



วารสารอิเล็กทรอนิกส์
ทางการศึกษา

OJED, Vol.10, No.4, 2015, pp.599-611

OJED

An Online Journal
of Education

<http://www.edu.chula.ac.th/ojed>

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2

A STUDY OF MISCONCEPTIONS AND MISTAKES IN MATHEMATICS OF ELEVENTH GRADE STUDENTS
IN SCHOOLS UNDER THE SECONDARY EDUCATIONAL SERVICE AREA OFFICE 1 AND 2

นางสาวพรธิดา สุขกรม *

Porntida Sukkrom

รศ. ดร.อัมพร ม้าคนอง **

Assoc. Prof. Aumporn Makanong, Ph.D.

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2 จำนวน 397 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวนจริงและเลขยกกำลัง วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาความถี่ ร้อยละ และการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา

ผลการวิจัยพบว่า 1. นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์มากที่สุดคือ การมีมโนทัศน์ที่จำกัด รองลงมาคือ การมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข และการตีความผิดตามลำดับ 2. ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบมากของการมีมโนทัศน์ที่จำกัด คือ 2.1 การมีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนตรรกยะเพียงบางส่วน โดยไม่ได้คำนึงถึงกรณีที่เป็นค่าประมาณ 2.2 การมีมโนทัศน์ที่จำกัดเกี่ยวกับรากที่สอง โดยไม่ครอบคลุมไปถึงกรณีที่รากเป็นจำนวนจริงลบ 2.3 การมีมโนทัศน์เกี่ยวกับสมบัติของรากเพียงบางส่วน ทำให้นำไปประยุกต์ใช้ไม่ถูกต้อง 3. นักเรียนมีข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์มากที่สุดคือ การใช้ข้อมูลที่ผิด รองลงมาคือ ข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์ ข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการและคำนวณ และการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยามตามลำดับ 4. ลักษณะที่พบมากของการใช้ข้อมูลผิด คือ 4.1 การแสดงแนวคิดในการหาคำตอบที่ถูกต้อง แต่เลือกใช้ข้อมูลผิดพลาด 4.2 การไม่ทำตามที่โจทย์ระบุอย่างชัดเจน แต่เลือกทำสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ระบุแทน 4.3 การแสดงคำตอบที่ได้จากการคำนวณไม่ถูกต้อง

* นิสิตมหาบัณฑิตสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: s.porntida@gmail.com

**อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: Aumporn.M@chula.ac.th

ISSN1905-4491

Abstract

This research focused on studying of mathematical misconceptions and mistakes of eleventh grade students. The samples were 397 students who studied in the second semester of the 2014 academic year in the schools under the secondary educational service area office 1 and 2. The research instruments were the tests of misconceptions and mistakes in real number and power number. The data were analyzed by using frequency, percentage, and content analysis.

The results showed that 1. The mathematical misconceptions, descending of frequency, were limited conceptions, defective understanding about mathematics truths, overgeneralizations and mistranslations. 2. Limited conceptions were 2.1 comprehension only some parts of rational number concepts, not cover the cases of estimate values, 2.2 comprehension only some parts of square root concepts, not cover the cases of negative numbers and 2.3 comprehension only some parts of square root concepts that were not enough to apply correctly. 3. The mathematical mistakes, descending of frequency, were misused data, errors in language and symbols, errors in operations and computations and distorted theorem or definition, 4. Misused data were 4.1 showing answers with the right concept but wrong data using, 4.2 not following the commands but chose to do apart from them and 4.3 showing answers from miscalculation.

