



การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ กับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ Mathematics Instruction Based on Heuristics Approach and Mathematical Reasoning Ability

นพกร จิราศักดิ์เกษม¹ และ จินนดิษฐ์ ละออปักษิณ^{2*}
Noppakorn Jirasakkasem¹ and Jinnadit Laorpaksin^{2*}

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 และ 3) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ ตัวอย่าง คือ นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 จำนวน 1 ห้องเรียน 40 คน โดยใช้การเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง เครื่องมือวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ จำนวน 10 แผน และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.74 ส่วนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.63 วิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ร้อยละ การทดสอบค่าทีแบบ *t*-test for one sample และ dependent *t*-test และวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพโดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ 1) มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) มีการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น ทั้งในด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลและด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป ผลการวิจัยสะท้อนให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัด

คำสำคัญ : การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์, ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์, นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

¹ นิสิตมหาวิทยาลัย สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อีเมล : nop20497new@gmail.com
Master Student in Division of Mathematics Education, Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education, Chulalongkorn University.
Email: nop20497new@gmail.com

² รองศาสตราจารย์ ดร. ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อีเมล : jinnadit.l@chula.ac.th
Associate Professor (Ed.D.) in Division of Mathematics Education, Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education, Chulalongkorn University.
Email: jinnadit.l@chula.ac.th

Abstract

The study aimed to: 1) compare the mathematical reasoning ability of students before and after having been taught using mathematics instruction based on a heuristics approach, 2) compare the mathematical reasoning ability of students after using mathematics instruction based on a heuristics approach to the 60%, and 3) evaluate the mathematical reasoning ability of students taught using mathematics instruction based on a heuristics approach. The sample is 40 high school students in the secondary education area office Bangkok 1, selected through purposive sampling. The instruments used for research were ten mathematics lesson plans based on a heuristic approach and a mathematical reasoning ability test. The pre-test for mathematical reasoning ability had a reliability of 0.74, while the post-test had a reliability of 0.63. Data were analyzed using statistical mean, standard deviation, percentage, *t*-test for one sample, dependent *t*-test and content analysis. The results of the study revealed that: 1) the mathematical reasoning ability of students after using the mathematics instruction based on a heuristics approach was higher than the preliminary state at the .05 level of significance, 2) the mathematical reasoning ability scores of students after using the mathematics instruction based on a heuristics approach were not higher than 60% at the .05 level of significance, and 3) the mathematical reasoning ability of the students learning through the mathematics instruction based on a heuristics approach improved, both in terms of analyzing data relationships and evaluating the validity of conclusions. The study indicates that the mathematics instruction based on heuristics approach can significantly enhance mathematical reasoning ability.

Keywords: mathematics instruction based on heuristics approach, mathematical reasoning ability, eleventh-grade students

บทนำ

ประเทศไทยมีความมุ่งมั่นที่จะพัฒนากำลังคนของชาติด้วยการพัฒนาการศึกษาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของชาติในระดับโรงเรียน เพื่อให้เป็นพื้นฐานที่มั่นคงของการพัฒนาเทคโนโลยี โดยได้บรรจุไว้ชัดเจนในแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติตั้งแต่ ฉบับแรก (พ.ศ. 2504 - 2509) จนกระทั่งฉบับปัจจุบัน (พ.ศ. 2566 - 2570) (ยุทธศาสตร์ชาติ พ.ศ. 2561 – 2580, 2561) เป็นที่เชื่อกันในระดับนโยบายว่ารากฐานที่มั่นคงของการพัฒนาประเทศ ตั้งมั่นอยู่บนรากฐานของการมีนักวิทยาศาสตร์ นักเทคโนโลยี และบุคลากรด้านเทคนิคที่มากพอ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2558) โดยหนึ่งในวิชาที่เป็นกลไกสำคัญเพื่อพัฒนาให้บรรลุจุดมุ่งหมายข้างต้น คือ วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นวิชาที่มีบทบาทในการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ มีแบบแผน เป็นส่วนช่วยในการคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา และสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการศึกษาเกี่ยวกับวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องสำหรับยุคสมัยที่เปลี่ยนไปให้

สอดคล้องกับบริบทสังคม สภาพเศรษฐกิจ ความรู้ทางด้านเทคโนโลยีและวิทยาศาสตร์ ที่มีความเจริญไปอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (สสวท., 2560)

สถานการณ์ปัจจุบันทางการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศไทย พบว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ขาดทักษะและกระบวนการทั้งการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสารและนำเสนอแนวคิด การเชื่อมโยงเนื้อหา และความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งทักษะและกระบวนการเหล่านี้เป็นสิ่งที่จำเป็นในชีวิตประจำวัน (สสวท., 2555) โดยหนึ่งในทักษะที่ใช้ในชีวิตประจำวันมากที่สุดคือ ทักษะในการให้เหตุผล เนื่องจากในแต่ละวันมนุษย์ต้องให้เหตุผลกับคนอื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่น มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล ด้วยเหตุนี้การฝึกให้เหตุผลเป็นเรื่องจำเป็นที่ต้องฝึกฝนให้นักเรียนเกิดเป็นทักษะหรือความชำนาญ ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่ใช่เป็นเรื่องของการหาค่าความจริงที่เป็นจริงหรือเท็จเท่านั้น แต่ยังเป็นเรื่องที่อยู่ในชีวิตของทุกคน การให้เหตุผลในปัจจุบันจึงเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวนักเรียนและสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในการทำงานหรือในชีวิตประจำวันได้มากขึ้น อีกทั้งยังเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (อัมพร ม้าคนอง, 2559)

