



กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถ
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
Mathematical Modeling and the Development of Mathematical
Problem Solving of Secondary School Students

คณาธิป นรสิงห์¹ และ จินนดิษฐ์ ละออปักชิน^{2*}
Khanathip Norsing¹ และ Jinnadit Laorpaksin^{2*}

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม และ 3) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2564 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา จังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 31 คน เครื่องมือที่ใช้ทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบสถิติที่ ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนมีแนวโน้มของพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น

คำสำคัญ : ตัวแบบทางคณิตศาสตร์, การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

¹ นิสิตมหาบัณฑิตสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Graduate Student of Mathematics Education Division, Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education, Chulalongkorn University E-mail: khananors@gmail.com

² อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Lecturer of Mathematics Education Division, Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education, Chulalongkorn University E-mail: Jinnadit.L@chula.ac.th

* Corresponding author

Abstract

The purposes of this research were (1) to compare the mathematical problem-solving ability of students before and after being taught to use the mathematical modeling process, (2) to compare their mathematical problem-solving ability to the criteria score of 65%, and (3) to study the development of the mathematical problem-solving ability of students before, during, and after learning mathematical modeling. The subjects of this study were 31 ninth-grade students from a school in Roi-et. The experiment instruments consisted of lesson plans, and the collection instruments included a mathematical problem-solving test and an interview form. The data were analyzed using arithmetic mean, standard deviation, and t-test. the results of this study were as follows: (1) the mean score of the students' post-test mathematical problem-solving ability was higher than their pre-test ability at the 0.05 level of significance, (2) the mean score of students' post-test mathematical problem-solving ability was higher than the criteria of 65% of the total score at the 0.05 level of significance, and (3) the students' mathematical problem-solving abilities were developed in a positive direction.

Keywords: mathematical modeling, mathematical problem solving, mathematical problem-solving ability

บทนำ

หนึ่งในกิจกรรมที่มนุษย์ทำเป็นประจำ คือ การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง ซึ่งเป็นปัญหาที่ซับซ้อน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2555ก) ซึ่งการแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือที่ใช้พัฒนาความคิด (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000) คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่มีความจำเป็นในการดำรงชีวิตประจำวัน เนื่องจากเป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้เป็นคนมีเหตุผล ตลอดจนทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม (สสวท., 2555ข) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังถูกใช้เป็นเครื่องมือพื้นฐานในการสร้างองค์ความรู้และนวัตกรรมในสาขาวิชาต่าง ๆ เพื่ออำนวยความสะดวก และแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในสังคมได้อย่างมีประสิทธิภาพ (อัมพร ม้าคนอง, 2557)

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญ แต่การจัดการศึกษาทางคณิตศาสตร์ของประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร เพราะมีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ยังขาดทักษะและกระบวนการการแก้ปัญหา ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ข) ซึ่งสะท้อนได้จากผลการทดสอบในโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) ขององค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา (Organisation for Economic Co-operation and Development หรือ OECD) ซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อประเมินคุณภาพของระบบการศึกษาในการเตรียมความพร้อมให้ประชาชนมีความสามารถพื้นฐานที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตในโลกที่มีการเปลี่ยนแปลง โดยผลการประเมิน PISA ในปี 2018 พบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนด้านคณิตศาสตร์ ต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของกลุ่ม

ประเทศที่เข้าร่วมการประเมิน และเมื่อวิเคราะห์แนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของคะแนนตั้งแต่การประเมินรอบแรกถึงปัจจุบันพบว่า ผลการประเมินด้านคณิตศาสตร์ของไทยไม่เปลี่ยนแปลง (สสวท., 2562) สอดคล้องกับที่ สุนีย์ คล้ายนิล (2558) สรุปไว้ว่า นักเรียนไทยไม่มีความพร้อมสำหรับการใช้ชีวิตทั้งในด้านการศึกษาที่สูงขึ้น และการทำงานในอนาคตทำให้มีความจำเป็นที่จะต้องพัฒนานักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการนำความรู้ วิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทต่าง ๆ ให้ดียิ่งขึ้น

จากปัญหาที่ว่าด้วยความพร้อมในการใช้ชีวิตและการทำงานในอนาคตทำให้ผู้วิจัยตระหนักถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง ซึ่งเป็นกิจกรรมที่มนุษย์ทุกคนต้องเผชิญ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนจะต้องได้รับประสบการณ์และฝึกฝนให้มีความพร้อมที่จะรับมือในอนาคต สอดคล้องกับที่ Ministry of Education, Singapore (2019) อธิบายไว้ว่า การแก้ปัญหาในบริบทโลกจริงควรนำมาเป็นส่วนหนึ่งของประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียนทุกคน เนื่องจากประสบการณ์เหล่านี้ จะมอบโอกาสให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้โมเดลและทักษะที่ได้เรียนรู้มา ได้เห็นคุณค่า และพัฒนาความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การฝึกแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน (สสวท., 2555ข)

จากผลการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะปัญหาในบริบทชีวิตจริงพบว่า สถานการณ์ที่พบเห็นได้ในทุก ๆ วัน เกี่ยวกับปริมาณต่าง ๆ และความสัมพันธ์ของปริมาณเหล่านั้น ทั้งในทางกายภาพ ทางเศรษฐศาสตร์ นโยบายสาธารณะ สังคม สามารถนำมาสร้างตัวแบบด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์และสถิติได้ (Common core state standards initiative (CCSSI), n.d.) เพราะการสร้างตัวแบบก็คือกระบวนการที่ใช้คณิตศาสตร์หรือสถิติในการสร้างหรือเลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์โลกจริง เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์โลกจริงนั้น (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2017) ซึ่งเกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิดที่ไม่มีความเป็นระเบียบ นักเรียนต้องตัดสินใจเกี่ยวกับแนวทางการเข้าถึงปัญหาอย่างเป็นคณิตศาสตร์ สร้างข้อตกลงเบื้องต้น และตัดสินใจประสิทธิภาพของวิธีการที่เลือกใช้ (Hernández et al., 2017) เพื่อให้เข้าใจปัญหาที่เกิดขึ้นในทุก ๆ วันของชีวิต หรือเข้าใจปัญหาของการทำงานให้ดียิ่งขึ้น (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2017) นอกจากนี้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ยังมีประโยชน์อีกมากมายตามที่ Usiskin (2015) กล่าวว่าตัวแบบทางคณิตศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา และช่วยในการพยากรณ์หรือบอกถึงแนวโน้มของเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นได้

กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ได้รับความสนใจจากนักการศึกษาหลายท่าน ซึ่งต่างนำเสนอรายละเอียดไว้อย่างหลากหลาย ขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการนำเสนอ แต่ทั้งหมดก็มีองค์ประกอบของขั้นตอนในการสร้างตัวแบบที่สอดคล้องกัน (Bliss et al., 2014; Consortium for Mathematics and Its Applications & Society for Industrial and Applied Mathematics (CMA & SIAM), 2019; Ministry of Education Singapore, 2019; NCTM., 2017) โดยหนึ่งในขั้นตอนของกระบวนการสร้างตัวแบบทาง

คณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง และเป็นที่ยอมรับ คือ กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอโดย NCTM (2017) ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การระบุเกี่ยวกับสถานการณ์โลกจริงที่ต้องการการวิเคราะห์เชิงลึกเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุป ร่วมกับตัวแปรที่เกี่ยวข้องและข้อตกลงเบื้องต้นที่ได้มาจากสถานการณ์ 2) การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ให้กับปัญหา เช่น สมการ ฟังก์ชัน รูปทางเรขาคณิต หรือตัวแบบทางสถิติ 3) การใช้งานตัวแบบเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุป 4) การสรุปความหมายให้กับผลเฉลยภายในรูปแบบที่เป็นบริบทของปัญหา 5) การพิจารณาว่าได้ตอบคำถามอย่างสมเหตุสมผลหรือไม่ และหากมีความจำเป็น ให้ย้อนกลับไปพิจารณาที่ตัวแปรและข้อตกลงเบื้องต้น และทำการปรับเปลี่ยนส่วนอื่น ๆ พัฒนาหรือปรับปรุงในส่วนใดของขั้นตอน 6) การรายงานข้อค้นพบต่าง ๆ รวมถึงการยืนยันความถูกต้องของการได้มาซึ่งคำตอบ ผู้วิจัยจึงนำกระบวนการตามแนวคิดของ NCTM (2017) มาศึกษา เพื่อเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ด้วยเหตุผลดังที่กล่าวมา ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษากระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

วัตถุประสงค์

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม
3. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

สมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าร้อยละ 65 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิธีการวิจัย

การวิจัยนี้มีการออกแบบการวิจัยแบบกึ่งทดลองแบบอนุกรมเวลา (Time-series quasi-experimental design) โดยมีการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนการทดลอง

ระหว่างการทดลองครั้งที่ 1 (ทดสอบท้ายคาบ 4) ระหว่างการทดลองครั้งที่ 2 (ทดสอบท้ายคาบ 8) และหลังการทดลอง เพื่อนำมาใช้สำหรับวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และวิเคราะห์เชิงเนื้อหาเพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด จังหวัดร้อยเอ็ด โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) แต่ยังเป็นโรงเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยของผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ในปี 2563 ใกล้เคียงกับคะแนนเฉลี่ยระดับจังหวัด คือ 24.81 คะแนน โดยเลือกได้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 31 คน (อยู่ห้องเดียวกัน และจัดห้องเรียนแบบละความสามารถ) ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด จังหวัดร้อยเอ็ด ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ย O-NET ในรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนเท่ากับ 22.88 คะแนน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ประกอบด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีรายละเอียดดังนี้