คำสำคัญ: มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน/ ข้อผิดพลาด

KEYWORDS: MISCONCEPTIONS/ MISTAKES

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีลักษณะและธรรมชาติเฉพาะตัว ทำให้คณิตศาสตร์มีความแตกต่างจากศาสตร์อื่น คนส่วนใหญ่มักมองว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยตัวเลขและการคำนวณ และมักคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก เนื่องจากมีทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม มากมาย และไม่มีสื่อรูปธรรมที่ใช้แทนได้ชัดเจน (อัมพร ม้าคนอง, 2554) และจากที่ชานนท์ จันทรา (2553) ได้กล่าวไว้ว่า เนื่องจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์นั้นมีลักษณะเนื้อหาที่เป็นนามธรรม มองเห็นหรือเข้าใจได้ค่อนข้างยาก ซึ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้น สิ่งที่สำคัญคือผู้เรียนจะต้องมีความรู้ และความเข้าใจหลักการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดีก่อน จึงจะทำให้สามารถเรียนวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไปได้ดี

ถึงแม้คณิตศาสตร์จะเป็นวิชาพื้นฐาน ซึ่งมีความสำคัญและจำเป็นอย่างมาก แต่ในปัจจุบันหากเราพิจารณาจากผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตั้งแต่ปีการศึกษา 2551–2555 มีคะแนนเฉลี่ยดังต่อไปนี้ 32.49, 35.97, 28.56, 14.99, 22.73 ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2556) ผลสอบนี้สะท้อนให้เห็นถึงศักยภาพที่จำเป็นต้องได้รับการพัฒนาอย่างจริงจัง ซึ่งสาเหตุที่คุณภาพของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยยังไม่น่าเป็นที่พอใจนั้น อาจมาจากการที่นักเรียนเข้าใจเนื้อหาวิชาไม่ดีพอหรือมีข้อผิดพลาดระหว่างทำข้อสอบ

อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้อธิบายประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่ง แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ 1. ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ความรู้ประเภทนี้มีความสำคัญมากทั้งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงและต่อ

การนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา แต่มักไม่ได้ถูกเน้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 2. ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedural knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎกลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณพื้นที่โดยใช้สูตร การหารยาว การหารากที่สองของจำนวน ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการเป็นสิ่งที่สอนกันมากในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ จนบางครั้งกลายเป็นความรู้เกี่ยวกับการทำงานเป็นลำดับขั้นแบบซ้ำๆ หรือเป็นการทำงานที่ผู้ทำไม่เข้าใจความหมายของสิ่งที่ทำ และอัมพร ม้าทอง (2554) ยังอธิบายเพิ่มเติมอีกว่า ความรู้ทั้งสองประเภท คือความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ ผู้เรียนจึงควรได้รับความรู้ทั้งสองประเภท แต่ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไป มักเน้นการสอนความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการการสอนความรู้เชิงมโนทัศน์มีน้อยมาก แต่เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งที่ผู้เรียนจำเป็นต้องมีครูคณิตศาสตร์จึงพยายามพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ ทุกคนแต่ในความเป็นจริงพบว่าแม้นักเรียนจะได้รับการสอนจากครูคนเดียวกันและในเวลาเดียวกัน ก็ยังคงมีนักเรียนส่วนหนึ่งที่ไม่สามารถบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนดได้ อาจเนื่องมาจากความแตกต่างของนักเรียนทั้งทางด้านสติปัญญา ความถนัด ความสนใจ รวมทั้งความบกพร่องในการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งนำไปสู่ปัญหาสำคัญได้แก่การที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

