



ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด
ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของ
นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITY USING 5E INSTRUCTIONAL
MODEL AND OPEN - ENDED QUESTIONS ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND
CRITICAL THINKING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS

นางสาวพีชานิกา เพชรสังข์ *

Peechanika Pechsung

รศ.ดร.อัมพร ม้าคนอง **

Assoc. Prof. Aumporn Makanong, Ph.D.

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และ 3) เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพุทธจักรวิทยา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 30 คนและกลุ่มควบคุม 30 คน

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการดีขึ้น

* นิสิตมหาบัณฑิตสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: phingphingnaruk@hotmail.com

** อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: Aumporn.M@chula.ac.th

ISSN 1905-4491

Abstract

The purposes of this research were 1) to compare mathematical reasoning ability and critical thinking ability of students learning activities using 5E instructional model and open-ended questions between, before and after learning; and 2) to compare the mathematical reasoning ability and critical thinking ability of students between the groups being taught by using 5E instructional model and open-ended questions and those being taught by using a conventional approach; and 3) to study development of mathematical reasoning ability and critical thinking ability of students learning activities using 5E instructional model and open-ended questions. The subjects were 60 eighth grade students of Buddhajak school enrolled in the second semester of the academic year 2013. There were 30 students in the experimental group and 30 students in the control group.

The results of the study revealed that 1) the mathematical reasoning ability and critical thinking ability of students, after learning activities using 5E instructional model and open-ended questions were statistically higher than those before learning at the .05 level of significance; 2) the mathematical reasoning ability and critical thinking ability of students learning activities using 5E instructional model and open-ended questions group were higher than those learning activities by a conventional approach at the .05 level of significance; 3) the mathematical reasoning ability and critical thinking ability of students in the experimental group were developed in positive direction.

คำสำคัญ : รูปแบบการเรียนการสอน 5E /คำถามปลายเปิด/ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

KEYWORDS : 5E INSTRUCTIONAL MODEL/OPEN - ENDED QUESTIONS/ MATHEMATICAL REASONING ABILITY / CRITICAL THINKING ABILITY

บทนำ

จุดมุ่งหมายของการจัดการศึกษาในศตวรรษที่ 21 คือ การให้นักเรียนประสบความสำเร็จทั้งในด้านการงานและการดำเนินชีวิต เพื่อให้ก้าวทันกับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น ดังนั้น ทักษะชีวิต จึงถือว่ามี ความสำคัญมาก เนื่องจากเป็นทักษะที่จำเป็นในการดำรงชีวิต ซึ่งประกอบไปด้วย การตัดสินใจ การแก้ปัญหา การสื่อสาร การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ การคิดสร้างสรรค์ การรับรู้ในตน การเห็นใจผู้อื่น การจัดการกับอารมณ์ การจัดการกับความเครียด การสร้างสัมพันธ์ภาพ (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 8) ซึ่งทักษะต่าง ๆ นั้นมีความเกี่ยวข้องกับทักษะคณิตศาสตร์ ในการพัฒนาทักษะต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนก้าวทันการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 วิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่สำคัญมากต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วย ให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม อีกทั้ง คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีส่วน ช่วยในการพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 56)

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญต่อการพัฒนาทักษะต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนก้าวทันการเรียนรู้ ในศตวรรษที่ 21 แต่อย่างไรก็ตามการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศก็ยังไม่ประสบความสำเร็จ เท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O - NET) ปีการศึกษา 2552, 2553 และ 2554 พบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ร้อยละ 26.05, 24.18 และ 32.08 ตามลำดับและจากผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O - NET) ในปี