แม้ว่าประเทศไทยให้ความสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นอันดับต้น ๆ แต่จากผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติ (O-NET) คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ย้อนหลัง 5 ปีการศึกษาคือ พ.ศ. 2563 - 2567 พบว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 26.04, 21.28, 21.61, 19.96 และ 21.76 ตามลำดับ (สถาบันทดสอบทางการศึกษา, 2567) ซึ่งเป็นคะแนนเฉลี่ยที่ต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อยู่มาก แม้กระทั่งผลการประเมินในระดับนานาชาติ จากการทดสอบ Programme for International Student Assessment หรือ PISA ประจำปี 2565 ที่ประเมินนักเรียนที่มีอายุ 15 ปี ในส่วนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์พบว่า คะแนนเฉลี่ยประเทศไทยคือ 394 คะแนน ซึ่งต่ำกว่า The Organization for Economic Co-operation หรือ OECD คือ 472 คะแนน (สสวท., 2566) จากลักษณะของข้อสอบ PISA ในส่วนแรกเป็นคำถามปลายเปิดที่นักเรียนต้องสะท้อนความคิดที่เกิดจากการอ่านมาเป็นคำตอบมากกว่าที่จะเป็นการบรรยายซ้ำในสิ่งที่ได้อ่าน โดยผู้ตอบสามารถเขียนตอบได้หลายแบบ ความถูกต้องของคำตอบไม่ได้ขึ้นอยู่กับเนื้อหา แต่ขึ้นอยู่กับเหตุผลที่ใช้อธิบายการตอบ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2565) รูปแบบข้อสอบดังกล่าวทำให้เห็นว่าหนึ่งในสาเหตุที่คะแนนสอบ PISA ต่ำ อาจจะมีสาเหตุมาจากนักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังไม่มีดีพอ

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล ระบุความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้อง และยืนยันข้อสรุป (สสวท., 2555) โดยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะแบ่งเป็น 2 ด้าน ได้แก่ ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล เป็นความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล หรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ แล้วระบุความเกี่ยวข้องกันของข้อมูล เพื่อนำมาสร้างเป็นข้อสรุป และด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป เป็นความสามารถของนักเรียนในการแสดงแนวคิดเพื่อพิจารณา

ความสมเหตุสมผลของข้อสรุป โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายอย่างสมเหตุสมผล (ศิริดา กันอำ, 2562)

สาเหตุของปัญหาข้างต้นอาจมาจากการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในประเทศไทยเน้นการสอนความรู้และทักษะการคิดคำนวณเป็นส่วนมากและสอนให้นักเรียนเกิดความรู้ความจำมากกว่าการฝึกคิด ซึ่งเป็นสาเหตุหลักที่ทำให้นักเรียนไม่มีความเข้าใจในความรู้อย่างลึกซึ้ง และไม่ได้รับการฝึกกระบวนการคิดต่าง ๆ ทั้งการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล การคิดอย่างเป็นแบบแผน ซึ่งเป็นวัตถุประสงค์หลักของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ภัทราวดี เพิ่มประยูร, 2566) อีกทั้งสภาพการเรียนการสอนยังคงเป็นรูปแบบที่เน้นครูเป็นศูนย์กลาง ครูมักให้โจทย์ที่เป็นกระบวนการซ้ำ ๆ มีรูปแบบเดิม ๆ ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถคิดและแก้ปัญหาได้อย่างอิสระ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวไม่เหมาะสมกับสภาพสังคมยุคศตวรรษที่ 21 (วรนิพิฏ์ พันธุ์หนองหว้า, 2559) เพราะฉะนั้นจุดเน้นของการจัดการเรียนรู้จึงจำเป็นต้องมีการปรับเปลี่ยนจากที่เน้นการจำ มาเป็นการพัฒนานักเรียนให้เกิดความเข้าใจในหลักวิชา มีความรู้และเหตุผลเพียงพอในการนำความรู้ไปใช้สำหรับการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ที่พบ ครูจะต้องจัดการเรียนรู้ลักษณะที่เป็นแบบองค์รวมและตั้งเป้าหมายระดับห้องเรียนที่เอื้อต่อการพัฒนา และมีการบูรณาการเทคโนโลยีที่ทันสมัย ตอบโจทย์การเรียนรู้ของนักเรียนเข้ามาใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากขึ้น (Tashtoush et al. 2022)

หนึ่งในแนวทางที่นำมาใช้เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในหลักวิชา และสามารถคิดเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของความรู้คณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบ คือ แนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ ซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนเกิดกระบวนการเชื่อมโยงข้อมูล หรือแนวคิดที่มีความสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบผ่านการสำรวจและหาความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนของข้อมูลที่มีกับข้อมูลของสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ รวมถึงสามารถสร้างคำถามย่อยจากเนื้อหาที่มีความสัมพันธ์กัน (Sheffield, 2009, อ้างถึงใน นันทิยา กงละวัล, 2566)

ผลการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ ของ Singh et al. (2018) ที่ได้ศึกษาการใช้แนวทางฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน STEM พบว่า ความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนยังมีแสดงพฤติกรรมการคิดอย่างเป็นตรรกะและเป็นลำดับขั้นตอน และ กฤษฎา วรพิน (2559) ที่ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวการตั้งปัญหาและการคิดแบบฮิวริสติกส์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนยังแสดงพฤติกรรมการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้เมื่อดำเนินการหาคำตอบของปัญหาเสร็จสิ้น จึงอาจเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้การจัดการเรียนรู้ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

แม้งานวิจัยที่ผ่านมาได้ใช้แนวการคิดแบบฮิวริสติกส์สำหรับในขั้นตอนการแก้ปัญหา แต่ยังไม่มีการใช้แนวทางนี้สำหรับการสอนเนื้อหา เพื่อเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้เดิม หรือความรู้เดิมเข้ากับความรู้ใหม่ ในงานวิจัยนี้จึงต่อยอดโดยการนำแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์มาเป็นแนวทางที่นอกจากจะใช้สำหรับการสอน