หากจะกล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งาน สำหรับนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2552) แต่จากการที่นักเรียนอาจได้รับการสอนเนื้อหาที่ไม่เพียงพอ การคิดอย่างไม่เป็นระบบ หรือความจำที่บกพร่อง จะก่อให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งเป็นปัญหาหนึ่งที่น่าไปสู่ความยากลำบากในการเรียนคณิตศาสตร์ตั้งแต่แนวคิดในระดับประถมไปจนถึงการเรียนแคลคูลัส (Allen, 2007) ซึ่งตรงกับที่ Brown (1992) ได้กล่าวไว้ว่า “มโนทัศน์พื้นฐานที่คลาดเคลื่อนจะก่อให้เกิดปัญหาในการเรียนรู้มโนทัศน์ที่สูงขึ้นไป ซึ่งหากผู้เรียนมีมโนทัศน์เดิมคลาดเคลื่อน ย่อมส่งผลกระทบต่อการศึกษา การแก้ปัญหา การแสดงวิธีทำและการเรียนรู้เนื้อหาที่สูงขึ้นอีกต่อไป” ส่วนในด้านของครูนั้นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนก็เป็นสาเหตุใหญ่ที่ทำให้การสอนของครูไม่เห็นผล ดังนั้นจึงเป็นสิ่งสำคัญมากที่จะตระหนักถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนและสอนนักเรียนใหม่เพื่อแก้ไขความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ถูกต้อง (Allen, 2007) หากสามารถทราบถึงจุดที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนก็จะเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ เพราะเป็นวิชาที่มีเนื้อหาต่อเนื่อง มีลักษณะเป็นนามธรรมและมีความซับซ้อน ซึ่งหากครูสามารถให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนแต่ละคนได้ในภายหลังของการประเมินผลการเรียนรู้แต่ละเนื้อหาก่อนที่จะเรียนเนื้อหาถัดไป ก็จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งทั้งต่อตัวนักเรียนและครู โดยจะทำให้ให้นักเรียนทราบถึงข้อบกพร่อง ที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของตน และสามารถปรับปรุงแก้ไขได้ทันที ส่วนตัวครูนั้นก็จะได้ทราบถึงข้อมูลของนักเรียนว่ามีจุดบกพร่องตรงส่วนไหน เพื่อนำไปเป็นแนวทางในการปรับปรุงการสอนของตน (เวชฤทธิ์ อังกะภักทจร, 2551) ซึ่งสอดคล้องกับที่ Chai and Ang (1987) กล่าวถึงการพัฒนาโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การพัฒนาโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพและการศึกษาความคลาดเคลื่อนจะทำให้สามารถจัดหาข้อมูลซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการพัฒนาโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วย

ให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีการพัฒนาด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การละเลยต่อมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นความคิดที่ผิด เพราะนั่นอาจเป็นก้าวสำคัญของการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นอกจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแล้วยังมีอีกหนึ่งสิ่งที่มีมักเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งมีความใกล้เคียงกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แต่หากพิจารณาความจริงแล้วนั้นจะเห็นได้ชัดว่ามีความหมายที่แตกต่างกัน นั่นคือ “ข้อผิดพลาด” หรือคำในภาษาอังกฤษ เรียกว่า “Mistakes” ถึงแม้ว่าข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะมีความเกี่ยวข้องกัน แต่ทั้งคู่นั้นแตกต่างกัน (Luneta & Makonye, 2010) จากเอกสาร misconceptions with the key objectives ได้อธิบายไว้ว่า ข้อผิดพลาดในคณิตศาสตร์อาจเกิดจากสาเหตุที่หลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นเกิดจากความสะเพร่า ขาดสมาธิในการทำงาน ซึ่งข้อผิดพลาดไม่ได้เกิดขึ้นเป็นประจำ โดยคำตอบอาจเป็นคำตอบที่ผิดแต่นักเรียนสามารถแก้ไขหรือทำให้ถูกต้องด้วยตนเองได้อย่างง่ายดาย ส่วนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากความผิดพลาดในระบบความคิด (Riccomini, 2005) ข้อผิดพลาดสามารถเห็นได้ชัดในผู้เรียนซึ่งจะแสดงจากการเขียนหรือพูด แต่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นมักซ่อนอยู่โดยผู้ที่สังเกตไม่ทันสังเกตเห็น โดยบางครั้งอาจซ่อนอยู่ภายใต้คำตอบที่ถูกต้องก็เป็นได้ ซึ่งคำตอบนั้นอาจเป็นคำตอบที่ถูกต้องโดยบังเอิญ นักการศึกษาจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องรับฟังอย่างละเอียดเพื่อตรวจสอบการให้เหตุผลของนักเรียนในการหาคำตอบแต่ละข้อ ซึ่งจะทำให้นักการศึกษาติดตามการให้เหตุผลของนักเรียนได้อย่างถูกต้อง (Smith, Disessa & Roschelle, 1993) บางครั้งข้อผิดพลาดได้รับการยกย่องว่าเป็นโอกาสที่จะสะท้อนให้เห็นและเรียนรู้แทนที่จะเตือนผู้เรียนเกี่ยวกับการหลีกเลี่ยงข้อผิดพลาดเราสามารถใช้อخطاءผิดพลาดเป็นตัวแรงปฏิกิริยาสำหรับการเรียนรู้โดยมองข้อผิดพลาดเป็นโจทย์ปัญหาสถานการณ์หนึ่ง (Ashlock, 2006)