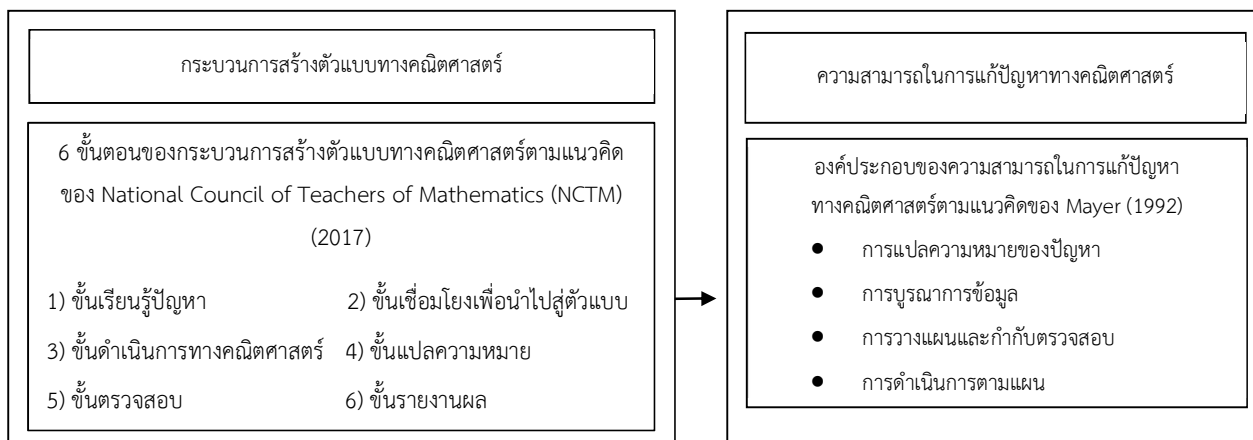
1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที มีเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) โดยแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นเรียนรู้ปัญหา ซึ่งเป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงให้นักเรียนได้ร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาเพื่อระบุตัวแปรและข้อตกลงเบื้องต้นที่จำเป็น 2) ขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบ ซึ่งเป็นขั้นที่ครูใช้คำถามและอธิบายให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลจากขั้นเรียนรู้ปัญหา รวมถึงความรู้และกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างหรือเลือกใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม 3) ขั้นดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นขั้นที่ครูใช้คำถามและอธิบายให้นักเรียนนำตัวแบบ ทักษะและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการให้ได้ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ 4) ขั้นแปลความหมาย ซึ่งเป็นขั้นที่ครูใช้คำถามและอธิบายให้นักเรียนอธิบายผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาดังต้น หรือนำข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปอธิบายสถานการณ์ปัญหาดังต้น 5) ขั้นตรวจสอบ ซึ่งเป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำเสนอข้อสรุป ตัวแบบ และผลเฉลยของสถานการณ์ปัญหาดังต้น และแลกเปลี่ยนแนวคิด ข้อดี ข้อจำกัด รวมถึงความสมเหตุสมผลของผลเฉลยหรือข้อสรุป และ 6) ขั้นรายงานผล ซึ่งเป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำตัวแบบหรือข้อสรุปที่ได้จากการทำกิจกรรมไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ ที่มีลักษณะคล้ายกัน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ฉบับ ได้แก่ ฉบับก่อนเรียน ฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 1 ฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 2 และ

ฉบับหลังเรียน โดยเป็นแบบวัดแบบอัตนัย มีเนื้อหา คือ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแต่ละข้อพิจารณาตามความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 องค์ประกอบ ได้แก่ องค์ประกอบที่ 1 การแปลความหมายของปัญหา ซึ่งเป็นความสามารถในการเข้าใจสถานการณ์ปัญหาจากข้อมูลต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหา (เต็ม 3 คะแนน) องค์ประกอบที่ 2 การบูรณาการข้อมูล ซึ่งเป็นความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาจนได้ความสัมพันธ์กับปัญหา (เต็ม 4 คะแนน) องค์ประกอบที่ 3 การวางแผนและกำกับตรวจสอบ ซึ่งเป็นความสามารถในเลือกใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และลำดับแนวทางการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบ (เต็ม 3 คะแนน) และองค์ประกอบที่ 4 การดำเนินการตามแผน ซึ่งเป็นความสามารถในการแสดงวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ตามแผนจนสามารถสรุปเป็นคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง (เต็ม 5 คะแนน) ซึ่งมีคะแนนในแต่ละข้อ 15 คะแนน โดยแบบวัดฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนมีข้อสอบฉบับละ 4 ข้อ รวมฉบับละ 60 คะแนน แบบวัดฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 มีข้อสอบฉบับละ 2 ข้อ รวมฉบับละ 30 คะแนน ซึ่งแบบวัดทั้ง 4 ฉบับมีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ดังนี้ 1) ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.93 ค่าความยากเป็น 0.46 – 0.58 ค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.54 – 0.65 2) ฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 1 มีค่าความเที่ยงเป็น 0.79 ค่าความยากเป็น 0.46 – 0.48 ค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.52 – 0.56 3) ฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 2 มีค่าความเที่ยงเป็น 0.91 ค่าความยากเป็น 0.44 – 0.49 ค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.50 – 0.63 และ 4) ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.90 ค่าความยากเป็น 0.46 – 0.55 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.49 – 0.68 และแบบสัมภาษณ์ สำหรับใช้ประกอบการสัมภาษณ์นักเรียนที่ได้มาจากการสุ่ม จำนวน 6 คน โดยเป็นคำถามเกี่ยวกับประเด็นหรือแนวคิดในการแก้ปัญหาเชิงลึก จำนวน 7 ข้อ ตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ภาพ 1

กรอบแนวคิดการวิจัย



ผลการวิจัย

ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยแต่ละข้อ ดังนี้

1. ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน จากนั้นนำคะแนนที่ได้จากการตรวจไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (M) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) และการทดสอบสถิติที่ (t -test) และเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณในภาพรวม ดังตาราง 1

ตาราง 1

แสดงค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (M) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) และการทดสอบสถิติที่ (t -test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนการทดลอง และหลังการทดลอง