แก้ปัญหา แล้วยังใช้สำหรับการทบทวนความรู้ และใช้สำหรับการสอนเนื้อหาใหม่ ผู้วิจัยจึงเล็งเห็นว่าการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ สามารถเป็นแนวทางที่ครูนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดแนวทางในการคิด ซึ่งใช้สำหรับการสร้างแนวคิดหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ผ่านการใช้กระบวนการทางสมองหรือกลไกทางปัญญาในการสังเกต จากนั้นสัมพันธ์ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในประเด็นที่เกี่ยวข้องกัน เพื่อเชื่อมโยงองค์ประกอบที่เป็นโครงสร้างกันอย่างเป็นระบบ แล้วจึงให้นักเรียนเป็นผู้สร้างแนวคิดหรือความรู้คณิตศาสตร์ใหม่ในแบบของตนเอง โดยใช้ความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของความรู้คณิตศาสตร์ แล้วปรับปรุงตามข้อเสนอแนะจากครูเพื่อให้ได้แนวคิดหรือความรู้คณิตศาสตร์ใหม่ที่ถูกต้อง ซึ่งส่งผลให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล ผ่านการนำความรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเกี่ยวข้องกันเชื่อมโยงเข้าหากัน ด้วยการใช้หลักการและข้อเท็จจริงของความรู้คณิตศาสตร์นั้น เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้คณิตศาสตร์ใหม่ แล้วใช้ตรรกะในการปรับความรู้นั้นให้สมบูรณ์มากขึ้นสำหรับขั้นตอนกระบวนการจัดการเรียนรู้จะใช้แนวการคิดแบบฮิวริสติกส์มาปรับใช้ในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติซึ่งมี 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นกระตุ้นความคิดและเตรียมความพร้อม ขั้นเชื่อมโยงสู่ความรู้ใหม่ ขั้นสัมพันธ์ความรู้สู่การใช้งาน และขั้นสรุปและสะท้อนคิด

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แสดงกรอบแนวคิดในการวิจัย (ภาพ 1)

ภาพ 1

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ตัวแปรต้น

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์

1. ขั้นกระตุ้นความคิดและเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนคิดทบทวนเกี่ยวกับความรู้คณิตศาสตร์เดิม จากนั้นใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจพร้อมทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นให้กับนักเรียน
2. ขั้นเชื่อมโยงสู่ความรู้ใหม่ เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องกันระหว่างความรู้คณิตศาสตร์เดิม โดยการจัดระบบเป็นกลุ่มของความรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเกี่ยวข้องกัน แล้วเชื่อมโยงเพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้คณิตศาสตร์ใหม่
3. ขั้นสัมพันธ์ความรู้สู่การใช้งาน เป็นขั้นที่ครูนำเสนอตัวอย่างสถานการณ์ที่หลากหลาย ซึ่งเป็นปัญหาที่ใช้ทั้งความรู้คณิตศาสตร์ใหม่และความรู้คณิตศาสตร์เดิม โดยครูเป็นผู้สนับสนุนให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ สังเกตข้อมูลในสถานการณ์ และกับกระบวนการแก้ปัญหา ที่มีโครงสร้างสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบ
4. ขั้นสรุปและสะท้อนคิด เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางและหลักการสำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหา ตลอดจนข้อผิดพลาดที่มักเกิดขึ้นจากการใช้ความรู้คณิตศาสตร์ใหม่หรือกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนจัดระบบความรู้ และแนวทางกับหลักการในการแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบ

ตัวแปรตาม

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล แล้วระบุความเกี่ยวข้องกัน เพื่อสร้างเป็นข้อสรุป
2. ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป เป็นความสามารถในการแสดงแนวคิด เพื่อพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป โดยอาศัยความรู้คณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหามาประกอบคำอธิบายอย่างสมเหตุสมผล

วัตถุประสงค์

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ กับเกณฑ์ร้อยละ 60
3. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์

วิธีการวิจัย

1. ประชากรและตัวอย่าง

1.1 ประชากร คือ นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

1.2 ตัวอย่าง คือ นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 จำนวน 1 ห้องเรียน 40 คน โดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling)

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ ประกอบไปด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ จำนวน 10 แผน แผนละ 50 นาที และ 2) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ จำนวน 10 แผน ซึ่งครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง หลักการนับเบื้องต้น สารการเรียนรู้เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 10 แผน ผู้วิจัยเริ่มจากการวิเคราะห์เนื้อหาห้อยย่ทั้งหมดในเรื่องหลักการนับเบื้องต้น จากนั้นนำหลักการที่นิยามไว้เกี่ยวกับการคิดแบบฮิวริสติกส์มาพิจารณาว่า เนื้อหาห้อยย่ในแต่ละเรื่องมีความสัมพันธ์กันอย่างไร และเนื้อหาห้อยย่ในแต่ละเรื่องสามารถเชื่อมโยงเข้าหากันได้โดยอาศัยความรู้เรื่องใดมาเป็นฐานสำหรับเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้ใหม่ จากนั้นจึงเริ่มวิเคราะห์ลำดับการสอนเนื้อหาห้อยย่ โดยจะนำเนื้อหาห้อยย่ที่เป็นพื้นฐานและสามารถเชื่อมโยงเข้าสู่เนื้อหาถัดไปได้มาสอนก่อน ซึ่งได้ลำดับของเนื้อหาในการสอนและจำนวนแผนที่ใช้ในเนื้อหา ได้แก่ 1) หลักการบวก จำนวน 1 แผน 2) หลักการคูณ จำนวน 1 แผน 3) แยกทอเรียล จำนวน 1 แผน 4) การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด จำนวน 2 แผน 5) การเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด จำนวน 1 แผน 6) การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด จำนวน 2 แผน 7) การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด จำนวน 1 แผน และ 8) ทฤษฎีบททวินาม จำนวน 1 แผน จากนั้นสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามลำดับของเนื้อหาห้อยย่ดังกล่าว แล้วนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความเหมาะสม

ของกิจกรรม และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุง นำข้อเสนอแนะจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์มาปรับปรุง และนำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้กับนักเรียนตัวอย่าง