อย่างไรก็ตามการที่จะพัฒนาประสิทธิภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูมีความจำเป็น ที่จะต้องทราบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและมีข้อผิดพลาดในลักษณะใดซึ่งแสดงให้เห็นว่าการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดย่อมเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการพัฒนาการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียนเช่นเดียวกับการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เพื่อเป็นข้อมูลในการวางแผนแก้ไขปรับปรุงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น ผู้วิจัยตระหนักเห็นความสำคัญต่อประเด็นที่กล่าวมาข้างต้นนี้ จึงมีความสนใจที่จะทำการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนและหวังว่างานวิจัยนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์และผู้สนใจศึกษาต่อไป

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. เพื่อศึกษาข้อผิดพลาดในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบชั้นภูมิ (stratified random sampling) โดยสุ่มโรงเรียนที่เปิดสอนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2 ด้วยวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มโดยจับสลากจำนวน 11 โรงเรียน โดยพิจารณาตามสัดส่วนจำนวนโรงเรียนที่แบ่งตามขนาดของโรงเรียนในแต่ละเขต (อัตราส่วนระหว่างจำนวนโรงเรียนที่แบ่งตามขนาด : จำนวนโรงเรียนที่เลือกศึกษา

คือ 10 : 1) ในแต่ละโรงเรียนที่สุ่มได้ สุ่มห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามจำนวนโรงเรียนที่เลือกศึกษา จากห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทั้งหมด จะได้ห้องเรียนที่ใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 11 ห้อง และได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 397 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่องจำนวนจริงและเลขยกกำลัง ซึ่งประกอบด้วย 7 หัวข้อ คือ ความสัมพันธ์ของจำนวนต่างๆในระบบจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกและการคูณ การนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ในการแก้สมการกำลังสอง การไม่เท่ากัน ค่าสัมบูรณ์ รากที่ n ของจำนวนจริง และเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

โดยผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากการให้นักเรียนทำแบบทดสอบ แล้วนำข้อมูลที่ได้ทั้งหมดมาตรวจหาความถี่ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและการเกิดข้อผิดพลาดตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่พบ

ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2 สรุปผลวิจัยดังนี้

1. นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุดคือประเภท การมีมโนทัศน์ที่จำกัด รองลงมาคือ ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข และการตีความผิดตามลำดับ

2. ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบบ่อยของการมีมโนทัศน์ที่จำกัด คือ

- 1) นักเรียนมีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนตรรกยะเพียงบางส่วน โดยไม่ได้คำนึงถึงกรณีที่เป็นเพียงค่าประมาณ
- 2) นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดเกี่ยวกับรากที่สอง แต่ไม่ครอบคลุมไปถึงกรณีที่รากเป็นจำนวนจริงลบ
- 3) นักเรียนมีมโนทัศน์เกี่ยวกับสมบัติของของรากเพียงบางส่วน ทำให้นำไปประยุกต์ใช้ไม่ถูกต้อง

3. นักเรียนมีข้อผิดพลาดมากที่สุดคือประเภท การใช้ข้อมูลที่ผิด รองลงมาคือ ข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์ ข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการและคำนวณ และการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยามตามลำดับ

4. ลักษณะของข้อผิดพลาดที่พบบ่อยของการใช้ข้อมูลผิด คือ

- 1) นักเรียนแสดงแนวคิดหาคำตอบที่ถูกต้อง แต่นักเรียนผิดพลาดในการเลือกใช้ข้อมูล
- 2) นักเรียนไม่ทำตามทีโออาร์ระบุอย่างชัดเจน แต่เลือกทำสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ระบุแทน
- 3) นักเรียนแสดงคำตอบที่ได้จากการคำนวณผิดตำแหน่ง

อภิปรายผล

1. เมื่อพิจารณาโดยภาพรวมของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์และข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง “จำนวนจริงและเลขยกกำลัง” เรียงตามลำดับความถี่ของการ

เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากมากไปหาน้อย คือ การมีมโนทัศน์ที่จำกัด ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข และการตีความผิด ดังรายละเอียดของแต่ละประเภทที่จะนำมาอภิปราย ดังนี้

1.1 นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ประเภทการมีมโนทัศน์ที่จำกัดมากที่สุด ซึ่งไม่สอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในด้านการอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไขมากที่สุด โดยสามารถอภิปรายได้ว่า เนื่องจากเนื้อหาเรื่องจำนวนจริงและเลขยกกำลังนั้น มีหลายประเด็นที่นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่จำกัด จึงทำให้ความถี่ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเภทการมีมโนทัศน์ที่จำกัด เกิดขึ้นมากที่สุด สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ประเภทการมีมโนทัศน์ที่จำกัด อาจเนื่องมาจากนักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนและสังสมประสบการณ์จากการประยุกต์ใช้มโนทัศน์ที่ไม่สมบูรณ์ จนกระทั่งเกิดเป็นความเคยชินและก่อให้เกิดความเข้าใจที่ฝังลึกซึ่งกว่ามโนทัศน์ที่ตนมีนั้นเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับที่ Mestre (1987) ได้กล่าวว่า นักเรียนสะสมข้อมูลถูกต้องเพียงบางส่วนจากประสบการณ์ในแต่ละวัน จนกระทั่งสร้างเป็นความเข้าใจที่ฝังลึกซึ่งกลายเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และอาจรวมถึงการจัดเรียนการสอนในห้องเรียนบางครั้งด้วยเวลาที่จำกัด ทำให้ครูอาจไม่มีโอกาสได้เน้นย้ำในประเด็นสำคัญบางประเด็นให้แก่นักเรียน

1.2 นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันดับรองลงมา คือ ประเภทความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ โดยเป็นความเข้าใจที่มีพื้นฐานจากสัญชาตญาณเพียงอย่างเดียวหรือจากการให้เหตุผลที่ผิด จากการวิจัยครั้งนี้พบตัวอย่าง นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเภท ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ เช่น มีความคิดว่าทศนิยมซ้ำ เป็นทศนิยมไม่รู้จัก จึงเป็นจำนวนอตรรกยะ ซึ่งความจริงแล้วทศนิยมซ้ำเป็นจำนวนตรรกยะ และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ โดยสอดคล้องกับงานวิจัยของ Wylie and Ciofalo (2008) ที่กล่าวว่าข้อความจริงที่มีพื้นฐานจากสัญชาตญาณเพียงอย่างเดียวหรือจากการให้เหตุผลที่ผิดพลาดจะทำให้เกิดความเข้าใจผิดได้ ผู้วิจัยอภิปรายว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเภทความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์อาจเนื่องมาจาก การจัดการเรียนการสอนรวมถึงข้อสอบหรือแบบฝึกหัดในชั้นเรียน เน้นไปที่ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ซึ่งเป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มากกว่าการมุ่งเน้นเรื่องมโนทัศน์ โดยสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2554: 6 – 7) ได้กล่าวไว้ว่า ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไป มักเน้นการสอนความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ส่วนการสอนความรู้เชิงมโนทัศน์มีน้อยมาวมไปถึงการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียนบางครั้งมีเวลาที่จำกัด ทำให้ครูไม่มีโอกาสได้เน้นย้ำเรื่องมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้แก่ นักเรียน

1.3 ประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ที่มีความถี่เป็นอันดับถัดมา คือการอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข โดยนำทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือนิยามไปใช้ในกรณีอื่นทั่วไป ซึ่งเกินกว่าขอบเขตหรือเงื่อนไขที่ได้รับไว้ ตัวอย่างที่พบจากการวิจัยครั้งนี้ ที่แสดงว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเภท การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข เช่น จาก $(x - \sqrt{20})(x + \sqrt{20}) > 0$ จะได้ว่า $(x - \sqrt{20}) > 0$ หรือ $(x + \sqrt{20}) > 0$ ดังนั้น $x > \sqrt{20}$ หรือ $x > -\sqrt{20}$ โดยนำวิธีการแก้สมการพหุนามกำลังสองตัวแปรเดียวมาใช้ในการแก้สมการโดยอ้างอิงจากข้อความจริงที่ว่า ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง และ $ab = 0$ แล้ว a หรือ b อย่างน้อยหนึ่งตัวต้องเป็นศูนย์ ซึ่ง