ระยะ	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์				
	การทดลอง	<i>M (เต็ม 60 คะแนน)</i>	<i>SD</i>	<i>t-test</i>	Sig.
ก่อนการทดลอง		37.68	8.34	9.965	.000*
หลังการทดลอง		41.97	7.66		

* $p < .05$

จากตารางแสดงให้เห็นว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยภาพรวมในช่วงก่อนการทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (M) เท่ากับ 37.68 และช่วงหลังการทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (M) เท่ากับ 41.97 และเมื่อนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตมาเปรียบเทียบโดยใช้การทดสอบสถิติที่ (t -test) พบว่า มีค่าเท่ากับ 9.965 และค่า p (Sig.) เท่ากับ .000 นั่นคือ ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จากนั้นนำคะแนนที่ได้จากการตรวจไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (M) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) และการทดสอบสถิติที่ (t -test) เปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็มในภาพรวม ดังตาราง 2

ตาราง 2

แสดงค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (M) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) และการทดสอบสถิติที่ (t -test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 65

ระยะ	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์					
	การทดลอง	<i>M (เต็ม 60 คะแนน)</i>	ร้อยละของ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	<i>SD</i>	t-test	Sig.
หลังทดลอง		41.97	69.95	7.66	2.158	.020*

* $p < .05$

จากตารางแสดงให้เห็นว่า ในระยะหลังการทดลอง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 69.95 เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม ซึ่งคิดเป็น 39 คะแนนจากคะแนนเต็ม 60 คะแนน โดยใช้การทดสอบสถิติที (t -test) ซึ่งได้เท่ากับ 2.158 และค่า p (Sig.) เท่ากับ .020 นั่นคือ นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยใช้วิธีวิเคราะห์เชิงเนื้อหาจากบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการสัมภาษณ์เพิ่มเติม โดยจะนำเสนอพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้นตอนในภาพรวม ผลการวิเคราะห์มีรายละเอียด ดังนี้

3.1 ขั้นเรียนรู้ปัญหา ผลการวิเคราะห์ พบว่า ในช่วงแรก ๆ ของการจัดการเรียนรู้ นักเรียนแสดงความคิดเห็น ตั้งคำถามหรือข้อสงสัยในการทำความเข้าใจปัญหาค่อนข้างน้อย และนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถระบุข้อมูลสำคัญหรือตัวแปรที่พบในสถานการณ์ปัญหา จึงไม่สามารถระบุข้อตกลงเบื้องต้นเพื่อให้ปัญหายอยู่ในรูปที่สามารถวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ได้ ยังต้องอาศัยคำถามและคำอธิบายเพิ่มเติมจากครูค่อนข้างมาก ในช่วงต่อ ๆ มา นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นและแบ่งปันประสบการณ์ของตนเอง ซึ่งแสดงถึงความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลสำคัญหรือตัวแปรในสถานการณ์ปัญหา ระบุข้อตกลงเบื้องต้นได้เพิ่มขึ้นตามลำดับ อาศัยคำถามและคำอธิบายเพิ่มเติมจากครูน้อยลง พฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงนี้แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีของการเข้าใจปัญหา ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

3.2 ขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบ ผลการวิเคราะห์ พบว่า ในช่วงแรก ๆ ของการจัดการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือของตัวแปรได้ถูกต้อง ยังไม่มีแนวทางในการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ยังต้องการคำแนะนำและตัวอย่างเพิ่มเติมจากครู ในช่วงต่อ ๆ มา นักเรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดีขึ้นตามลำดับ แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้หลายรูปแบบมากขึ้น ได้แก่ ข้อความ กราฟ ตาราง รูปภาพ และสมการ นอกจากนี้นักเรียนยังมีการตรวจสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์ที่ตนเองระบุ และในคาบที่เรียนรู้เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนสามารถนำเสนอตัวแบบแทนความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ โดยเลือกรูปแบบตามที่ตนเองถนัด ระบุลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบได้ถูกต้อง พฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงนี้แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีของการบูรณาการข้อมูลและการวางแผนและการกำกับตรวจสอบ ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

3.3 ขั้นดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ผลการวิเคราะห์ พบว่า ในช่วงแรก ๆ ของการจัดการเรียนรู้ แม้ว่านักเรียนจะสามารถอธิบายขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ แต่นักเรียนส่วนใหญ่คำนวณได้ไม่ถูกต้องและไม่เสร็จสมบูรณ์ ยังต้องอาศัยคำแนะนำและคำอธิบายเพิ่มเติมจากครู เมื่อได้ฝึกฝนมากขึ้น นักเรียนสามารถคำนวณได้ถูกต้องมากขึ้นตามลำดับ นอกจากนี้นักเรียนต้องการคำแนะนำและ

คำอธิบายจากครูน้อยลง แต่ปรึกษากันกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน พฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงนี้แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีของการดำเนินการตามแผน ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