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน 1 ฉบับ ฉบับหลังเรียน 1 ฉบับ และฉบับระหว่างเรียน 3 ฉบับ รวม 5 ฉบับ โดยแบบวัดฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียน มีจำนวนข้อสอบฉบับละ 8 ข้อ ส่วนแบบวัดฉบับระหว่างเรียน มีจำนวนข้อสอบฉบับละ 4 ข้อ โดยข้อสอบของทุกฉบับเป็นข้อสอบแบบ 2 ระดับ ประกอบด้วยข้อสอบปรนัย 2 ตัวเลือกและคำถามเพื่อถามเหตุผลที่เลือกตัวเลือกนั้น ๆ โดยเนื้อหาที่นำมาใช้ในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งมีเนื้อหา ได้แก่ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ระบบสมการ กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง สถิติ ความน่าจะเป็น และวงกลม โดยที่เนื้อหาทั้งหมดนี้เป็นเนื้อหาที่นักเรียนเคยศึกษามาแล้ว

ในการพัฒนาแบบวัดความสามารถ ผู้วิจัยเริ่มจากการสร้างแบบวัดฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียน ฉบับละ 14 ข้อ และแบบวัดฉบับระหว่างเรียน จำนวน 3 ฉบับ ฉบับละ 6 ข้อ นำแบบวัดทุกฉบับเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา แล้วปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา จากนั้นส่งให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน โดยเป็นอาจารย์ที่สอนในระดับอุดมศึกษาทางด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ 1 ท่าน และอีก 2 ท่าน เป็นครูที่มีประสบการณ์สอน 3 ปีขึ้นไปในระดับมัธยมศึกษา เพื่อพิจารณาประเมินความตรงและความเหมาะสมเชิงเนื้อหาของแบบวัด แล้วหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (IOC) โดยเลือกข้อสอบที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องมากกว่า 0.5 มาปรับปรุง เพื่อสร้างเป็นแบบวัดความสามารถฉบับทดลอง จากการหาค่า IOC พบว่าข้อสอบทุกข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1.00 จากนั้นนำไปทดลองกับนักเรียนที่ไม่ใช่ตัวอย่าง ทั้งนี้แบบวัดฉบับระหว่างเรียนจะไม่ได้นำไปทดลอง เนื่องจากแบบวัดฉบับระหว่างเรียนผู้วิจัยใช้สำหรับตรวจสอบการเขียนอธิบายเพื่อพัฒนาการของนักเรียน จากนั้นนำแบบวัดที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความยาก (Difficulty index) ซึ่งต้องอยู่ระหว่าง 0.20 ถึง 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination index) ต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป และความเที่ยง (Reliability) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป เพื่อคัดเลือกข้อสอบที่ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกผ่านเกณฑ์เพื่อสร้างเป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียน พบว่า แบบวัดฉบับก่อนเรียนมีค่าความยากตั้งแต่ 0.27 ถึง 0.80 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.21 ถึง 0.44 และค่าความเที่ยงเป็น 0.74 และแบบวัดฉบับหลังเรียนมีค่าความยากตั้งแต่ 0.29 ถึง 0.63 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.23 ถึง 0.54 และค่าความเที่ยงเป็น 0.63 ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการวิจัยได้

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ก่อนเริ่มการทดลอง ผู้วิจัยทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน โดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ใช้เวลาทดสอบ 40 นาที

2. ผู้วิจัยเริ่มจัดกิจกรรมเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ออกแบบไว้ โดยหลังใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4, 7 และ 10 จะทำการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน ฉบับที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ ซึ่งใช้เวลาทดสอบ ฉบับละ 20 นาที

3. หลังการทดลอง ผู้วิจัยทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน โดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ใช้เวลาทดสอบ 40 นาที

4. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ฉบับหลังเรียน และฉบับระหว่างเรียนมาตรวจให้คะแนน จากที่รูปแบบของข้อสอบทุกข้อเป็นข้อสอบแบบ 2 ระดับ ประกอบด้วยข้อสอบปรนัย 2 ตัวเลือก และคำถามเพื่อถามเหตุผลที่เลือกตัวเลือกนั้น ๆ โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ 1) ถ้านักเรียนเลือกคำตอบถูกต้องได้ 1 คะแนน และหากเลือกคำตอบผิดได้ 0 คะแนน และ 2) ถ้านักเรียนเขียนแสดงเหตุผลได้ถูกต้อง ครบถ้วน ชัดเจน ได้ 3 คะแนน แต่ถ้าหากเขียนแสดงเหตุผลได้ไม่ชัดเจนหรือไม่ถูกต้องคะแนนจะลดตามลำดับเป็น 2, 1 หรือ 0 คะแนน จากนั้นนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูล

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

4.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยนำคะแนนสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียน มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (M) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t) ดังนี้

4.1.1 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน โดยทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (dependent t -test)

4.1.2 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตกับเกณฑ์ด้วยการทดสอบค่าที (t -test for one sample)

4.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ข้อมูลจากร่องรอยการเขียนที่ปรากฏจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน จำนวน 3 ฉบับ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (Content analysis) ตามด้านของการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ด้าน

ผลการวิจัย

ผลการวิจัยแบ่งเป็น 3 ข้อตามวัตถุประสงค์ ดังนี้

1. คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์หลังการจัดการเรียนรู้ ($M = 20.61, SD = 8.41$) สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนการจัดการเรียนรู้ ($M = 8.78, SD = 3.75$) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ($t(39) = 9.49, p < .001$) (ตาราง 1)

ตาราง 1

ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ จำนวน 40 คน

ตัวแปร	คะแนนเต็ม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		<i>t</i>	<i>p</i>
		<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>		
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	32	8.78	3.75	20.61	8.41	9.49*	<.001

หมายเหตุ. * มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์หลังการจัดการเรียนรู้ ($M = 20.61$, $SD = 8.41$) ไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ($t(39) = -0.06$, $p = .15$) (ตาราง 2)

ตาราง 2

ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ จำนวน 40 คน กับเกณฑ์ร้อยละ 60 (19.2 คะแนน)

ตัวแปร	คะแนนเต็ม	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	32	20.61	8.41	-0.06	.15

3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์มีพัฒนาการที่ดีขึ้นอย่างต่อเนื่องทั้งในด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป โดยผู้วิจัยนำเสนอผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละด้านเป็น 3 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 ศึกษาจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน 1 ระยะที่ 2 ศึกษาจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน 2 และระยะที่ 3 ศึกษาจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน 3

