วารสารอิเล็กทรอนิกส์
ทางการศึกษา

OJED, Vol. 9, No. 3, 2014, pp. 1-15

O J E D
An Online Journal
of Education
http://www.edu.chula.ac.th/ojed

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING PHASES - METHODS COMBINATIONS MODEL AND STRATEGIES FOR ADVANCING MATHEMATICAL THINKING ON MATHEMATICAL REASONING AND VISUALIZATION ABILITIES OF NINTH GRADE STUDENTS

นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์*

Kesanee Yodfai-in

รศ.ดร.อัมพร ม้าคนอง**

Assoc. Prof. Amporn Makanong, Ph.D.

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 3) ศึกษาพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพุทไธสง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 กลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการที่ดีขึ้น

* นิสิตมหาบัณฑิตสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
E-mail Address: kesanee2208@gmail.com
** อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
E-mail Address: Aumporn.M@chula.ac.th
ISSN 1905-4491

Abstract

The purposes of the research were: 1) to compare the mathematical reasoning and visualization abilities of students before and after being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking, 2) to compare the mathematical reasoning and visualization abilities of students being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking as well by using a conventional approach, and 3) to study the mathematical reasoning and visualization abilities of students being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking. The subjects were ninth grade students of Phutthaisong School, in the second semester of the academic year 2013. There were 40 students in the experimental group and other 40 in the control group. The instruments of data collection were mathematics reasoning ability tests and mathematics visualization ability tests. The experimental instruments constructed by the researcher were lesson plans using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking as well as conventional lesson plans. The data was analyzed by means of arithmetic mean, standard deviation and t-test.

The results of the study revealed that: 1) the mathematical reasoning and visualization abilities of students in the experimental group were higher than those before the experiment at a .05 level of significance, 2) the mathematical reasoning and visualization abilities of students in the experimental group were higher than those of students in the control group at a .05 level of significance, and 3) the mathematical reasoning and visualization abilities of students in the experimental group were developed in positive direction.

คำสำคัญ: โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน/กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์/
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

KEYWORDS: PHASES - METHODS COMBINATIONS MODEL/STRATEGIES FOR ADVANCING MATHEMATICAL THINKING/MATHEMATICAL REASONING ABILITY/
MATHEMATICAL VISUALIZATION ABILITY

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทต่อการพัฒนาความคิดและความเจริญก้าวหน้าของโลก มนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ รวมทั้งเป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดอย่างมีวิจารณญาณและคิดอย่างมีระบบและมีระเบียบแบบแผน ซึ่งกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้บุคคลสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพทั้งที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ปัญหาวิชาการอื่นๆ และปัญหาในชีวิตประจำวัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2555ก: 144, 2555ข: 1) สอดคล้องกับ กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 56) ที่ว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทที่สำคัญยิ่งต่อการพัฒนาการคิดของมนุษย์ การคิดทางคณิตศาสตร์ ทำให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่กล่าวข้างต้น หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ จึงได้กำหนดให้คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในแปดกลุ่มสาระการเรียนรู้ ซึ่งสาระการเรียนรู้นั้นประกอบด้วย

องค์ความรู้ ทักษะหรือกระบวนการเรียนรู้และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ซึ่งกำหนดให้ผู้เรียนทุกคนจำเป็นต้องเรียนรู้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 8 - 10) นอกจากนี้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มุ่งเน้นให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 56-57) เรขาคณิตได้ถูกกำหนดเป็นสาระหลักในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานซึ่งความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตมีส่วนเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของมนุษย์เราอย่างมาก เราใช้เรขาคณิตในชีวิตจริงเพื่อทำความเข้าใจหรืออธิบายสิ่งต่างๆ รอบตัว ซึ่งเรขาคณิตเป็นศาสตร์สาขาหนึ่งที่เน้นเรื่องการคิดและการให้เหตุผล ซึ่งทั้งการคิดและการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ความรู้อื่นๆ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545: 2 - 4) นอกจากนี้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความจำเป็นในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีอยู่ในทุกระดับชั้น เพื่อพัฒนาคุณภาพผู้เรียนให้มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ข: 143)