3.4 ขั้นแปลความหมาย ผลการวิเคราะห์ พบว่า ในช่วงแรก ๆ ของการจัดการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถอธิบายผลลัพธ์จากการคำนวณให้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ โดยเข้าใจว่าผลลัพธ์จากการคำนวณเป็นคำตอบของปัญหา ขาดการสรุปคำตอบตามสถานการณ์ปัญหา ครูยังต้องใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงคำตอบกลับไปสู่บริบทของสถานการณ์ปัญหา และในช่วงต่อ ๆ มา นักเรียนสามารถอธิบายผลลัพธ์จากการคำนวณให้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ดีขึ้นตามลำดับ และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปคำตอบตามสถานการณ์ปัญหาได้ พฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงนี้แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีของการดำเนินการตามแผน ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

3.5 ขั้นตรวจสอบ ผลการวิเคราะห์ พบว่า ในช่วงแรก ๆ ของการจัดการเรียนรู้ นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ โดยนักเรียนไม่ทราบวิธีที่ใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ นอกจากนี้นักเรียนไม่ทราบข้อดีและข้อจำกัดของตัวแบบ ซึ่งพบนักเรียนที่พยายามจะนำตัวแบบที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียนไปใช้กับปัญหาอื่น แต่แก้ปัญหาได้ไม่สำเร็จ เนื่องจากนักเรียนไม่ได้ตระหนักถึงข้อจำกัดของตัวแบบที่ใช้ ครูจึงต้องให้คำแนะนำและอธิบายเพิ่มเติม ในช่วงต่อ ๆ มา เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ตัวอย่างการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบจากตัวอย่างในคาบเรียน ก็สามารถตรวจสอบคำตอบได้ด้วยตนเอง ในขณะที่ทำแบบฝึกหัด นักเรียนสามารถตอบคำถามเกี่ยวกับข้อดีและข้อจำกัดของตัวแบบได้ และไม่พบนักเรียนที่แก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบที่ไม่เหมาะสม พฤติกรรมเปลี่ยนแปลงนี้แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีของการบูรณาการข้อมูล ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

3.6 ขั้นรายงานผล ผลการวิเคราะห์ พบว่า ในช่วงแรก ๆ ของการจัดการเรียนรู้ นักเรียนยังสรุปข้อค้นพบที่ได้จากการสร้างตัวแบบและอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ไม่ชัดเจน เมื่อมอบหมายแบบฝึกหัดที่ต้องนำข้อสรุปที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียนไปประยุกต์ใช้กับปัญหาอื่น ๆ ที่มีลักษณะคล้ายกัน นักเรียนยังไม่สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ต้องการคำอธิบายเพิ่มเติมจากครู ในช่วงต่อ ๆ มา นักเรียนสรุปข้อค้นพบจากการสร้างตัวแบบและอธิบายมโนทัศน์ที่เรียนรู้ได้ดีขึ้นตามลำดับ สามารถอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกันได้ถูกต้อง แต่พบนักเรียนที่ยังขาดความมั่นใจในการแก้ปัญหา ซึ่งสังเกตได้จากการสอบถามถึงความถูกต้องของขั้นตอนที่ตนเองจะใช้ในการแก้ปัญหา พฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงนี้แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีของการวางแผนและการกำกับตรวจสอบ ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

จากการวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบ ซึ่งพบว่าขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบเป็นขั้นที่ส่งผลต่อพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากที่สุด โดยขั้นนี้ส่งผลต่อ 2 องค์ประกอบ ได้แก่ องค์ประกอบ

การบูรณาการข้อมูล และองค์ประกอบการวางแผนและกำกับตรวจสอบ นอกจากนี้ยังพบว่าพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขององค์ประกอบการบูรณาการข้อมูลและองค์ประกอบการวางแผนและกำกับตรวจสอบได้รับการพัฒนามากที่สุด โดยองค์ประกอบการบูรณาการข้อมูลได้รับการพัฒนาจากการจัดการเรียนรู้ในชั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบและขั้นตรวจสอบ และองค์ประกอบการวางแผนและกำกับตรวจสอบได้รับการพัฒนาจากการจัดการเรียนรู้ในชั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบและขั้นรายงานผล

4. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

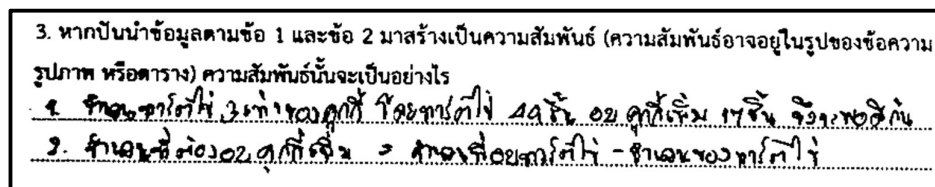
ผู้วิจัยใช้วิธีวิเคราะห์เชิงเนื้อหาจากร่องรอยการตอบจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการสัมภาษณ์เพิ่มเติม โดยนำเสนอพัฒนาการตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการวิเคราะห์มีรายละเอียด ดังนี้

4.1 องค์ประกอบที่ 1 การแปลความหมายของปัญหา จากการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่านักเรียนสามารถระบุปัญหาของสถานการณ์ได้ โดยส่วนใหญ่ใช้การคัดลอกข้อความจากส่วนแสดงคำถาม และแต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถระบุเงื่อนไขต่าง ๆ ที่จำเป็นต่อการพิจารณาคำตอบได้ถูกต้อง และในระยะต่อ ๆ มา จะใช้การคัดลอกข้อความต่าง ๆ จากสถานการณ์มาใช้เป็นคำตอบ และเน้นไปที่ข้อมูลเชิงปริมาณที่กำหนดให้ จนกระทั่งในช่วงหลังการทดลองนักเรียนสามารถระบุข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นได้ แม้ข้อมูลนั้นจะไม่ปรากฏเป็นข้อมูลเชิงปริมาณอย่างชัดเจนในโจทย์