3.1 ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล

นักเรียนส่วนใหญ่ในระยะที่ 1 สามารถเขียนเหตุผลออกมาได้เล็กน้อย โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งยังไม่ถูกต้อง (ภาพ 2) ต่อมาในระยะที่ 2 นักเรียนสามารถเขียนอธิบายเหตุผลได้ดีขึ้นและยังมีการใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งเหตุผลที่นักเรียนเขียนมามีความชัดเจนและถูกต้อง (ภาพ 3) และในระยะที่ 3 นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์มาใช้สำรวจความสัมพันธ์ได้และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ชัดเจน (ภาพ 4)

ภาพ 2

ผลงานของนักเรียนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน 1 ในด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล

คำถามข้อที่ 2.1 ถ้าทราบจำนวนนักเรียนทั้งหมดในห้องนี้จะสามารถหาพิสัยของน้ำหนักนักเรียนห้องนี้ได้หรือไม่ พิสัย $\text{Max} - \text{Min}$

☐ ได้ ☒ ไม่ได้

ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลของคำตอบที่เลือก

เพราะ ค่าเฉลี่ยของน้ำหนักกับแผนไม่ได้เฉลี่ยกับน้ำหนักนักเรียนจริงที่จริง

ภาพ 3

ผลงานของนักเรียนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน 2 ในด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล

คำถามข้อที่ 2.1 หากต้องการจัดนักเรียนชายและนักเรียนหญิงยืนแถวตรงสลับกันทีละ 1 คน จะทำได้หรือไม่

☐ ได้ ☒ ไม่ได้

ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลของคำตอบที่เลือก

เพราะ จำนวนนร. ชาย นล. นร. หญิง มีจำนวนไม่เท่ากัน นร. ชาย มีจำนวนมากกว่า นร. หญิง 2 คน ทำให้สลับแถว

นร. ชาย 9 คน สดุดะจักษ์กัน

ภาพ 4

ผลงานของนักเรียนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน 3 ในด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล

คำถามข้อที่ 1.1 นักเรียนสามารถเรียงลำดับค่า a , h และ k จากน้อยไปมาก ได้หรือไม่

☐ ได้ ☒ ไม่ได้

ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลของคำตอบที่เลือกจากกราฟที่ให้

ไม่สามารถเรียงลำดับ a , h และ k จากน้อยไปมาก ไม่รู้ค่า a ว่างแน่นอน อาจากข้ออื่นมากกว่า

จึงเรียงตามลำดับข้อ: ข้อ a กับ h ไม่ได้

3.2 ด้านการวิเคราะห์ความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

นักเรียนส่วนใหญ่ในระยะที่ 1 สามารถเลือกข้อสรุปได้ถูกต้อง แต่เหตุผลที่นักเรียนเลือกมายังไม่ถูกต้อง โดยเหตุผลที่นักเรียนเขียนมาคือ “อาจมีการหาคำตอบได้หลายวิธี แต่ถ้าเราเลือกใช้วิธีนี้อาจทำให้ได้หลายคำตอบ แต่ถ้าเลือกใช้สูตรที่ถูกต้อง ซึ่งจะมีคำตอบได้แค่ 1 คำตอบ” สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนไม่มั่นใจในคำตอบของตนเอง จึงเลือกเขียนเหตุผลแบบกว้าง ๆ (ภาพ 5) ต่อมาในระยะที่ 2 นักเรียนสามารถลงข้อสรุปได้ดีมากขึ้น โดยมีการวาดกราฟมาประกอบ พร้อมกับการใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่ให้ ก่อนที่จะลงข้อสรุป จะเห็นได้ว่านักเรียนใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดมาวาดเป็นกราฟเพื่อดูแนวโน้มของกราฟ จากนั้นจึงใช้กราฟที่วาดในการลงข้อสรุป (ภาพ 6) และในระยะที่ 3 นักเรียนสามารถเขียนอธิบายเหตุผลโดยการนำกฎสูตร หรือนิยาม มาให้เหตุผลและใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ก่อนที่จะลงข้อสรุป ซึ่งนักเรียนมีการอ้างสมบัติของความชันของกราฟเส้นตรงก่อนที่จะนักเรียนจะลงข้อสรุป (ภาพ 7)

ภาพ 5

ผลงานของนักเรียนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน 1 ในด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

คำถามข้อที่ 1.2 คำตอบของระบบสมการ L_1 กับ L_2 มีหลายคำตอบ ใช่หรือไม่

☐ ใช่ ☒ ไม่ใช่

ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลของคำตอบที่เลือก

อาจมีการหาคำตอบได้หลายวิธี แต่ถ้าเราเลือกใช้วิธีนี้อาจทำให้ได้หลายคำตอบ แต่ถ้าเลือกใช้สูตรที่ถูกต้อง ซึ่งจะมีคำตอบได้แค่ 1 คำตอบ

ภาพ 6

ผลงานของนักเรียนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน 2 ในด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

คำถามข้อที่ 1.2 ถ้า $(1, 1)$, $(2, 0)$ และ $(4, 9)$ เป็นจุดบนพาราโบลาแล้ว $a > 0$ ใช่หรือไม่

☒ ใช่ ☐ ไม่ใช่

ให้นักเรียนวาดกราฟเพื่อให้เหตุผลของคำตอบที่เลือก

พาราโบลาที่หาค่าได้คือ $y = x^2 - 2x + 1$ เราได้กราฟพาราโบลาแบบ ดังนั้น a ต้องมากกว่า 0

ภาพ 7

ผลงานของนักเรียนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน 3 ในด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

คำถามข้อที่ 2.2 $m_1 \times m_2 \geq 0$ ใช่หรือไม่

☐ ใช่ ☒ ไม่ใช่

ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลของคำตอบที่เลือกจากกราฟที่ให้

เพื่อหากว่า L_1 จำนวนน้ำร้อนที่ให้ความร้อนให้ของ และ L_2 จำนวนของน้ำที่ให้ความร้อน