การศึกษา 2555 พบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ร้อยละ 26.95 และจากการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาของ TIMSS 2007 หรือ Trends in International Mathematics and Science Study 2007 โครงการของสมาคมนานาชาติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยประเมินจากนักเรียน 5,412 คน จาก 150 โรงเรียน อยู่ในลำดับที่ 29 จากผู้ร่วมเข้าประเมิน จำนวน 59 ประเทศและมีค่าเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 441 คะแนน ซึ่งมีค่ากลางของการประเมินอยู่ที่ 500 คะแนน ซึ่งสอดคล้องกับการที่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 4) เปิดเผยผลการวิจัยการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ระดับนานาชาติ พ.ศ. 2554 (Trend in International Mathematics and Science Study 2011 : TIMSS 2011) ดำเนินการโดย IEA (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement) โดยผลประเทศไทยได้เข้าร่วมประเมินในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และประถมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งในส่วนของมัธยมศึกษาปีที่ 2 นั้น มีประเทศที่เข้าร่วมประเมิน 45 ประเทศ โดยไทยมีผลคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ 427 คะแนน ซึ่งมีค่ากลางของการประเมินอยู่ที่ 500 คะแนน จัดอยู่ในลำดับที่ 28 (สสวท., 2556: 4) ทั้งนี้เมื่อเปรียบเทียบกับคะแนนเฉลี่ยในปี 2007 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์ลดลง โดยเมื่อปี 2007 คณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ย 441 เมื่อพิจารณาในภาพรวมประเทศไทยแล้วระดับคะแนนในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ถูกจัดกลุ่มให้อยู่ในระดับแย่ (poor)

หนึ่งในทักษะที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และมีส่วนทำให้นักเรียนก้าวหน้าในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ทั้งในส่วนที่เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และการดำรงชีวิต (Baroody, อ้างถึงใน อัมพร ม้าคอง, 2554: 48) คือ การให้เหตุผล เนื่องจากมนุษย์ต้องใช้เหตุผลทั้งกับคนอื่นและต้องการได้รับเหตุผลจากคนอื่นเช่นกัน การเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 45) ทั้งนี้การให้เหตุผลเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และ/หรือความคิดสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 46) และเป็นเรื่องที่อยู่ในชีวิตของมนุษย์ทุกคนเป็นเรื่องใกล้ตัวและสามารถนำไปแก้ปัญหาในการทำงานหรือในชีวิตประจำวันได้ ดังนั้นการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลจึงเน้นไปที่การคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล (อัมพร ม้าคอง, 2554: 49) ในการฝึกทักษะการให้เหตุผล ต้องใช้การฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและต่อเนื่องจากบรรยากาศในห้องเรียนที่สนับสนุนให้มีการอธิบายแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาาร่วมกัน (Lappan และ Schram, 1989: 18 – 19) โดยครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง (Rowan and Morrow, 1993: 16 – 18) ซึ่ง Malloy (1999: 20) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา โดยใช้แนวทางในการสืบสอบ (Inquiry) ในการส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยจะช่วยให้ครูและนักเรียนในการพัฒนาอย่างกระตือรือร้นและปราศจากการรบกวนสภาพแวดล้อมสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนทุกคนพัฒนาและใช้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ Sternberg (1999: 43) ได้เสนอแนวคิดในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยผู้สอนควรคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญาทั้ง 5 ขั้น คือ การระบุสภาพปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพของปัญหา การจัดการทรัพยากรเพื่อหาวิธีแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินวิธีแก้ปัญหา ดังนั้น ในการพัฒนาทักษะในการคิดและการให้เหตุผล

สามารถพัฒนาได้โดยให้นักเรียนแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คัดการณ์ ค้นหา วิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ภายใต้บรรยากาศการเรียนรู้ที่สนับสนุนให้นักเรียนอธิบายและชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาาร่วมกัน