ในปัจจุบันการจัดการเรียนรู้ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากผลประเมินจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment: PISA) ที่ประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอายุ 15 ปี ผลการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังแสดงว่ามีความอ่อนด้อยเมื่อเทียบกับนานาชาติ ผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ใน PISA 2000, PISA 2003, PISA 2006, PISA 2009, และ PISA 2012 ดังนี้ ใน PISA 2000 พบว่าประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าค่าเฉลี่ยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD) PISA 2003 นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 417 คะแนน ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD (สุนีย์ คล้ายนิล, 2547: 13) ใน PISA 2006 นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 417 คะแนน ซึ่งแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ไม่มีการเปลี่ยนแปลงจาก PISA 2000 ถึง PISA 2006 แต่จาก PISA 2000 ถึง PISA 2003 คะแนนลดต่ำลงถึง 15 คะแนน (สุนีย์ คล้ายนิลและคณะ, 2549: 6 - 8; 2550: 8; 2551: 185) ใน PISA 2009 ประเทศไทยได้คะแนนเฉลี่ย 419 คะแนน อยู่ในอันดับที่ 50 ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ย OECD (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554: 111 – 113) และใน PISA 2012 คะแนนเฉลี่ยของ OECD เป็นคะแนนมาตรฐานที่ 494 นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน สรุปแนวโน้มจากการประเมินครั้งแรก PISA 200 จนถึง PISA 2012 พบว่าคณิตศาสตร์ยังคงมีแนวโน้มลงต่ำลงกว่าใน PISA 2000 การเพิ่มขึ้นของคณิตศาสตร์มีขึ้นเฉพาะช่วง PISA 2009 ถึง PISA 2012 เท่านั้นและที่สำคัญคณิตศาสตร์มีคะแนนต่ำที่สุดในบรรดาสามด้านที่ประเมิน (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2556: 4 – 7) ซึ่งสอดคล้องกับผลการประเมินความรู้และทักษะในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน จากการประเมินผลนานาชาติ (Trends in International Mathematics and Science Study: TIMSS) ซึ่งมีการประเมินไว้สองด้านคือ การประเมินเชิงสาระเนื้อหา คือ จำนวน พีชคณิต เรขาคณิต ข้อมูลและโอกาส และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ คือ ความรู้/ความเข้าใจ การประยุกต์ใช้ความรู้และการใช้เหตุผล ทำให้ยืนยันความอ่อนด้อยของคุณภาพการเรียนรู้ของนักเรียนไทย ผลการประเมินใน TIMSS 2007 จำนวน 59 ประเทศ พบว่าไทยได้คะแนน 441 คะแนน ต่ำกว่า

ค่ามัธยฐาน และใน TIMSS 2011 ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2555: 9, 2556: 50 - 59)

จากรายงานดังกล่าวการที่นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ สาเหตุอาจมาจาก 3 ประเด็น คือบุคลิกภาวะหรือลักษณะเฉพาะตัวของครูที่ไม่เอื้อต่อความเป็นครูมืออาชีพ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่ไม่ส่งเสริมกระบวนการคิดและการวัดและประเมินที่ไม่ส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งสาเหตุการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่ไม่ส่งเสริมกระบวนการคิดนั้นจากการติดตามผลการประเมินการสอนของครูในหลายหน่วยงาน พบว่า การจัดการเรียนการสอนของครูคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ มุ่งเน้นที่การสอนเนื้อหาและทักษะการคิดคำนวณ โดยการบอกวิธีทำ ให้ตัวอย่างและมุ่งให้นักเรียนทำได้ตามตัวอย่าง ไม่ให้โอกาสนักเรียนในการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยการฝึกให้คิดวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลายและสร้างสรรค์ นับเป็นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ไม่ส่งเสริมกระบวนการคิด ซึ่งการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวเป็นการทำลายศักยภาพในการคิดของนักเรียน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ข: 123 - 140) ซึ่งสอดคล้องกับมุมมองของนักการศึกษาที่มองว่า ผลการประเมินจาก PISA สามารถสะท้อนคุณภาพการศึกษาของเด็กไทยถึงกระบวนการเรียนการสอนในห้องเรียนที่ยังล้าหลัง จึงไม่สร้างการเรียนรู้ให้เด็กเกิดกระบวนการคิด และที่ผ่านมาวิธีการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของครูไทยไม่ได้สร้างให้เด็กเกิดความคิดในการแก้ปัญหา ขาดการบูรณาการระหว่างศาสตร์การสอน (กรุงเทพธุรกิจออนไลน์, 2555: ออนไลน์)

จากการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่แสดงว่านักเรียนไทยมีความอ่อนด้อยเมื่อเทียบกับนานาชาติ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ความรู้/เนื้อหาและทักษะ/พฤติกรรมการเรียนรู้ที่ต่ำกว่าค่ามัธยฐานนั้นเป็นแนวทางที่ครูควรจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อเน้นการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นของคู่กัน (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 11) และนักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำ เสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่างๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ค: 1)

จากปัญหาและความสำคัญของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้นจึงควรมีการส่งเสริมและพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการพัฒนาความสามารถในการคิด และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพราะคณิตศาสตร์มีความเกี่ยวข้องกับการพัฒนาการคิดของมนุษย์ การคำนวณ การให้เหตุผลและการแก้ปัญหา และทักษะที่เป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คือ ทักษะการคิด (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 1 - 22) และเป็นปัจจัยภายในที่สำคัญและมีอิทธิพลอย่างมากต่อการพัฒนาคุณภาพคน และเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาที่หลากหลายทำให้สามารถเผชิญกับปัญหาได้อย่างเข้มแข็ง (ฆนัท ธาตุทอง, 2554: 23; ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ, 2553: 5) การให้เหตุผลนั้นเป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ ข้อความคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในสถานการณ์นั้นๆ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ก: 79)

ในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต จึงควรมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถนำความรู้เรขาคณิตไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาต่างๆ ในชีวิตประจำวันให้ได้ เรขาคณิตช่วยพัฒนาความคิดและความสามารถในการให้เหตุผล อันจะนำไปสู่ความสามารถในการเขียนพิสูจน์ ซึ่งเป็นการพัฒนาความเข้าใจทางเรขาคณิตขั้นสูงต่อไป ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนที่เน้นให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และเน้นการให้เหตุผลจากการเรียนเนื้อหาเรขาคณิต จึงมีความสอดคล้องกัน ซึ่งจะช่วยพัฒนาการให้เหตุผลของนักเรียน โดยควรเริ่มจากการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล จากกิจกรรมที่ผสมผสานการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไป โดยใช้การคิดวิเคราะห์ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและสรุปแนวคิดจากสถานการณ์ที่กำหนด (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545: 2-6) ซึ่งสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 20) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการเรียนเรขาคณิตว่านักเรียนจะต้องเริ่มเรียนจากการรับรู้และระลึกถึงรูปลักษณะหรือรูปทรงภายนอก จากนั้นวิเคราะห์สมบัติของรูปเรขาคณิตนั้นๆ ต่อจากนั้นก็หาความสัมพันธ์ระหว่างเรขาคณิตลักษณะต่างๆเพื่อหาข้อสรุปแล้วนำสมบัตินั้นไปใช้ในการเหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) ต่อไป ในการพัฒนาความคิดและเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรขาคณิต ได้มีนักการศึกษาเสนอการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความคิด การเขียนพิสูจน์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ นิโคลัวดาคิส (Nikoloudakis, 2009: 17-45) ที่เป็นโมเดลสอนเรขาคณิต ชื่อว่า โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน (Phases – Methods Combinations Model) ซึ่งมีการใช้เอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (Structured Form Worksheet: SFW) โดยมีขั้นตอนในการจัดการเรียนการสอน 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Note)