สอดคล้องกับงานวิจัยของ Graeber (1992) ที่ยกตัวอย่างการอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข เช่น $(x - 3)(x + 5) = 9$ ว่า $(x - 3) = 9$ หรือ $(x + 5) = 9$ ด้วย โดยสาเหตุอาจเนื่องมาจากนักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือนิยาม อย่างถ่องแท้ว่ามีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง

1.4 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเภทที่มีความถี่เป็นอันดับสุดท้ายจากทั้ง 4 ประเภท คือ การตีความผิด ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ไชยมุก เลื่องสุนทร (2552) ในการศึกษาโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผลการวิจัยพบว่าความถี่ของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านการตีความด้านภาษามีความถี่น้อยที่สุด สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเภท การตีความผิด อาจเนื่องมาจากการที่นักเรียนขาดการฝึกฝนในด้านการตีความโจทย์ที่อาจมีเนื้อหาซับซ้อน โดยไม่ได้ให้ข้อมูลที่ชี้แจงแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบได้โดยตรง จำเป็นที่นักเรียนจะต้องพิจารณาและตีความโจทย์อย่างละเอียด ซึ่งสอดคล้องกับที่ อัมพร ม้าคนอง (2536: 66) กล่าวไว้ว่า นักเรียนขาดทักษะในการตีความจากโจทย์ โจทย์ที่มีระดับความยากสูง มักจะไม่ให้ข้อมูลที่นักเรียนต้องการใช้โดยตรง แต่มักให้มาในรูปความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น ซึ่งนักเรียนต้องพยายามตีความในส่วนนี้ เพื่อให้ได้ข้อมูลตรงกับที่ต้องการใช้โดยอ่านโจทย์หลายๆครั้งให้เข้าใจ

2. เมื่อพิจารณาผลจากการวิเคราะห์การทำความเข้าใจมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง “จำนวนจริงและเลขยกกำลัง” พบว่าการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบ การมีมโนทัศน์ที่จำกัด เป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเภทที่มีความถี่มากที่สุด สามารถอภิปรายลักษณะที่พบบ่อยได้ดังต่อไปนี้ 1) นักเรียนเข้าใจว่า 7π เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะคิดว่า π มีค่า $\frac{22}{7}$ หรือ 3.14 แล้วนำไปคูณกับ 7 ซึ่งความจริงแล้ว π เป็นจำนวนอตรรกยะโดย $\frac{22}{7}$ หรือ 3.14 เป็นเพียงค่าประมาณของ π เท่านั้น แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนตรรกยะเพียงบางส่วน โดยไม่ได้คำนึงถึงกรณีที่เป็นเพียงค่าประมาณ อาจมีสาเหตุมาจากนักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับค่า π ตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องรูปวงกลม สอดคล้องกับในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ป.6 (2555: 199) กล่าวว่า π มีค่าประมาณ 3.14 หรือ $\frac{22}{7}$ โดยนักเรียนได้ฝึกการใช้ค่า π มาประยุกต์ในการหาความยาวรอบรูปและพื้นที่ของวงกลมตั้งแต่นั้นมา ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดความเคยชินและปลูกฝังความเข้าใจว่า π มีค่าเท่ากับ 3.14 หรือ $\frac{22}{7}$ สอดคล้องกับที่ Hansen (2011: 8) กล่าวถึงการเกิดองค์ความรู้ว่า เมื่อนำความรู้ใหม่ไปประยุกต์ใช้สักระยะเวลาหนึ่ง ความรู้นั้นจะเปลี่ยนแปลงเป็นองค์ความรู้ที่ยาวนาน 2) นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดเกี่ยวกับรากที่สอง แต่ไม่ครอบคลุมไปถึงกรณีที่เป็นจำนวนจริงลบ เช่น นักเรียนกล่าวว่ารากที่สองของ 64 คือ 8 เพียงค่าเดียว ซึ่งความจริงแล้วทั้ง 8 และ -8 เป็นรากที่ 2 ของ 64 เนื่องจาก ทั้ง 8 และ -8 ต่างยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากันคือ 64 โดยสาเหตุอาจเนื่องมาจากนักเรียนมักคุ้นชินกับจำนวนจริงบวกมากกว่าจำนวนจริงลบ จึงทำให้นักเรียนนึกถึงจำนวนจริงบวกเพียงอย่างเดียว และเลือกตอบแต่เพียงจำนวนจริงรากที่เป็นจำนวนจริงบวกเท่านั้น 3) นักเรียนมีมโนทัศน์เกี่ยวกับสมบัติของค่าหลักของรากเพียงบางส่วน ซึ่งนำไปประยุกต์ใช้ไม่ถูกต้อง เช่น นักเรียนเข้าใจว่าค่าหลักของรากที่ n ของจำนวนจริงใดๆที่ยกกำลัง n ย่อมมีค่าเท่ากับจำนวนจริงนั้น เช่น นักเรียนแสดงแนวคิดว่า $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$ ซึ่งความจริงแล้ว $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}|a|$ โดยอาจมีสาเหตุมาจากการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียนอาจถูกมองข้ามประเด็นสำคัญที่นักเรียนควรระมัดระวัง ซึ่งนักเรียนอาจเข้าใจว่าตนมีมโนทัศน์ที่