นอกจากนี้ทักษะการคิดยังเป็นทักษะที่มีความสำคัญสำหรับทุกคนในการดำรงชีวิตโดยเฉพาะ ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งคนไทยโดยรวมยังขาดทักษะการคิดทำให้ความสามารถในการแข่งขันในเรื่องต่าง ๆ อยู่ในระดับต่ำไม่ว่าจะเทียบระหว่างคนในภูมิภาคเอเชียด้วยกันหรืออารยประเทศอื่น ๆ (คันสนีย์ ฉัตรคุปต์, 2544: ง) ซึ่งการคิดอย่างมีวิจารณญาณนั้นเป็นการคิดอย่างไตร่ตรองและมีเหตุผล ซึ่งให้ความสำคัญในการตัดสินใจว่าสิ่งใดควรเชื่อหรือไม่ควรเชื่อ (Ennis,1985: 45) ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบทั้งคือ การอนุมาน การระบุข้อตกลงเบื้องต้น การนิรนัย การตีความเพื่อลงข้อสรุป และการประเมินข้อโต้แย้ง (Watson และ Glaser, 2008: 2) จากองค์ประกอบทั้ง 5 นั้น เป็นสิ่งที่นักเรียนยังขาดและต้องได้รับการส่งเสริมเนื่องจากเป็นทักษะที่สำคัญที่ช่วยให้เกิดผลสำเร็จในการเรียนรู้ รวมทั้งยังใช้เป็นเครื่องมือในการดำเนินชีวิตในโลกปัจจุบันอย่างมีความสุขและสร้างสรรค์อีกด้วย และนอกจากนี้การคิดอย่างมีวิจารณญาณจะช่วยให้เราสามารถวิเคราะห์ แยกแยะข้อมูลต่าง ๆ หาเหตุผลที่ถูกต้อง สืบค้นหาความจริงได้ และตอบคำถามด้วยเหตุผล ไม่ใช่ด้วยความรู้สึกส่วนตัว นั่นคือสามารถตอบคำถามหรือวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสารได้อย่างมีหลักการ สามารถตัดสินใจบนพื้นฐานของการใช้เหตุผล (คันสนีย์ ฉัตรคุปต์, 2544: 45 - 47) ซึ่งครูจะมีบทบาทในการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนได้แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ตั้งคำถามที่หลากหลาย และจัดการเรียนรู้ที่กระตุ้นให้ผู้เรียนให้ใช้ทักษะพื้นฐานสำหรับการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เช่น การคิดวิเคราะห์ การค้นหาคำตอบที่ถูกต้อง การจัดระเบียบข้อมูล การตีความ และการสังเกต เป็นต้น และนอกจากนี้ ยังต้องจัดการเรียนรู้ที่บูรณาการเชื่อมโยงเรื่องราวและแนวคิดของสิ่งที่เรียนรู้ในห้องเรียนกับชีวิตจริง และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พูดถึงความคิดและลงมือกระทำตามความคิดของตนเอง (คันสนีย์ ฉัตรคุปต์, 2544: 5 - 6)

จากความสำคัญและแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณที่จะเน้นให้นักเรียนได้สืบค้น สังเกต ด้วยตนเอง โดยได้รับการสนับสนุนให้อธิบาย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยมีการให้เหตุผลประกอบอย่างถูกต้อง ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษารูปแบบการเรียนการสอนที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งรูปแบบการเรียนการสอน 5E เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่ เน้นให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ใหม่และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผ่านการสำรวจ สืบค้นและเชื่อมโยงสิ่งที่ เรียนรู้เข้ากับประสบการณ์หรือความรู้เดิม พร้อมกับเปิดโอกาสให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม แลกเปลี่ยน ความคิด และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Bybee และ คณะ (1997; cited in Bybee et .al, 2006: 2) ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น ผ่าน กิจกรรมสั้น ๆ และการล้วงความรู้เดิม เพื่อต้องการให้นักเรียนเชื่อมโยงประสบการณ์เดิมกับปัจจุบัน
2. ขั้นสำรวจค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการสร้างองค์ความรู้ใหม่ โดยใช้ความรู้เดิม ผ่านการวางแผน ตรวจสอบปัญหา ดำเนินการสำรวจตรวจสอบ สืบค้น รวบรวมข้อมูล และลงมือปฏิบัติ
3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เป็นขั้นที่ให้โอกาสนักเรียนได้แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับ ความคิดรวบยอด ทักษะกระบวนการ และการปฏิบัติ และเป็นขั้นตอนที่เป็นโอกาสให้ครูแนะนำความคิดรวบ ยอด ทักษะกระบวนการและการปฏิบัติเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น
4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นในการกระตุ้นและขยายความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบ ยอดและทักษะ ผ่านประสบการณ์ใหม่ ให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจให้ลึกและกว้างขึ้น

5. **ขั้นประเมินผล (Evaluation)** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้ประเมินความเข้าใจและความสามารถของตนเอง และครูได้ประเมินความก้าวหน้าของนักเรียนตามวัตถุประสงค์ของการเรียน