ขั้นที่ 2 กระบวนการ (Process)

ในขั้นนี้จะมีเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (Reasoning Control Matrix for the Proving Process: RECOMPP) เป็นเครื่องมือที่ให้นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยแบ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็น 5 ระยะ คือ ระยะที่ 1 เรียนรู้เกี่ยวกับรูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต ระยะที่ 2 เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตโดยยังไม่มีการพิสูจน์ ระยะที่ 3 เรียนรู้การจำแนกรูปเรขาคณิต ระยะที่ 4 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP ระยะที่ 5 พิสูจน์ประพจน์ที่มีความซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP

ขั้นที่ 3 การประเมิน (Assessment)

นิโคลัวดาคีส (Nikoloudakis, 2009: 36) พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาเรขาคณิตโดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันจะมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์ที่เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนนักเรียนในกลุ่มที่ได้รับการสอนตามวิธีปกติมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์เพิ่มขึ้นอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งการเขียนพิสูจน์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความเกี่ยวข้องกัน สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติอเมริกา (NCTM, 2000: 56 - 58) กล่าวว่า การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นวิธีโดยเฉพาะที่แสดงออกถึงการให้เหตุผลและการโต้แย้ง นอกจากนี้ยังได้กำหนดมาตรฐานการให้เหตุผลและการพิสูจน์ ไว้ว่า นักเรียนจะต้องตระหนักการให้เหตุผลและการพิสูจน์ว่าเป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์ สร้างและสำรวจข้อคาดเดาทางคณิตศาสตร์ พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์เชิงคณิตศาสตร์ และเลือกใช้เหตุผลและการพิสูจน์แบบต่างๆ อย่างหลากหลาย

ไดมากอสและนิโคลัวดาคีส (Dimakos and Nikoloudakis., 2009: 15 - 24) ได้วิเคราะห์บทบาทของรูปร่างในกระบวนการเขียนในโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันว่ารูปภาพที่นักเรียนวาดเมื่อพยายามจะเขียนพิสูจน์ไม่ได้แสดงถึงรูปร่างเพียงอย่างเดียว แต่รูปร่างนั้นจะเป็นตัวแทนความคิดมากมาย จะเห็นได้ว่าภาพมี

ส่วนเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต สอดคล้องกับ แมคแนบและคณะ (Macnab et al., 2012: 103) ที่กล่าวว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ก็มีส่วนที่เกี่ยวข้องภาพ ไดอะแกรมอยู่เสมอ และในการจัดการศึกษาเพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเรขาคณิต ผู้เรียนต้องทำการสืบค้น ทดลองและสำรวจสิ่งต่างๆ รอบตัว เช่น ฝึกการมองภาพ วาดภาพ และเปรียบเทียบรูปร่างในตำแหน่งต่างๆ กัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545: 2) เนื่องจากการนึกภาพทางคณิตศาสตร์เป็นการบรรยายการสร้างภาพภายในที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย (Presmeg, 1986; Zarzycki, 2004)

กลยุทธ์หนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรขาคณิตได้คือ ฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001: 454 – 459) ที่ได้เสนอกลยุทธ์สำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสผู้เรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียน โดยได้กำหนดแนวทางในการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children's Mathematical Thinking: ACT) โดยมีองค์ประกอบ 3 ประการดังนี้

– ล้วงความคิด (Elciting) ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงวิธีคิด อธิบายวิธีแก้ปัญหา และวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวของนักเรียนเอง ดังนั้นจึงเน้นที่การเอาคำตอบที่หลากหลายจากปัญหาหนึ่ง ๆ

– สนับสนุนความคิด (Supporting) ครูส่งเสริมสนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนทั้งของคนที่ออกมารายงานแสดงความคิดเห็น คนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิดเห็นและนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ

– ขยายความคิด (Extending) ครูขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนและรักษามาตรฐานสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคนโดยการขยาย/ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา

ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจนำโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรขาคณิต ซึ่งในแต่ละขั้นนักเรียนจะได้แสดงความรู้การคิดและเหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาอ้างอิง อธิบายปัญหาหรือสถานการณ์เรขาคณิตและหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล และในกระบวนการเขียนพิสูจน์นักเรียนจะได้วาดรูป ต่อหรือเติมรูปทางเรขาคณิตและอธิบายแสดงแนวคิดเกี่ยวกับรูปที่เกี่ยวข้องทำให้ได้เกิดการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวจึงเป็นการส่งเสริมและสนับสนุนการคิด การให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ให้กับนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม เป็นเนื้อหาทางเรขาคณิต ซึ่งข้อมูลเชิงคุณภาพและข้อมูลเชิงปริมาณที่ได้ผู้วิจัยคาดว่าจะเป็นแนวทางสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในเรื่องเรขาคณิตเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Research) ที่ประกอบไปด้วยกลุ่มทดลองจำนวน 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุมจำนวน 1 กลุ่ม ซึ่งมีแบบแผนการวิจัย ดังนี้

ตารางที่ 1 แบบแผนการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การกำหนดกลุ่มประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดบุรีรัมย์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างด้วยเทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพุทไธสง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดบุรีรัมย์ จากการสำรวจพบว่าในปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพุทไธสง มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 13 ห้อง โดยผู้วิจัยได้สุ่มนักเรียนห้องที่มีความสามารถทางการเรียนใกล้เคียงกัน เพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน รายละเอียดในดำเนินการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ตามขั้นตอน ดังนี้

1. ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนจำนวน 13 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และผู้วิจัยเลือกห้องเรียนจำนวนสองห้อง ที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ใกล้เคียงกันมากที่สุด คือห้อง ม.3/1 และ ม.3/2

2. นำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของทั้งสองห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F - test) เพื่อหาว่าค่าความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องมีความแตกต่างกันหรือไม่ เมื่อพบว่าไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของสองห้องเรียน ไปทดสอบค่าที (t - test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ถ้าค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้ง 2 ห้องเรียนมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่แตกต่างกัน

3. ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้อง ทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน นำคะแนนจากการทำแบบวัดของนักเรียนทั้งสองห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

4. ผู้วิจัยทำการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แล้วดำเนินการ ได้ผลดังนี้ ม.3/1 เป็นกลุ่มทดลอง คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ และ ม.3/2 กลุ่มควบคุม คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ตามแนวการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

2. เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ โดยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นข้อสอบอัตนัยฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ฉบับละ 15 ข้อ และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์เป็นข้อสอบอัตนัยฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ฉบับละ 10 ข้อ โดยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์มีการตรวจสอบความตรงของเนื้อหาและความเหมาะสมด้านภาษาโดยผู้ทรงคุณวุฒิ

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม เรื่องวงกลม จำนวน 15 คาบ

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารเกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนพุทไธสง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดบุรีรัมย์

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างตามขั้นตอนที่กล่าวถึงในการกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

2.2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่าทางสถิติ

2.3 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนทดลองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำผลจากทำแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่าทางสถิติ

2.4 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียน ในสาระการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม จำนวน 15 คาบ

2.5 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.6 ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูลทดสอบค่าที (t-test)

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนนและดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science: SPSS) ดังนี้

1.1 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน โดยนำคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t - test)

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

1.3 เปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน โดยนำคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t - test)

1.4 เปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

2.1 วิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจากแบบบันทึกหลังการสอน การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ ร่องรอยการทำงานจากข้อความจากเอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) และเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) ใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด โดยเขียนนำเสนอในลักษณะพรรณนาการเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างและหลังการจัดกิจกรรม

2.2 วิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจากแบบบันทึกหลังการสอน การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ ร่องรอยการทำงานจากข้อความจากเอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) และเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) ใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด โดยเขียนนำเสนอในลักษณะพรรณนาการเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างและหลังการจัดกิจกรรม

ผลการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มีพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์มีพัฒนาการที่ดีขึ้น

อภิปรายผลการวิจัย

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ ซึ่งผลที่ปรากฏเป็นเพราะสาเหตุ ดังนี้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมการเรียนที่สนับสนุนให้นักเรียนได้ฝึกฝนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต เนื่องจากมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้น ดังนี้ ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Note) ขั้นที่ 2 กระบวนการ (Process) ในขั้นนี้จะมีเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) เป็นเครื่องมือที่ให้นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยแบ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็น 5 ระยะ คือ ระยะที่ 1 เรียนรู้เกี่ยวกับรูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต ระยะที่ 2 เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตโดยยังไม่มีการพิสูจน์ ระยะที่ 3 เรียนรู้การจำแนกรูปเรขาคณิต ระยะที่ 4 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP ระยะที่ 5 พิสูจน์ประพจน์ที่มีความซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP ขั้นที่ 3 การประเมิน (Assessment) ซึ่งในแต่ละขั้นมีการใช้ร่วมกับกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดของฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001) ที่มีองค์ประกอบ 3 ประการ คือ การล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียน ซึ่งจะเป็นการล้วงแนวคิดที่หลากหลายจากปัญหาหนึ่ง ๆ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายและขยายความ เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต

กระตุ้นให้นักเรียนสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบไปใช้ ส่งเสริมให้นักเรียนแต่ละคนลองใช้วิธีแก้ปัญหาที่เป็นทางเลือกใหม่ ๆ ปลูกฝังให้นักเรียนรักความท้าทายและมีความพยายาม

เมื่อนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ผ่านการทำเอกสารประกอบการจัดกิจกรรมที่มีเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) นั้นเป็นการฝึกฝนให้ผู้เรียนเกิดการอธิบายแสดงแนวคิด โดยใช้ความรู้มาประกอบอย่างสมเหตุสมผล โดยนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท ความรู้ไปหาข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล พฤติกรรมการเรียนรู้ จะทำให้เกิดความสามารถในการให้เหตุผลและการพิสูจน์ที่สูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 56 - 59) ที่กล่าวถึงการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่สามารถพัฒนาได้โดยได้กำหนดมาตรฐานการให้เหตุผลและการพิสูจน์ ตั้งแต่ระดับก่อนอนุบาลจนถึงเกรด 12 ไว้ว่า ตระหนักการให้เหตุผลและการพิสูจน์ว่าเป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์ สร้างและสำรวจข้อคาดเดาทางคณิตศาสตร์ พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์เชิงคณิตศาสตร์ และเลือกใช้เหตุผลและการพิสูจน์แบบต่างๆอย่างหลากหลาย

ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับผลการวิจัยของ นิโคลัวดาคีส (Nikoloudakis, 2009) ที่ทดลองจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันแก่นักเรียนระดับมัธยมที่เริ่มศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีบททางเรขาคณิต แล้วพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนจะมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์ที่เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนนักเรียนในกลุ่มที่ได้รับการสอนตามวิธีปกติมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์เพิ่มขึ้นอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับ ผลการวิจัยของจำเริญ อนันตธรรมรส (2553) ที่ได้ศึกษาผลของการใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการเขียนพิสูจน์ของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

จากการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ ซึ่งผลที่ปรากฏนี้อาจเป็นเพราะสาเหตุ ดังนี้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้น คือ ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Note) ขั้นที่ 2 กระบวนการ (Process) ในขั้นนี้จะมีเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) โดยแบ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็น 5 ระยะ คือ ระยะที่ 1 เรียนรู้เกี่ยวกับรูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต ระยะที่ 2 เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตโดยยังไม่มีการพิสูจน์ ระยะที่ 3 เรียนรู้การจำแนกรูปเรขาคณิต ระยะที่ 4 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนโดยใช้