ถูกต้องแล้ว แต่ความจริงแล้วนักเรียนมีมโนทัศน์เพียงบางส่วน ที่นำไปประยุกต์ใช้ไม่ถูกต้องโดยสอดคล้องกับที่ Allen (2007, 4) กล่าวไว้ว่า นักเรียนหลายคนเข้าใจผิดและมีปัญหาเกี่ยวกับการใช้นิยาม $\sqrt{a^2} = |a|$

3. เมื่อพิจารณาโดยภาพรวมของการเกิดข้อผิดพลาดของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์และข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง “จำนวนจริงและเลขยกกำลัง” เรียงตามลำดับความถี่ของการเกิดข้อผิดพลาดจากมากไปหาน้อย คือ การใช้ข้อมูลที่ผิด ข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์ ข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการและคำนวณ และการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยาม ดังรายละเอียดของแต่ละประเภทที่จะนำมาอภิปราย ดังนี้

3.1 นักเรียนมีข้อผิดพลาดประเภท การใช้ข้อมูลที่ผิดมากที่สุด เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการเลือกใช้ข้อมูลที่ไม่เหมาะสม ใช้ข้อมูลอื่นที่ไม่สอดคล้องต่อการใช้แก้ปัญหา ไม่ทำตามที่โจทย์ระบุอย่างชัดเจน แต่เลือกทำสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ระบุแทน เลือกใช้หน่วยของตัวแปรผิด หรือการลอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ผิด โดยข้อผิดพลาดอาจเกิดขึ้นตั้งแต่เริ่มต้น หรืออาจเกิดขึ้นในช่วงระหว่างการทำดำเนินการกับข้อมูล ซึ่งไม่สอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยามมากที่สุด สามารถอภิปรายได้ว่า เนื่องจากแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวนจริงและเลขยกกำลังนี้ มีบางประเด็นที่นักเรียนจำนวนมากมักเกิดข้อผิดพลาดประเภทการใช้ข้อมูลที่ผิด จึงทำให้ความถี่ของการเกิดข้อผิดพลาดประเภทนี้มีมากที่สุด โดยตัวอย่างที่พบจากการวิจัยครั้งนี้ เช่น นักเรียนไม่ทำตามที่โจทย์ระบุอย่างชัดเจน แต่เลือกทำสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ระบุแทน โดยนักเรียนแสดงวิธีคิดทั้งสองวิธี ทั้งๆที่โจทย์ให้นักเรียนเลือกวิธีการแก้สมการที่ให้มีเพียง 1 วิธี จากวิธีที่ 1 หรือวิธีที่ 2 วิธีใดวิธีหนึ่งเท่านั้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Schnepfer and McCoy (2013) ที่พบว่าประเภทของข้อผิดพลาดที่มีความถี่มากที่สุด คือ การใช้ข้อมูลที่ผิด จากข้อผิดพลาดที่ถูกแบ่งออกเป็น 5 ประเภท สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาดประเภท การใช้ข้อมูลที่ผิดอาจเนื่องมาจาก นักเรียนขาดความระมัดระวังในการอ่านข้อมูล หรือสิ่งที่โจทย์ระบุทำให้นักเรียนไม่ทำตามสิ่งที่โจทย์ระบุอย่างชัดเจน โดยอาจเกิดจากสภาวะทางอารมณ์หรือสถานการณ์ในขณะที่นักเรียนทำแบบทดสอบด้วย เช่น เวลาในการทำอาจเป็นข้อจำกัดอย่างหนึ่งที่ทำให้นักเรียนเร่งรีบจนขาดความระมัดระวัง ซึ่งสอดคล้องกับที่ Carpmail and others (2011: 2 – 7) กล่าวไว้ว่า ถ้านักเรียนไม่อยู่ในสภาวะทางอารมณ์ที่พร้อมทำงานหรือทำงานอย่างเร่งรีบ อาจก่อให้เกิดข้อผิดพลาดที่เกิดจากการไม่ระวังหรือสะเพร่า