นอกจากนี้ Beker และ Shimada (1997) ได้เสนอแนวทางที่จะเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดและสื่อสารเหตุผล นั่นคือ การใช้คำถามปลายเปิดที่กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดจากมุมมองที่แตกต่างกันและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารความเข้าใจ ความคิด เหตุผล ในเรื่องนั้น ๆ ได้อย่างอิสระและเต็มความสามารถ ทั้งจะทำให้ครูได้รับรู้ได้ว่านักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจ และสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างไร และยังส่งเสริมให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันสามารถเริ่มทำหรือแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง โดยการตั้งสมมติฐาน การพัฒนาวิธีการหาคำตอบและการสื่อสารวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยพิจารณาเห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนสืบค้น เก็บรวบรวมข้อมูล ในขณะที่คำถามปลายเปิดที่เน้นการแสดงความคิดเห็นหรือแนวคิด ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

วัตถุประสงค์

1. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

4. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) แบบสองกลุ่ม วัดก่อนและหลังการทดลอง (two – group pretest posttest design) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ	~X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด ที่ใช้เป็นกรอบแนวคิดในการวิจัย

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยการวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ ตรรกะรองหาเหตุผล รวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อมูล/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ และหาความสัมพันธ์ เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ โดยการให้เหตุผลนั้นประกอบด้วย 2 ประเภท ต่อไปนี้

1. **การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)** เป็นการให้เหตุผลซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป

2. **การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)** เป็นการให้เหตุผลซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปนำไปสู่การหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หรือหลักการนั้น

ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ หมายถึง ความสามารถในการคิดพิจารณาไตร่ตรองอย่างมีเหตุผลที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อการตัดสินใจว่าจะอะไรควรเชื่อ หรืออะไรควรทำ โดยมีพื้นฐานอยู่บนเหตุผล การคิดอย่างตรรกะตรง ความเชื่อและการกระทำที่เชื่อมโยงกัน ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบตามองค์ประกอบของกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณของ Watson & Glaser (1980: 2)

1. **การอนุมาน** เป็นความสามารถในการจำแนกระดับความน่าจะเป็นของข้อสรุปต่าง ๆ ที่คาดคะเนว่าข้อสรุปใดเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ในการอนุมานจากข้อมูลที่กำหนดให้

2. **การระบุข้อตกลงเบื้องต้น** เป็นความสามารถในการพิจารณาว่าข้อความใดเป็นข้อตกลงเบื้องต้น ที่ต้องยอมรับก่อนโต้แย้งหรืออธิบายข้อความอื่น

3. **การนิรนัย** เป็นความสามารถในการจำแนกว่าข้อสรุปใดเป็นผลมาจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ที่กำหนดให้และข้อสรุปใดไม่เป็นผลมาจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์นั้น

4. **การตีความเพื่อลงข้อสรุป** เป็นความสามารถในการตกลงใจหรือตัดสินใจว่าจะไร

เป็นลักษณะหรือคุณสมบัติทั่วไปหรือข้อสรุป บนพื้นฐานของข้อมูลที่ได้รับการยอมรับ

5. การประเมินข้อโต้แย้ง เป็นความสามารถในการจำแนกได้ว่าข้อโต้แย้งใดหนักแน่นน่าเชื่อถือหรือไม่หนักแน่น เมื่อพิจารณาตามความสำคัญและความเกี่ยวข้องกับประเด็นปัญหา

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่ การศึกษามัธยมศึกษาเขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพุทธจักรวิทยา สังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งเลือกจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 ห้องเรียน โดยผู้วิจัยได้สุ่มนักเรียนเพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน ซึ่งมีขั้นตอนการจัดห้องเรียน ดังนี้

ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนทั้ง 3 ห้อง มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) แล้ว เลือกห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง คือ ห้อง ม.2/1 และ ม.2/3 ซึ่งมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 69.87 และ 69.67 ตามลำดับ นำค่ามัชฌิมเลขคณิตของ นักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F - test) ซึ่งผลการทดสอบ พบว่าความ แปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้น ทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยค่าการทดสอบที (t - test) พบว่าค่า มัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียน ทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน หลังจากนั้นผู้วิจัยทำการสุ่มอย่างง่าย โดยการจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มตัวอย่าง ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม. 2/1 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดและนักเรียนห้อง ม.2/3 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน จำนวน 13 แผน ระยะเวลา 15 คาบ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งมีค่า ความเที่ยง ค่าความยากค่าและอำนาจจำแนก ดังต่อไปนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยง เป็น 0.79 ค่าความยากเป็น 0.38 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.22 – 0.58

