรมดังกล่าวสอดคล้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 4 – 5) ที่กล่าวไว้ว่า การส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควรเปิดโอกาสให้อธิบายเหตุผลกับเพื่อนร่วมชั้นเรียนหรือการคิดค้นหาคำตอบจากคำถามเกี่ยวกับบางสิ่ง เพื่อเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของพวกเขา การจัดลำดับที่จะติดต่อสื่อสารระหว่างนักเรียนกับแนวคิดของคนอื่น ๆ ให้นักเรียนหลายคนตอบสนองอย่างเปิดเผยตรงไปตรงมาในการเรียนรู้การจัดระบบ และรวบรวมแนวคิดของพวกเขาเข้าด้วยกัน

6.3. ด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนไม่ค่อยได้ฝึกทำแบบวัดในลักษณะเช่นนี้มากนัก เพราะส่วนใหญ่จะคุ้นชินกับการทำแบบวัดแบบปรนัย 4 ตัวเลือกทำให้นักเรียนมีขั้นตอนการแก้ปัญหาก็ครบถ้วน และเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาก็เป็นระบบก็ชัดเจนนทั้งหมด แต่หลังจากได้รับการทดลอง นักเรียนมีการเขียนที่เป็นระบบมากขึ้น สามารถเขียนเป็นขั้นตอนที่เข้าใจได้ตรงกันเพิ่มมากขึ้น เพราะระหว่างทำกิจกรรม นักเรียนได้ฝึกการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ทั้งในรูปแบบการเขียนและการพูด มีการปรับแก้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้อย่างต่อเนื่อง โดยมีครูคอยชี้แนะผ่านคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสามารถนำเสนอได้อย่างชัดเจน เข้าใจตรงกัน นักเรียนได้ฝึกการนำเสนอหน้าชั้นเรียนโดยใช้ภาษาพูด และนักเรียนจะได้ฝึกการอภิปรายเกี่ยวกับความไม่สมบูรณ์ของความรู้ ซึ่งการนำเสนอและการอภิปรายนั้น นักเรียนจะต้องผ่านกระบวนการคิดและเรียบเรียงการพูดนั้นให้ผู้อื่นสามารถเข้าใจได้ตรงกัน

กระบวนการจัดกิจกรรมนอกจากนักเรียนจะได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองแล้ว ครูยังมีส่วนช่วยให้เกิดพัฒนาการของพฤติกรรมที่แสดงออกในด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เช่นกัน กล่าวคือ ครูจะคอยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนดึงความรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาใช้ในการแก้ปัญหและการอภิปรายเกี่ยวกับความไม่สมบูรณ์ของความรู้อย่างสม่ำเสมอซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Rowan and Morrow (1993: 9 – 11) ที่ได้นำเสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูควรใช้คำถามที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างสร้างสรรค์ สามารถอธิบายความคิดของตนออกมาด้วยการพูด การเขียน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อช่วยส่งเสริมให้เกิดการสื่อสารในรูปแบบของการอธิบายแนวคิดและการอภิปรายในกลุ่ม และควรชี้แนะทางตรงและชี้แนะทางอ้อม เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และเห็นเป้าหมายที่ชัดเจนยิ่งขึ้นซึ่งจะนำไปสู่การแก้ปัญห

นอกจากนี้ในระหว่างที่นักเรียนนำเสนอ นั้น ครูมีส่วนช่วยในการแปลความและเรียบเรียงคำพูดและภาษาในการนำเสนอของนักเรียนให้เป็นขั้นตอน และเป็นระบบมากยิ่งขึ้น ซึ่งวิธีการดังกล่าวสอดคล้องกับบทบาทครูที่สำคัญในการจัดสถานการณ์และสภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2551 ก: 74 – 75) ที่กล่าวโดยสรุปว่า ครูควรพยายามช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องในการสื่อสารการสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกันระหว่างนักเรียนและสามารถตรวจสอบความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกันด้วยและครูต้องเป็นทั้งผู้รับสารและผู้ส่งสารที่ดี ให้การสนับสนุนนักเรียนในการนำเสนอ พูด ฟัง เขียน และอ่านอย่างเหมาะสม