ในน้ำเย็นมาก และเมื่อไม่ได้นำไปใช้แล้ว

อภิปรายผล

ในการอภิปรายผลครั้งนี้ผู้วิจัยได้แบ่งการอภิปรายผลตามผลการวิจัยรายข้อ ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 การที่ผลวิจัยออกมาเช่นนี้ มีเหตุผลมาสนับสนุน ดังนี้

ประการที่หนึ่ง ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ ในขั้นกระตุ้นความคิดและเตรียมความพร้อม กับขั้นเชื่อมโยงสู่ความรู้ใหม่ เป็นขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิดเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ ก่อนที่จะเริ่มเชื่อมโยงความรู้เดิมเข้าสู่ความรู้ใหม่ ส่งผลให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเชิงลึกอย่างค่อยเป็นค่อยไป ซึ่งทำให้นักเรียนเข้าใจโครงสร้างของความรู้อย่างชัดเจนมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้การที่นักเรียนได้สร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมเข้ากับความรู้ใหม่ แล้วนักเรียนยังต้องสร้างข้อสรุปออกมาเป็นทฤษฎีต่าง ๆ ซึ่งจะเห็นได้จากขั้นเชื่อมโยงสู่ความรู้ใหม่ ในขั้นสัมพันธ์ความรู้สู่การใช้งาน ส่งเสริมให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา กับความรู้ต่าง ๆ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาร่วมกับความรู้มาให้เหตุผลได้ และในขั้นสรุปและสะท้อนคิด ส่งเสริมให้นักเรียนสรุปแนวทางและหลักการสำคัญในการแก้ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์ใหม่นั้น ตลอดจนสะท้อนข้อผิดพลาดที่จะเกิดขึ้น ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถให้เหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล สอดคล้องกับ จินดิษฐ์ ละออปักชิน (2563) ที่กล่าวว่า กระบวนการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองอย่างอิสระ ทดลอง เก็บข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ และหาเหตุผลรองรับหรือพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ ปรับปรุง สรุป อาจมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับนักเรียน

ประการที่สอง กระบวนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการค้นพบความรู้และสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ผ่านการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ หลักการ วิธีการ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ใหม่ หรือวิธีการแก้ปัญหา โดยเนื้อหาที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้คือ หลักการนับเบื้องต้น ซึ่งเป็นเนื้อหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนทุกระดับมีโอกาสทำได้มากขึ้น เนื่องจากเนื้อหานี้มีทฤษฎีและหลักการไม่มาก แต่จะเน้นที่การจินตนาการและเหตุผลของนักเรียน ทำให้นักเรียนต้องใช้กระบวนการคิดและแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยวิธีการที่เหมาะสม ซึ่งในการแก้ปัญหาหนึ่งปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี นักเรียนไม่จำเป็นต้องมีวิธีคิดเหมือนกับคนอื่น ๆ ถึงแม้ว่าวิธีการจะไม่เหมือนคนอื่น ๆ แต่คำตอบที่ได้กลับเท่ากัน สอดคล้องกับ Cai (2010) ที่กล่าวว่า เนื้อหาเรื่องหลักการนับเป็นเนื้อหาที่นักเรียนสามารถออกแบบวิธีการแก้ได้หลากหลายรูปแบบ จากนั้นจึงตัดสินใจเลือกวิธีการแก้ปัญหาไปตามประสบการณ์ของนักเรียนเอง นอกจากนี้เนื้อหาของเรื่องนี้ยังสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่เคยเรียนก่อนหน้าเข้ากับมโนทัศน์ใหม่ได้ จึงเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถค้นพบวิธีการต่าง ๆ ที่หลากหลายทั้งในการแก้ปัญหาหรือทั้งในการเชื่อมโยงความรู้เดิมเข้ากับความรู้ใหม่ อีกทั้งยังส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และสอดคล้องกับ National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2009) ที่เสนอว่าการมุ่งเน้นให้นักเรียนค้นพบความเชื่อมโยงระหว่างความรู้ จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นว่าความรู้ใหม่มีส่วนที่ต่อยอดจากความรู้เดิมอย่างไร ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 การที่ผลวิจัยออกมาเช่นนี้ มีเหตุผลมาสนับสนุน ดังนี้

ประการที่หนึ่ง ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความสำคัญ เนื่องจากความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะพื้นฐานของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (NCTM, 2000) แต่ในการพัฒนาต้องใช้ระยะเวลาในการพัฒนานาน และต้องได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่องจึงจะเห็นผล สอดคล้องกับ NCTM (2000) ที่กล่าวว่า การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการระยะยาว ที่เกิดขึ้นต่อเนื่องตลอดช่วงการเรียนรู้ และต้องพัฒนาอย่างค่อยเป็นค่อยไปให้เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน และสอดคล้องกับ McCuen (2023) ที่กล่าวว่า การพัฒนาทักษะและกระบวนการต้องอาศัยประสบการณ์อย่างต่อเนื่อง ซึ่งไม่สามารถทำได้ในเวลาอันสั้น แต่ในงานวิจัยครั้งนี้มีข้อจำกัดที่ทำให้ไม่สามารถพัฒนาได้อย่างเต็มรูปแบบ เนื่องจากจำนวนครั้งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และระยะเวลาต่อแผนการจัดการเรียนรู้อาจไม่มากพอ โดยมีระยะเวลาต่อหนึ่งแผนการจัดการเรียนรู้มีเพียง 50 นาที จึงเป็นส่วนหนึ่งที่ส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประการที่สอง จากการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน พบว่านักเรียนกลุ่มสูงจำนวน 8 คน มีคะแนนเฉลี่ย 29.63 คะแนน นักเรียนกลุ่มกลางจำนวน 16 คน มีคะแนนเฉลี่ย 21.58 คะแนน และนักเรียนกลุ่มต่ำจำนวน 8 คน มีคะแนนเฉลี่ยที่ 7.38 คะแนน ซึ่งทำให้เห็นว่าการจัดการ

เรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์จะมีประสิทธิภาพกับนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มกลางอย่างชัดเจน เนื่องจากกระบวนการจัดการเรียนรู้ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของนักเรียน ซึ่งเป็นปัจจัยที่สำคัญ หากนักเรียนมีพื้นฐานความรู้ดี นักเรียนก็จะสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของความรู้ได้อย่างรวดเร็ว เมื่อวิเคราะห์เนื้อหาบ่อยบางเนื้อหาในเรื่องหลักการนับเบื้องต้นพบว่า เนื้อหาย่อยบางเรื่องมีความซับซ้อนของการเชื่อมโยงความรู้ค่อนข้างมาก ส่งผลให้นักเรียนในกลุ่มต่ำไม่สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ได้ จนทำให้นักเรียนกลุ่มต่ำหมดกำลังใจในการเชื่อมโยง เช่น ในหัวข้อการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด ต้องใช้ความรู้พื้นฐานหลายอย่างไม่ว่าจะเป็นเรื่องหลักการคูณ การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด และกระบวนการทางพีชคณิต สำหรับเชื่อมโยงความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้มาซึ่งสูตรการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด นักเรียนกลุ่มต่ำอาจเชื่อมโยงได้ยากด้วยตนเอง จากสาเหตุที่กล่าวมาข้างต้นมีส่วนสำคัญที่ทำให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่ดีเท่าที่ควร จึงเป็นสาเหตุที่ทำให้ในการทดสอบสมมติฐานไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ สอดคล้องกับ Cellucci (2018) ที่กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ นักเรียนต้องอาศัยทักษะที่สูง นักเรียนจะสามารถเรียนรู้ด้วยกระบวนการนี้ได้ดีเมื่อนักเรียนต้องผ่านการฝึกฝนมาพอสมควร และสอดคล้องกับ Goldin (2004) ที่กล่าวว่า ในเรื่องหลักการนับเบื้องต้น ถึงแม้ว่านักเรียนจะอยู่ห่างจากเป้าหมายเพียงเล็กน้อย ก็อาจจะล้มเลิกด้วยความย่อท้อหลังจากที่พยายามเพียงไม่กี่ครั้ง ในขณะที่นักเรียนคนอื่น ๆ ผ่านอุปสรรคนี้ด้วยความพยายามและการทำงานอย่างเป็นระบบขั้นตอน

3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์มีพัฒนาการที่ดีขึ้นอย่างต่อเนื่องทั้งในด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

3.1 ในด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล นักเรียนตัวอย่างมีการพัฒนาการอย่างต่อเนื่อง โดยในช่วงแรกนักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้แต่ยังไม่ชัดเจน เมื่อนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์อย่างต่อเนื่อง ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ มีความชัดเจน และมีการเขียนอธิบายมากขึ้น ซึ่งอาจเป็นเพราะการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านปัญหาหรือสถานการณ์ที่เน้นให้นักเรียนพิจารณา จำแนกความสัมพันธ์ของข้อมูล และอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูล ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ดีขึ้น และสอดคล้องกับ Zainudin et al. (2025) ที่กล่าวว่า กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเชื่อมโยงความสัมพันธ์จนเกิดการค้นพบความรู้ใหม่ สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

3.2 ในด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป นักเรียนตัวอย่างมีการพัฒนาขึ้นอย่างเห็นได้ชัด โดยหลังการใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเลือกข้อสรุปได้ถูกต้อง และในการ

เขียนอธิบายเหตุผลนักเรียนจะนำกฎ บท สูตร หรือนิยาม ร่วมกับข้อมูลจากสถานการณ์ที่นำมาใช้สำหรับการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งอาจเป็นเพราะการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ ในขั้นกระตุ้นความคิดและเตรียมความพร้อม เป็นขั้นตอนที่ครูจะทบทวนความรู้เดิมที่จำเริญให้กับนักเรียน ทำให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอ รวมทั้งทราบความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมกับความรู้เดิม เพื่อใช้สำหรับเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้ใหม่ ในช่วงแรกนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถนำความรู้เดิมไปสร้างความสัมพันธ์เข้าสู่ความรู้ใหม่เพื่อลงเป็นข้อสรุปของความรู้ใหม่ได้ จึงมีวิธีการจัดกลุ่มอย่างสุ่มให้กับนักเรียนร่วมกันสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมเข้าสู่ความรู้ใหม่ โดยพบว่านักเรียนทุกคนต่างร่วมกันอภิปรายข้อสรุปที่ตนเองสร้างกับสมาชิกในกลุ่มคนอื่น ๆ ส่วนหนึ่งอาจเป็นเพราะกระบวนการของกลุ่มส่งเสริมให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มต่างเข้ามามีส่วนร่วมในการนำเสนอความคิดของตนเอง ไม่ว่าจะเป็นนักเรียนเก่ง กลาง หรืออ่อน ก็จะร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับข้อสรุปของตนเอง ถึงแม้ว่าข้อสรุปบางข้อจะไม่ถูกต้อง ก็จะเกิดการโต้แย้งจากสมาชิกในกลุ่ม สอดคล้องกับงานวิจัยของ พิชาณิกา เพชรสังข์ (2556) ที่พบว่า เมื่อนักเรียนได้อธิบายเหตุผลของตนเอง ถึงแม้ว่าคำตอบของนักเรียนจะไม่ตรงกับคนอื่น ๆ ก็ไม่ได้แสดงว่าสิ่งที่นักเรียนทำนั้นผิด แต่นักเรียนต้องสามารถอธิบายได้ว่าเพราะเหตุใดถึงตอบเช่นนั้น และเป็นการพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลวิจัยไปใช้

1. เนื่องจากเนื้อหาในบางหัวข้อของเรื่องหลักการนับเบื้องต้นมีความซับซ้อนในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิม เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ใหม่ค่อนข้างมาก จนทำให้ในบางครั้งนักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ความรู้ใหม่ได้ครบถ้วน จึงควรเพิ่มเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิดเชื่อมโยงที่ดีขึ้น เช่น การใช้สื่อเทคโนโลยี การใช้เทคนิคการจัดกลุ่มให้กับนักเรียน การใช้กลวิธีเชิงภาพ หรือการใช้สื่อรูปธรรมที่นักเรียนสามารถจับต้องได้ เป็นต้น