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.86 ค่าความยากเป็น 0.24 – 0.85 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.25 – 0.92

2.3 แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.76 ค่าความยากเป็น 0.23 – 0.72 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.27 – 0.91

2.4 แบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.88 ค่าความยากเป็น 0.40 – 0.85 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.22 – 0.81

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนพุทธจักรวิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร

2. ขั้นตอนการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนสอบห้อง ม.2/1 และ ม.2/3 เท่ากับ 14.93 และ 13.53 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F - test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยการทดสอบที (t - test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียน ซึ่งได้ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนสอบห้อง ม.2/1 และ ม.2/3 เท่ากับ 15.73 และ 14.98 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F - test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนด้วยการทดสอบที (t - test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกัน

อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ไม่แตกต่างกัน จากการทดสอบดังกล่าว จะได้ว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณไม่แตกต่างกัน

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนเรียนโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้าง ขึ้นใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.3 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง ดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับ คำถามปลายเปิด และสอนนักเรียนกลุ่มควบคุมตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ กลุ่ม ละ 15 คาบ เป็นเวลา 3 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 5 คาบ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 เนื้อหาที่สอน เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเส้นขนาน

3. เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดแล้วไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ครบแล้ว ผู้วิจัยทำการ ทดสอบหลังเรียนโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนและแบบวัด ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม แล้วนำผลการทดสอบจากการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัด ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มมาตรวจให้คะแนนและ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ระหว่างก่อน เรียนและหลังเรียน ด้วยการทดสอบค่าที (t - Paired Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่ม ควบคุมด้วยการทดสอบค่าที (t - Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

3. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียน และหลังเรียน ด้วยการทดสอบค่าที (t - Paired Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

4. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการทดสอบค่าที (t - Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

5. วิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิด อย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนกลุ่มทดลองจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม การสังเกตใน ชั้นเรียน แบบสังเกตพฤติกรรม การตอบคำถามครูและการอภิปรายในชั้นเรียน

ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยรูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับ คำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมี วิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 สรุปผลการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีพัฒนาการดีขึ้น

อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยได้ตั้งขึ้นข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่ผู้วิจัยใช้เป็นกรอบในการจัดกิจกรรมทำให้นักเรียนได้สำรวจ สืบค้น เพื่อนำข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้จากการสืบค้นไปสร้างองค์ความรู้ใหม่หรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งการใช้แนวทางการสืบสอบ (Inquiry) นั้นจะช่วยให้นักเรียนทุกคนได้พัฒนาและใช้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Molloy, 1999: 20) และนอกจากนี้ นักเรียนยังมีโอกาสที่จะแสดงแนวคิดและวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายตามความสามารถของแต่ละคนซึ่ง นักเรียนจะได้มีโอกาสในการอธิบายหรือชี้แจงเหตุผลของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เจนสมุทร แสงพันธ์ (2548) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ พบว่า นักเรียนมีการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ขึ้น ซึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็คือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั่นเอง

2. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่ผู้วิจัยใช้เป็นกรอบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ขึ้น ในแต่ละชั้นมีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดย

ในขั้นสำรวจค้นหา จะช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนจะมีโอกาสได้สังเกตลักษณะร่วมและความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือแบบรูป และนำมาสร้างเป็นองค์ความรู้ใหม่ด้วยภาษาของตนเอง ตลอดจนนักเรียนจะได้นำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหาหรือสนับสนุนการอธิบายภายในกลุ่มเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับ สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (2009: 11) ที่ได้เสนอเคล็ดลับในการพัฒนาการให้เหตุผลว่าควรให้นักเรียนได้บรรยายเป็นภาษาของตนเองและให้เวลานักเรียนในการวิเคราะห์ปัญหา สำรวจปัญหามากขึ้นโดยใช้แบบรูป