RECOMPP ระยะที่ 5 พิสูจน์ประพจน์ที่มีความซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP และสุดท้ายของเอกสารประกอบการจัดกิจกรรม คือ ขั้นที่ 3 การประเมิน (Assessment) ซึ่งในแต่ละขั้นมีการใช้ร่วมกับกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดของฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001) ที่มีองค์ประกอบ 3 ประการ คือ การล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียน ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์นี้จะสนับสนุนให้นักเรียนได้ฝึกฝนความสามารถในการนึก/มองเห็นภาพทางคณิตศาสตร์หรือวิเคราะห์ภาพ/รูปเรขาคณิตต่างๆ ในจินตนาการ ซึ่งเป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้สื่อสารข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความคิดและความเข้าใจ และสื่อสารความคิดออกมาเป็นรูปธรรมภายนอกหรือลักษณะของรูป ผ่านการวาดรูปหรืออธิบายแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ จากการวาดรูปหรืออธิบายแสดงแนวคิดในการทำเอกสารประกอบการจัดกิจกรรมในขั้นที่ 2 กระบวนการ

จากการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ไปในทิศทางที่ดีขึ้น โดยพิจารณาในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมนักเรียนส่วนใหญ่ยังวาดรูปและอธิบายแสดงความคิดยังไม่ถูกต้องหรือวาดรูปและอธิบายแสดงความคิดได้แต่ไม่เกี่ยวข้อง เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ไประยะหนึ่ง ผลปรากฏว่านักเรียนมีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ผ่านการวาดรูปและอธิบายได้ถูกต้องมากยิ่งขึ้น

ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับผลการวิจัยของ ซาร์ไซคิ (Zarzycki, 2004: 108-118) ได้ทำการศึกษาจากการนึกภาพสู่การพิสูจน์ โดยใช้เทคโนโลยี ที่จะแสดงเทคนิคการนึกภาพที่ช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง /ชัดเจน และทำให้สนับสนุนการค้นหารูปแบบการพิสูจน์สำหรับการพิจารณาปัญหา และกอซแมน (Guzman, 2002) ได้พบว่าการนึกภาพทางคณิตศาสตร์มีบทบาทของในการเรียนการสอนวิชาคณิตวิเคราะห์และช่วยในการพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ครูควรมีความยืดหยุ่นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพราะนักเรียนแต่ละคนมีความสามารถในด้านการเขียนอธิบายและสื่อสารที่แตกต่างกัน

2. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์นั้น ครูมีการวิเคราะห์ถึงความสอดคล้องของเนื้อหากับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งเหมาะสมกับเนื้อหาทางเรขาคณิตที่เน้นให้นักเรียนได้เขียนพิสูจน์และแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ในสาระการเรียนรู้ เรื่อง การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม ซึ่งเป็นเนื้อหาที่เรียนก่อนเรื่องวงกลม เพื่อทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจและมีพื้นฐานในการเรียนเรื่องวงกลมมากยิ่งขึ้น

2. ควรขยายเวลาในการทำวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อให้เห็นพัฒนาการของนักเรียนด้านมีความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ต่อเนื่องและเห็นพัฒนาการในเชิงลึก

รายการอ้างอิง

กรุงเทพธุรกิจออนไลน์. (2555). *เด็กไทยรั้งท้ายผลสอบ "PISA" นักวิชาการชี้ขาดคิดวิเคราะห์.*[ออนไลน์]. สืบค้นวันที่ 31 ตุลาคม 2556, จาก http://www.bangkokbiznews.com/home/detail/politics/education/20120828/480762/เด็กไทยรั้งท้ายผลสอบPISA-นักวิชาการชี้ขาดคิดวิเคราะห์.html

โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: ห้างหุ้นส่วนจำกัด อรุณการพิมพ์.

โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2556). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปสำหรับผู้บริหาร*. กรุงเทพมหานคร: แอดวานซ์ พริ้นติ้ง เซอร์วิส.

ฆนัท ธาตุทอง. (2554). *สอนคิด: การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการคิด*. นครปฐม: เพชรเกษมการพิมพ์.