2. เนื่องจากในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ ส่งเสริมให้นักเรียนที่เชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล ครูควรลดบทบาทในการบอกความรู้ และควรให้เวลากับนักเรียนในการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมเข้ากับความรู้เดิม และเชื่อมโยงความรู้เดิมเข้าสู่ความรู้ใหม่ได้ ในการทำงานของนักเรียนจะมีปัญหาต่าง ๆ เข้ามาอยู่เสมอ ครูต้องคอยสังเกต สอบถาม พูดคุย และเสริมแรงทางบวกให้กับนักเรียนอย่างทั่วถึง ตลอดจนให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนพบอุปสรรคต่าง ๆ

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยระยะยาวเกี่ยวกับความคงทนของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ เนื่องจากในการวิจัยครั้งนี้มีการวัดผลทันทีหลังการจัดการเรียนรู้ ดังนั้นผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นในระยะยาวจึงยังไม่สามารถทราบได้อย่างแน่ชัด

การวิจัยในอนาคตจึงควรมีการศึกษาความคงทนของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยมีการติดตามผลนักเรียนในระยะเวลาที่นานขึ้น เช่น 1 เดือนหลังการจัดการเรียนรู้ หรือภาคเรียนถัดไป ว่านักเรียนยังสามารถคงทักษะเหล่านี้ได้หรือไม่ อย่างไร

2. หลังจากที่นักเรียนตัวอย่างได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ไปช่วงหนึ่ง ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการอภิปราย แสดงความคิดเห็นกับนักเรียนคนอื่น ๆ มากขึ้นอย่างชัดเจน ซึ่งมีแนวโน้มทำให้เห็นว่านักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหามากขึ้น จึงอาจเป็นส่วนหนึ่งทำให้นักเรียนมีแนวโน้มต่อเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น ดังนั้นในการทำวิจัยครั้งถัดไปอาจศึกษาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- กฤษฎา วรพิน. (2559). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการตั้งปัญหาและการคิดแบบฮิวริสติกส์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. [วิทยานิพนธ์ปริญญาคุุณบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย]. CUIR.
<https://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/54973>
- จินดิษฐ์ ละออปักชิน. (2563). การพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นันทิยา กงละวัล. (2566). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์กับวิธีการเรียนรู้เชิงภาพที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย]. CUIR.
<https://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/85824>
- พิชานิกา เพชรสังข์. (2556). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย]. CUIR. <https://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/43134>
- ภัทราวดี เพิ่มประยูร. (2566). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการเรียนรู้ CORE ที่มีต่อความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย]. CUIR.
<https://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/85781>
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2565). กระบวนการแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (พิมพ์ครั้งที่ 2). ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น และมูลนิธิการศึกษาเพื่อพัฒนาทักษะการคิด.

- ยุทธศาสตร์ชาติ พ.ศ. 2561 - 2580. (2561, 13 ตุลาคม). ราชกิจจานุเบกษา. เล่ม 135 ตอนที่ 82ก. หน้า 1-71. <https://share.google/Li8WTv4LX3sp8qCrf>
- วรนิพิฏ์ พันธุ์หนองหว่า. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างไม่สมบูรณ์ร่วมกับกลวิธีการเสริมต่อความคิดที่มีต่อความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย]. CUIR. <http://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/55144>
- ศิรดา กันอ่ำ. (2562). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย]. CUIR. <https://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/70007>
- สถาบันทดสอบทางการศึกษา. (2567). ค่าสถิติผลการทดสอบ O-NET. <https://catalog.niets.or.th/>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). 3 - คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2558). กิจกรรมสะเต็มศึกษา ระดับชั้นมัธยมศึกษา (ม.1 - ม.6) (เล่ม 2). <https://scimath.org/index.php/ebook-stem/item/13060-1-6-2-2>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2560). คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. <https://www.scimath.org/ebook-mathematics/item/8380-2560-2551-8380>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2566). ผลการประเมิน PISA 2022. <https://pisathailand.ipst.ac.th/news-21/>
- สาวิตรี มูลสุวรรณ. (2557). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย]. CUIR. <https://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/44636>
- อัมพร ม้าคนอง. (2559). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- Cai, J. (2010). *Commentary on problem solving heuristics, affect, and discrete mathematics : A representtational discussion*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-00742-2_25

- Cellucci, C. (2018). *The making of mathematics: Heuristic philosophy of mathematics*. Springer.
- Goldin, G. A. (2004). Problem solving heuristics, affect, and discrete mathematics. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 36(2), 56–60.
<https://link.springer.com/article/10.1007/BF02655759>
- McCuen, R. H. (2023). *Critical thinking, idea innovation, and creativity* (1st ed.). CRC Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school Mathematics*. <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2009). *Focus in high school mathematics: Reasoning and sense making*. <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Focus-in-High-School-Mathematics/>
- Singh, P., Teoh, S. H., Cheong, T. H., Rasid, N. S. M., Kor, L. K., & Nasir, N. A. M. (2018). The use of problem-solving heuristics approach in enhancing STEM students' development of mathematical thinking. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(3), 289–303. <https://doi.org/10.12973/iejme/3921>
- Tashtoush, M. A., Wardat, Y., Aloufi, F., & Taani, O. (2022). The effect of a training program based on TIMSS to developing the levels of habits of mind and mathematical reasoning skills among pre-service mathematics teachers. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(11), Article em2182.
<https://doi.org/10.29333/ejmste/12557>
- Zainudin, R., Zulnadi, H., Mafarja, N., & Mohamed Kamali, M. Z. (2025). Development and validation of my online teaching with GeoGebra (MyOT_G+) kit on mathematical reasoning among pre-university students. *Comtemporary Education Technology*, 17(2), Article ep569. <https://doi.org/10.30935/cedtech/15989>