นอกจากนี้ในขั้นอธิบายและลงข้อสรุป ที่นักเรียนจะได้อธิบายสิ่งที่นักเรียนได้จากขั้นสำรวจค้นหาโดยไม่ได้ยึดที่ความถูกต้องของคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่นักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้อธิบายเหตุผลของตน ซึ่งนักเรียนทุกคนจะเห็นว่าในการออกมาอธิบายหน้าชั้นเรียนถ้าคำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับเพื่อนก็ไม่ได้แสดงว่าสิ่งที่นักเรียนทำนั้นผิด แต่นักเรียนต้องสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าทำไมนักเรียนถึงทำเช่นนั้น และเป็นเช่นนั้นเพราะอะไร ซึ่งสอดคล้องกับ Rowan และ Morrow (1993: 16 – 18) ที่ได้กล่าวไว้ว่า ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง และผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใด (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 50) และในขั้นขยายความรู้ นั้นนักเรียนก็จะได้เจอกับสถานการณ์หรือปัญหาใหม่ที่นักเรียนต้องนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ก็ทำให้นักเรียนคิดถึงลักษณะที่เหมือนกันของปัญหา/สถานการณ์เดิมกับปัญหา/สถานการณ์ใหม่เพื่อเป็นแนวทางในการหาคำตอบหรือแก้ปัญหา โดยนักเรียนก็จะได้พิจารณาถึงขอบเขตของการนำทฤษฎีบท กฎ สูตร หลักการที่จะนำมาใช้ในการหาคำตอบหรือแก้ปัญหา ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้สื่อสารเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครูผู้สอน (Nation Council of Teachers of Mathematics, 2009: 11)

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดนั้นมีการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดทุกคาบ ซึ่งเป็นการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและควบคู่ไปพร้อมกับเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์ (กรมวิชาการ, 2545: 198 – 198) มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลต่างๆแยกจากสิ่งอื่น โดยอาจทำในการสอนเนื้อหาบทนิยาม หรือการแก้ปัญหา (อัมพร ม้าคนอง, 2544: 50) ซึ่งสอดคล้องกับ Guildford และ Hoepfner (1971: 28 – 32) ที่ได้ให้ความเห็นว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าว เป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่ไปกับเนื้อหาวิชาปกติ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีคะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งไว้ข้อ ที่ 3 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยใช้เป็นกรอบในการจัดกิจกรรมนั้น ทำให้นักเรียนได้ลงมือสืบค้น อธิบาย ไตร่ตรองและช่วยกันตัดสินใจภายใต้ข้อมูล สถานการณ์หรือเหตุผลที่น่าเชื่อถือในการสร้างองค์

ความรู้ใหม่หรือในการแก้ปัญหา ซึ่งการที่ผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตัดสินใจด้วยตนเองนั้นเป็นการพัฒนาทักษะการคิด (สคุนธ์ สินธพานนท์ และคณะ, 2550: 121) และนอกจากนี้ในการจัดกิจกรรมนักเรียนก็จะได้ทำกิจกรรมร่วมกัน ซึ่งนักเรียนจะได้อภิปรายร่วมกันทั้งระหว่างเพื่อนในกลุ่ม ในชั้นเรียนและกับครูเอง ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางในการสอนความคิดที่ควรให้ความสำคัญกับการเคารพความคิดเห็นของคนอื่น และให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดร่วมกับผู้อื่นและได้ถกเถียงเกี่ยวกับประเด็นปัญหาและคำถาม (Ennis, 2002a: 44 – 46) และสอดคล้องกับงานวิจัยของ สมจิต บุญคง (2549) ที่พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีสืบสอบมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบวิธีปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีคะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งไว้ข้อที่ 4 ซึ่งความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณการที่สามารถสังเกตได้ชัดเจนคือ การระบุข้อตกลงเบื้องต้น ซึ่งในขั้นการสำรวจค้นหาและการขยายความรู้ ซึ่งเป็นในขั้นการสำรวจค้นหาที่นักเรียนต้องสร้างองค์ความรู้ใหม่หรือแก้ปัญหา นั่น ก่อนที่นักเรียนจะนำข้อมูลต่างที่ได้จากการสำรวจมาลงข้อสรุปหรือแก้ปัญหา นักเรียนภายในกลุ่มจะช่วยกันพิจารณา วิเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ ที่เก็บรวบรวมได้ ว่าสามารถที่จะลงข้อสรุปหรือแก้ปัญหาได้เลยหรือไม่ หรือต้องมีอะไรที่เป็นเงื่อนไขหรือข้อตกลง ที่นักเรียนต้องพิจารณาก่อนที่จะหาคำตอบหรือแก้ปัญหา รวมถึงในขั้นการขยายความรู้ก็เช่นเดียวกัน เนื่องจากเป็นการนำความรู้ไปประยุกต์ในสถานการณ์ใหม่ ซึ่งในสถานการณ์ใหม่มีเงื่อนไขที่เปลี่ยนไป หากนักเรียนจะนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ นักเรียนก็จะพิจารณาว่าอะไรเป็นเงื่อนไขหรือข้อตกลงของการนำความรู้ไปใช้และในสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ นั้น สอดคล้องกับเงื่อนไขหรือไม่