จำเริญ อนันตธรรมรส. (2553). *ผลของการใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความคิดทางเรขาคณิตและความสามารถในการเขียนพิสูจน์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. (2553). *การพัฒนาการคิด*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ห้างหุ้นส่วนจำกัด 9119 เทคนิคพริ้นติ้ง.

เลขาธิการสภาการศึกษา, สำนักงาน, กระทรวงศึกษาธิการ. (2555). ผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา. *จุลสารสถิติและตัวชี้วัดทางการศึกษาของประเทศไทย Thailand Education Statistics and Indicator* ปีที่ 1 ฉบับที่ 1 เดือนตุลาคม - ธันวาคม 2555. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์พริกหวานกราฟฟิค จำกัด.

เลขาธิการสภาการศึกษา, สำนักงาน, กระทรวงศึกษาธิการ. (2556). *รายงานสภาวการณ์การศึกษาไทยในเวทีโลก พ.ศ. 2556*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์พริกหวานกราฟฟิค จำกัด.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน, กระทรวงศึกษาธิการ. (2545)**.** *เรขาคณิต.* กรุงเทพมหานคร: สำนักพัฒนาธุรกิจ

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน, กระทรวงศึกษาธิการ. (2555ก). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน, กระทรวงศึกษาธิการ. (2555ข). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน, กระทรวงศึกษาธิการ. (2555ค). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.

สุนีย์ คล้ายนิล. (2547). *ความรู้และทักษะของเยาวชนไทยสำหรับโลกวันพรุ่งนี้*. กรุงเทพมหานคร: พริ้นติ้ง กรุ๊ป.

สุนีย์ คล้ายนิลสุนีย์ คล้ายนิล ปรีชา เดชศรี และอัมพลิกา ประโมจนีย์. (2549). *การเรียนรู้เพื่อโลกวันพรุ่งนี้ รายงานสรุปเพื่อการบริหาร*. กรุงเทพมหานคร: เอส พลัส พรีเพรส ซีสเท็ม

สุนีย์ คล้ายนิล ปรีชา เดชศรี และอัมพลิกา ประโมจนีย์. (2550). *บทสรุปเพื่อการบริหาร: การรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ การอ่าน และคณิตศาสตร์ของนักเรียนวัย 15 ปี รายงานการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ PISA 2006*. กรุงเทพมหานคร: เซเว่น พริ้นติ้ง กรุ๊ป.

สุนีย์ คล้ายนิล ปรีชา เดชศรี และอัมพลิกา ประโมจนีย์. (2551). *ความรู้และสมรรถนะทางวิทยาศาสตร์สำหรับโลกวันพรุ่งนี้*. กรุงเทพมหานคร: เซเว่น พริ้นติ้ง กรุ๊ป.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Dimakos, G., and Nikoloudakis, E. (2009). *Analyzing The Role of Shapes in The Process of Writing Proofs in Model P-M Combinations*. The Teaching of Mathematics, 12: 15-24.

Fraivillig, J. (2001). Strategies for Advancing Children's mathematical thinking. *Teaching Children Mathematics* 8, 7 (April): 454–459.

Guzmán, M. (2002). *The Role of Visualization:* In Teaching and Learning of Mathematical Analysis In 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level).

Macnab, J. S., Phillips, M. L. and Norris, P. S. (2012). *Visualizations and Visualization in Mathematics Education*. In Reading for Evidence and Interpreting Visualizations in Mathematics and Science Education, edited by Stephenp Norris, 103-122: SensePublishers.

Nikoloudakis, E. (2009). *A proposed Model to Teach Geometry to First-Year Senior High School Students*, Helenic Mathematics Society International Journal for Mathematics in Education 2, 17-45.

National Council of Teacher of Mathematics . (1989). *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*, Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.

Presmeg, N. C. (1986). *Visualization in high school mathematics*. For the Learning of Mathematics, 6(3), 42-46.

Zarzycki, P. (2004). *Section A From visualizing to proving*. Teaching Mathematics and its Application, 23, 3.