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะในการทำวิจัยโดยแบ่งออกเป็น ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ และข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. ครูจะต้องวางแผนเลือกเนื้อหาที่นักเรียนมีโครงสร้างของความรู้ไม่สมบูรณ์ และโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้ต้องสามารถดึงความรู้ของนักเรียนให้ได้มากที่สุด เพราะการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีนี้ ครูต้องใช้ความรู้ของนักเรียนที่ตรงกับสภาพความจริงมาเป็นประเด็นหลักในการร่วมกันอภิปรายเพื่อปรับแก้ให้ถูกต้อง และควรจัดสรรเวลาในการสอนให้มีความเหมาะสม จัดทำแผนการสอนให้สอดคล้องกับเวลาในการจัดการเรียนการสอนในแต่ละคาบ
2. ครูจะต้องมีการวิเคราะห์ความไม่สมบูรณ์ของความรู้ของนักเรียนและหาวิธีการแก้ความไม่สมบูรณ์ของรู้นั้นก่อนการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีนี้ เนื่องจาก ครูได้เตรียมความพร้อมในการใช้คำถามนำเพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนร่วมกันปรับแก้ความไม่สมบูรณ์ของรู้นั้นให้ถูกต้องด้วยตนเองและจะได้นำเสนอความไม่สมบูรณ์ของความรู้เพิ่มเติมเพื่อเพิ่มความหลากหลายและต่อเติมโครงสร้างของรู้นั้นให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น
3. ครูควรวิเคราะห์และบันทึกลักษณะงาน และรูปแบบการตอบของนักเรียน เพราะจะทำให้ครูทราบความไม่สมบูรณ์ของแต่ละกลุ่ม ดังนั้นเมื่อถึงตอนนำเสนอ ครูควรเลือกตัวแทนกลุ่มที่มีความไม่สมบูรณ์ที่สำคัญและแตกต่างกัน เพื่อลดเวลาในการนำเสนอให้มีความกระชับและไม่น่าเบื่อ

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ไปใช้ในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ รวมไปถึงควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ไปใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ ด้วย
2. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ไปใช้ในการพัฒนาคุณลักษณะอันพึงประสงค์หรือเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เพราะการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน และมีความตั้งใจในการแก้ปัญหาให้สำเร็จ

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- ภูมิทัต วิทวิจิน. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- สมพงษ์ อยู่สุนทร. (2556). *ความจำมนุษย์*. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551 ก). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: ส. เจริญการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551 ข). *รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนากระบวนการคิดระดับสูง ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *คู่มือการจัดค่ายคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา*. กรุงเทพมหานคร: Intereducation Supplies.
- สุดารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). *ผลของใช้เทคนิค Think – Talk – Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- อัมพร ม้าคอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- Alice, A. and Shirel, Y. F. (1999). Mathematical reasoning during small group problem solving. *Developing mathematical reasoning in grades K-12*, 125 – 126.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning and communicating, K-8: Helping children think mathematically*. Prentice Hall.
- Garofalo and Mtetwa. (1993). *Teaching the Gifted Child*. London: Allyn and Bacon.
- Greenwood, j. (1993). On the Nature of Teaching and Assessing “Mathematical Power” and “Mathematic Thinking”. *Arithmetic Teacher*, 41, 144 – 152.
- Krulik, S., & Rudnick, J. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Nation Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Focus High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*. Reston, VA : NCTM.
- Nation Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2009). *Principles and standards for school Mathematics*. Reston, VA.: National council of Teacher of Mathematics.

- Rowan, T., & Morrow. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards from the Arithmetic Teacher*, MA: Ally and Bacon.
- Stiggins, R.. (1997). *An Introduction to Student-Involved Assessment for Learning*, 4. Upper Sadde River, NJ: Pearson Merrill Prentice Hall.