นอกจากนี้อีกหนึ่งองค์ประกอบของการคิดอย่างมีวิจารณญาณที่สามารถเกิดการพัฒนาได้อย่างชัดเจน นั่นคือ การประเมินข้อโต้แย้ง เพราะเนื่องจากในขั้นการสำรวจค้นหาและขั้นอธิบายและขั้นขยายความรู้เป็นการทำงานกิจกรรมกลุ่มและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและอธิบาย โดยในการทำกิจกรรมขั้นนี้เมื่อเกิดข้อโต้แย้งในกลุ่ม ซึ่งทำให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องช่วยกันพิจารณาถึงความน่าเชื่อถือของข้อโต้แย้งว่าข้อโต้แย้งของใครน่าเชื่อถือหรือไม่น่าเชื่อถือ นอกจากนี้ในขั้นการอธิบายและลงข้อสรุป เนื่องจากต้องมีการลงข้อสรุปร่วมกันทั้งชั้น ดังนั้นเมื่อเกิดข้อโต้แย้งระหว่างกลุ่ม นักเรียนในชั้นเรียนก็จะนำข้อมูลหรือเหตุผลต่างมาประกอบ เพื่อตัดสินความน่าเชื่อถือของข้อโต้แย้งนั้น ๆ แต่อย่างไรก็ตามในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดในชั้นอื่น ๆ นั้นก็ยังคงมีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณในแต่ละองค์ประกอบเช่นกัน

ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของสมบัติ กาญจนารักษ์ และคณะ (2549) ได้เข้าร่วมโครงการครูเครือข่ายรับการขยายผลพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูงในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัส ค 42103 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E มีทักษะการคิดขั้นสูงเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติอยู่ในระดับดี ซึ่งหนึ่งในทักษะการคิดขั้นสูงก็คือการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งสอดคล้อง

กับงานวิจัยของพัชรีย์ ทองสมบัติ และ วรณจรรย์ มั่งสิงห์ (2550) ที่ยังพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้กับการสอนตามปกติ ได้คะแนนการคิดอย่างมีวิจารณญาณจากการทดสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยในครั้งนี้

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้ให้เกิดประโยชน์

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง จึงต้องใช้เวลามากในการทำกิจกรรม ดังนั้นครูผู้สอนจึงควรวางแผนการจัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับเวลาในการสอน

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มี 5 ขั้นตอน ซึ่งในขั้นตอนที่ 1 – 4 เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ดังนั้นครูผู้สอนจึงควรมีบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนในแต่ละกลุ่มได้มีส่วนร่วม แสดงความคิดเห็น และอภิปรายแลกเปลี่ยนซึ่งกันและกัน

1.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนไม่ควรข้ามขั้นตอนการสอนเนื่องจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดนั้นเป็นกิจกรรมที่แต่ละขั้นตอนมีความต่อเนื่อง และสัมพันธ์กัน

1.4 เนื่องจากเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้หรือแก้ปัญหาด้วยตัวเอง ดังนั้น ในบางเนื้อหาควรใช้เวลาในการจัดกิจกรรมต่อกัน 2 คาบ