4.2 องค์ประกอบที่ 2 การบูรณาการข้อมูล จากการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า นักเรียนระบุความรู้ได้เฉพาะในส่วนที่ปรากฏชัดเจนในโจทย์ ในระยะต่อ ๆ มา นักเรียนสามารถระบุความรู้ในแงุ่มที่หลากหลายขึ้นตามประสบการณ์ของตนเอง ในขณะที่การระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลพบว่า นักเรียนสามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้บ้าง โดยเป็นการคัดลอกข้อความจากโจทย์ และในระยะต่อ ๆ มา นักเรียนสามารถนำตัวแบบทางคณิตศาสตร์มาใช้สื่อสารความสัมพันธ์ของข้อมูลได้หลากหลายขึ้น ทั้งในรูปแบบข้อความ รูปภาพ และสมการ ตัวอย่างผลงานนักเรียน ดังภาพ

ภาพ 2

ผลงานการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนหลังการทดลอง



จากภาพ 2 พบว่า นักเรียนสามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาได้ โดยระบุข้อความ ดังนี้ 1. จำนวนทาร์ตไข่ 3 เท่าของคุกกี้ โดยทาร์ตไข่ 49 ชิ้น คุกกี้เพิ่ม 17 ชิ้น จึงจะพอดี และ 2. จำนวนที่ต้องอบคุกกี้เพิ่ม = จำนวนที่อบทาร์ตไข่ - จำนวนของทาร์ตไข่

4.3 องค์ประกอบที่ 3 การวางแผนและกำกับตรวจสอบ จากการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ในช่วงก่อนการทดลอง นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ไม่ชัดเจน ยังขาดรายละเอียดและ

ความต่อเนื่องของขั้นตอน ระบุขั้นตอนโดยเน้นไปที่สิ่งที่โจทย์ถามซึ่งเป็นส่วนสุดท้ายของขั้นตอนการแก้ปัญหา ในช่วงต่อ ๆ มา นักเรียนสามารถแสดงการประยุกต์นำความรู้มาใช่วางแผนที่มีขั้นตอนและรายละเอียดได้ ชัดเจนขึ้น ดังภาพ

ภาพ 3

ผลงานการวางแผนและกำกับตรวจสอบของนักเรียนหลังการทดลอง

5. ขั้นตอนการนำความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้หรือแนวคิดคณิตศาสตร์ที่ได้มาใช่วางแผนอย่างเป็นขั้นตอน
ขั้นตอนคร่าว ๆ ในแผนของเขาควรเป็นอย่างไร

1. กำหนดตัวแปรให้ชัดเจน
2. เขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ใส่เข้ามาให้กับทาร์ตไข่ที่ขายไป
3. จดจำและวิเคราะห์ตัวแปร
4. แทนค่าหาจำนวนทาร์ตไข่เดิม

จากภาพ 3 นักเรียนสามารถวางแผนและกำกับตรวจสอบได้ โดยระบุข้อความ ดังนี้ 1. กำหนดตัวแปรให้กับคุกกี้และทาร์ตไข่ 2. เขียนความสัมพันธ์ของคุกกี้ที่ทำเพิ่มกับทาร์ตไข่ที่ขายไป 3. จากนั้นแก้สมการหาค่าตัวแปร และ 4. แทนค่าหาจำนวนทาร์ตไข่เดิม

4.4 องค์ประกอบที่ 4 การดำเนินการตามแผน จากการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ในช่วงก่อนการทดลองและระหว่างการทดลองนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถดำเนินการได้อย่างถูกต้อง มีส่วนที่ดำเนินการผิดพลาด เนื่องจากขาดความรอบคอบในการคำนวณหรือมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน และเขียนโดยมุ่งเน้นแสดงการคำนวณเป็นหลัก ขาดการอธิบายรายละเอียด แต่ในระยะต่อ ๆ มา นักเรียนสามารถดำเนินการตามแผนได้ แสดงวิธีการคำนวณโดยอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจนขึ้น มีการนำความสัมพันธ์ที่ระบุไว้มาใช้ในการคำนวณ จนนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง และสามารถแปลความหมายของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับสถานการณ์ได้

จากการวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยจำแนกรายองค์ประกอบ สรุปได้ว่า นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นในทุกองค์ประกอบ โดยองค์ประกอบที่ 2 การบูรณาการข้อมูล เป็นองค์ประกอบที่นักเรียนมีพัฒนาการมากที่สุด ตามด้วยองค์ประกอบที่ 1 การแปลความหมายของปัญหา องค์ประกอบที่ 3 การวางแผนและกำกับตรวจสอบ และองค์ประกอบที่ 4 ความสามารถในการดำเนินการตามแผน ตามลำดับ

เมื่อวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการบูรณาการข้อมูล ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่มีพัฒนาการมากที่สุด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ถูกต้องและในรูปแบบที่หลากหลายตามความถนัดของตนเอง โดยนักเรียนที่มีพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าจะนำเสนอความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปของสมการ ขณะเดียวกันนักเรียนที่มีพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์น้อยกว่าจะเน้นการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลเป็นแผนภาพก่อนเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของสมการ และเมื่อวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการดำเนินการตามแผน ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่มีพัฒนาการน้อยที่สุด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการในด้านนี้ค่อนข้างน้อย โดยสามารถอธิบายแนวคิดและวิธีการในการดำเนินการได้ แต่ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบที่ถูกต้อง

อภิปรายผล

ผู้วิจัยมีประเด็นในการอภิปรายผลการวิจัย โดยมีรายละเอียด ดังนี้

1. การที่ผลการวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เมื่อเปรียบเทียบก่อนทดลองและหลังทดลอง และเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 65 เป็นไปตามสมมติฐาน อาจเนื่องมาจากการที่นักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการจัดการเรียนรู้ที่มีขั้นตอนของการทำความเข้าใจประเด็นต่าง ๆ ของสถานการณ์ และการฝึกฝนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดกับครูและเพื่อนในชั้นเรียน ผ่านขั้นตอนบางขั้นตอนที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้

ขั้นเรียนรู้ปัญหา (ขั้นที่ 1) เป็นขั้นที่นักเรียนได้แลกเปลี่ยนประสบการณ์ร่วมกันเกี่ยวกับสถานการณ์ที่สามารถพบเจอได้ในชีวิตจริง ตอบคำถามที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์นั้นเพื่อทำความเข้าใจ และร่วมกันแลกเปลี่ยนเกี่ยวกับปัจจัยต่าง ๆ ที่อาจส่งผลต่อปัญหา กำหนดข้อตกลงเบื้องต้น และระบุตัวแปรของปัญหา ผ่านการตอบคำถามไต่ระดับความคิด ซึ่งสอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการแปลความหมายของปัญหา จากที่กล่าวข้างต้นสอดคล้องกับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่ว่า ครูควรให้นักเรียนฝึกอ่านข้อความ อ่านปัญหา ทำความเข้าใจสถานการณ์ ปัญหา และข้อความในปัญหาที่ครูยกตัวอย่างในการสอนก่อนที่จะมุ่งหาคำตอบ โดยใช้การถามตอบกับนักเรียนเพื่อพัฒนาความเข้าใจปัญหา (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537; ทรงชัย อักษรคิด, 2555)

ขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบ เป็นขั้นที่นักเรียนนำข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดที่ได้จากขั้นก่อนหน้ามาสร้างความสัมพันธ์กันผ่านการตอบคำถามเพื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ต้องการกับข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ซึ่งอาจเป็นข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ชัดเจนและไม่ชัดเจน และร่วมกันสรุปภาพรวมของความสัมพันธ์ของข้อมูลทั้งหมดเพื่อนำไปกำหนดเป็นแผนการในการหาคำตอบ และในขั้นนี้นักเรียนจะได้รับการสอบถามพื้นฐานความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ๆ รวมถึงขั้นตอนวิธีการคำนวณที่ต้องนำมาใช้ในการหาคำตอบ เช่น การบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน หรือการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการบูรณาการข้อมูลและการวางแผนและกำกับตรวจสอบ และการทำลักษณะนี้สอดคล้องกับแนวคิดในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ว่าครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง และสร้างลักษณะนิสัยให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอด้วยตนเองอยู่เสมอ อาจใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหานั้น ๆ และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผน ก่อนที่จะลงมือทำตามแผน ตนเอง (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537; ทรงชัย อักษรคิด, 2555) และการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำได้ด้วยการตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียน หากนักเรียนมีความรู้ไม่เพียงพอ ครูจะต้องเสริม หรือทบทวน เพื่อให้นักเรียนมีความรู้เพียงพอที่จะนำไปในการแก้ปัญหา (สิริพร ทิพย์คง, 2544)

หลังจากที่นักเรียนได้กำหนดแผนการทั้งหมดในการหาคำตอบแล้ว นักเรียนจะอยู่ใน**ขั้นตอนการทางคณิตศาสตร์** โดยในขั้นนี้นักเรียนจะได้ใช้การถามตอบตลอดขั้นตอนการคำนวณ และในบางครั้งนักเรียนจะได้ออกมาแสดงขั้นตอนการคำนวณเป็นตัวอย่างให้กับเพื่อนร่วมชั้นซึ่งสอดคล้ององค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการตามแผน

จะเห็นว่าการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาจึงต้องเน้นที่การคิดวิเคราะห์ข้อมูลในปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนด เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะในการทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การวิเคราะห์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ความเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้จะทำให้ผู้เรียนเห็นแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหา (อัมพร ม้าคนอง, 2553) และแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่ว่า นักเรียนควรได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่แปลกใหม่ น่าสนใจ และท้าทาย รวมถึงได้ร่วมกันอภิปรายวิธีการแก้ปัญหายอย่างสม่ำเสมอ (Bitter et al., 1989)