1.5 การใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดนั้นในการทำกิจกรรม นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการทำกิจกรรมด้วยตนเอง ดังนั้นในระยะแรก ครูควรให้คำแนะนำในการทำกิจกรรม และเมื่อนักเรียนเกิดความคุ้นเคยในการปฏิบัติกิจกรรมแล้ว จึงให้นักเรียนทำกิจกรรมด้วยตนเอง

1.6 การจัดกิจกรรมในชั้นสำรวจค้นหา แม้ว่าจะเป็นการกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สืบค้น ค้นหา ด้วยตนเอง แต่ครูควรจะมีการควบคุมเวลาในการทำกิจกรรมในขั้นนี้ด้วย เพื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาที่ได้ศึกษา และครูไม่ควรบอกคำตอบแก่นักเรียน รวมไปถึงไม่นำนักเรียนแก้ปัญหาที่ละชั้น นอกจากนี้ในชั้นอธิบายและลงข้อสรุป ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีโอกาสที่จะอธิบาย และแสดงความคิดเห็นให้ได้มากที่สุด และครูต้องไม่ยอมรับการอธิบายที่ไม่มีหลักฐานหรือไม่มีเหตุผลประกอบ เพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลหรือหลักฐานที่นักเรียนได้สืบค้นมา

2. ข้อเสนอสำหรับการวิจัยในครั้งต่อไป

ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด ที่เกี่ยวข้องกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อื่น ๆ ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญเช่นกัน เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- เกษมา วุฒิสารวัฒนา. (2548). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดพะเยา. วิทยานิพนธ์ครุศาสตร มหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- คันสนีย์ ฉัตรคุปต์และอุษา ชูชาติ. (2544) ผีกลมองให้คิดอย่างมีวิจารณญาณ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์วัฒนาพานิช จำกัด.
- สมบัติ การจนารักพงศ์. เทคนิคการสอนให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิด. กรุงเทพมหานคร: ชารอักษร.
- สมบัติ การจนารักพงศ์. เทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ที่เน้นพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ชารอักษร.
- เสาวรัตน์ รามแก้ว. (2553). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2554). ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุษณีย์ อนุรุทธวงศ์. (2553). การพัฒนาทักษะการคิดระดับสูง. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ ไอ.คิว.บุ๊คเซ็นเตอร์.

ภาษาอังกฤษ

- Bybee RW, et al. *The BSCS 5E instructional model: Origins and effectiveness*. Colorado Springs, CO: BSCS 2006.
- Dressel PL, Mayhew LB. *General Education : Explorations in Evaluation 2nd ed*. Washington, D.C.: American Council on Education ,Washington, D.C.; 1957.
- Ennis RH. A Logical Basis for Measuring Critical Thinking Skills. *Educational Leadership*. 1985. p. 45-48
- Ennis RH. Critical thinking assessment. *Theory into practice*. 1993; 32(3):179-186.
- Hudgins BB. *Learning and Thinking*. Illinois: F. E. Peabook Publishers, Inc; 1997.
- Lappan, G. and Schram, P. (1989). Communication and Reasoning: Critical Dimensions of Sense Making in mathematics. *New Directions for Elementary School Mathematics 1989 Yearbook*. pp.14-30. Reston: Virginia.
- National Council of Teachers of Mathematics. 1995. *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. 2000. *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

- National Council of Teachers of Mathematics. 2009. *Focus in High School Mathematics*
"Reasoning and Sense Making. Reston, VA: Author.
- Malloy CE. Developing mathematical reasoning in the middle grades recognizing diversity In:
 Stiff LV, Corcio FR, editors. *Developing Mathematical Reasoning In Grades K-12*
Reston: Nation Council of Teacher of Mathematics; 1999. p. 13-21.
- Rowan, T., and Morrow, L. J. (1993). Implementing K-8 Curriculum and Evaluation
 Standards. *Reading, from the Arithmetic Teacher*. Reston: Virginia.
- Ruggiero VR. (1988). *The Art of Thinking: A Guide te Critical and Creative Thought*.
 New York; Harper and Row Publisher, Inc.
- Sternberg RO. Developing mathematical reasoning in the middle grades recognizing diversity
 In: Stiff LV, Corcio FR, editors. *Developing Mathematical Reasoning In Grades K-12*
Reston: Nation Council of Teacher of Mathematics; 1999. p. 13-21.