2. การวิจัยครั้งนี้มีการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาในแต่ละองค์ประกอบซึ่งสอดคล้องกับผลการเปรียบเทียบทั้งสองนี้ข้างต้นของนักเรียน โดยจากการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่าการจัดการเรียนรู้สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ดีขึ้นทุกองค์ประกอบในระยะหลัง ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากในช่วงแรกของการจัดการที่เน้นไปที่การสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แม้จะเป็นการเรียนรู้ผ่านสถานการณ์และกระบวนการสร้างตัวแบบ แต่ยังคงถือว่าเป็นช่วงที่นักเรียนได้รับประสบการณ์น้อยในการฝึกฝนการแก้ปัญหา และยังไม่คุ้นชินกับการเรียนรู้ลักษณะนี้ และพัฒนาการนักเรียนจะดีขึ้นในระยะหลังการทดลองครั้งที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากหลังการเก็บข้อมูลระหว่างการทดลองครั้งที่ 1 นักเรียนได้รับประสบการณ์มากขึ้นและได้รับการเรียนรู้ลักษณะนี้มากขึ้นอย่างต่อเนื่องจนคุ้นชิน จึงส่งผลให้พัฒนาการความสามารถของนักเรียนดีขึ้นตามไปด้วย นอกจากนี้พบว่า นักเรียนบางคนยังมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาค่อนข้างน้อย ทั้งนี้อาจเนื่องจากนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของบางเนื้อหา จึงที่ส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถน้อย โดยเฉพาะในองค์ประกอบของการดำเนินการตามแผน

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลวิจัยไปใช้

1. ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ครูผู้สอนควรศึกษาพื้นฐานความรู้ความเข้าใจในบริบทของนักเรียนอย่างถี่ถ้วน เพื่อให้สถานการณ์ที่นำเสนอแก่นักเรียนทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น ลดช่วงเวลาในการอธิบายเพื่อปูพื้นฐานบริบทใหม่ และยังเอื้อต่อการให้นักเรียนสามารถนำเสนอความคิดในประเด็นต่าง ๆ ที่หลากหลาย

2. การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานี้ เน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรผ่านกระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม การนำการจัดการเรียนรู้ไปใช้ต้องคำนึงถึงความสอดคล้องและความเหมาะสมกับธรรมชาติของเนื้อหา

โดยเนื้อหาที่เหมาะสมกับการนำกระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ไปใช้นั้นต้องเป็นเนื้อหาที่สามารถประยุกต์การสอนให้สอดคล้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้

3. นักเรียนไม่คุ้นชินกับการเรียนรู้โดยใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในช่วงเริ่มต้น จึงทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมน้อย ดังนั้นครูควรอธิบายแนวทางในการเรียนรู้ ประโยชน์ของวิธีการ ทาวิธีสนับสนุนให้นักเรียนกล้าแสดงออกทางความคิด และลองผิดลองถูกในการตอบคำถาม โดยทำให้เห็นถึงโอกาสในการเรียนรู้จากข้อผิดพลาด

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ในระหว่างการศึกษา ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่านักเรียนสามารถอธิบายความคิดของตนเองในระหว่างเรียนเกี่ยวกับแนวคิดพร้อมให้เหตุผลในการตอบคำถาม และพบว่านักเรียนอธิบาย และแสดงเหตุผลได้ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงเห็นว่าควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้

2. ควรให้ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ซึ่งอาจส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเด่นชัดและดียิ่งขึ้น และเป็นการพัฒนาไปอย่างต่อเนื่อง

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ทรงชัย อักษรคิด. (2555). *การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์*. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). *การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์*. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ*. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ข). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. 3-คิวมีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). *การแถลงข่าวผลการประเมิน PISA 2018*.

<https://drive.google.com/file/d/18DKqGcld1dN6IWF07TXG8YZsQOg-NlWZ/view>

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลาง*

การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย

สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

- สุนีย์ คล้ายนิล. (2558). *การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนไทย: การพัฒนา - ผลกระทบ - ภาวะถดถอยในปัจจุบัน*. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.).
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาการเพื่อพัฒนาการ*. โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- Bitter, G. G., Edwards, N. T., & Hatfield, M. M. (1989). *Mathematics methods for the elementary & middle school: A comprehensive approach*. Allyn & Bacon.
- Bliss, K. M., Fowler, K. R., & Galluzzo, B. J. (2014). *Math modeling: Getting started & getting solutions*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).
- Common core state standards initiative (CCSSI). (n.d.). *High school: Modeling*.
<http://www.corestandards.org/Math/Content/HSM/>
- Consortium for Mathematics and Its Applications & Society for Industrial and Applied Mathematics (CMA & SIAM). (2019). *Guidelines for assessment & instruction in mathematical modeling education*.
https://www.siam.org/Portals/0/Publications/Reports/GAIMME_2ED/GAIMME-2nd-ed-final-online-viewing-color.pdf?ver=2020-05-06-013912-660
- Hernández, M. L., Levy, R., Felton-Koestler, M. D., & Zbiek, R. M. (2017). Mathematical modeling in the high school curriculum. *Mathematics Teacher*, 110(5).
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. Worth Publishers.
- Ministry of Education Singapore. (2019). *Mathematics syllabus secondary one to four normal (technical) course*. https://library.nie.edu.sg/sites/default/files/2020-01/2020-nt-maths_syllabus.pdf
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school Mathematics*. Reston, Va.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2017). *The common core Mathematics companion: The standards decoded, high school*. Corwin Publishers.
- Usiskin, Z. (2015). Mathematical modeling. *Mathematics teaching in the middle school*, 20(8).