3.2 นักเรียนมีข้อผิดพลาดอันดับรองลงมา คือ ประเภทข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์ เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้ภาษาสัญลักษณ์หรือคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องรวมถึงการนำเสนอข้อมูลจากภาษาพูดไปสู่ประโยคสัญลักษณ์คณิตศาสตร์ สมการ แผนภาพ ตารางหรือกราฟไม่ถูกต้อง เช่น นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ไม่สอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์ให้มา โดยโจทย์กล่าวว่า ถ้าเช่ารถจากบริษัท ไทยทัวร์ รถที่เช่าจะวิ่งได้กี่กิโลเมตร จึงจะไม่เกินค่าใช้จ่ายวันละ 30 เหรียญ (SGD) จากการวิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนประโยคสัญลักษณ์โดยใช้เครื่องหมายเท่ากับ ซึ่งความจริงแล้วควรใช้เครื่องหมายน้อยกว่าเท่ากับ ในการเขียนประโยคสัญลักษณ์จึงจะสอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์ให้มา ซึ่งสอดคล้องกับคำอธิบายของ Movshovitz and others (1987: 3 – 12) ที่กล่าวว่า ข้อผิดพลาดด้านการตีความด้านภาษาผิดรวมไปถึงการแปลความจาก

ภาษาพูดไปสู่ประโยคสัญลักษณ์คณิตศาสตร์หรือสมการไม่ถูกต้อง โดยการเกิดข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์อาจมีสาเหตุมาจากนักเรียนขาดการฝึกฝนในการเขียนประโยคสัญลักษณ์ หรือนำเสนอข้อมูลรูปแบบสัญลักษณ์คณิตศาสตร์ รวมไปถึงการไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์บางคำ ซึ่งสอดคล้องกับที่ Egodawatte (2011: 3) กล่าวไว้ว่า การแปลจากภาษาพูดในธรรมชาติเป็นภาษาทางพีชคณิตเป็นเรื่องยาก และ Radatz (1979: 163 – 170) ได้กล่าวไว้ว่า สัญลักษณ์และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเปรียบเสมือนการเรียนรู้ภาษาต่างประเทศ การไม่เข้าใจความหมายของข้อความทางคณิตศาสตร์มักเป็นที่มาของข้อผิดพลาดของนักเรียน

3.3 ประเภทของข้อผิดพลาด ที่มีความถี่เป็นอันดับถัดมา คือข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการและการคำนวณ เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณหรือการเลือกการดำเนินการที่ไม่สอดคล้องในการแก้ปัญหา เช่น นักเรียนแสดงผลคูณระหว่าง $\sqrt{2}$ กับ $\sqrt{2}$ เป็น 4 ซึ่งความจริงแล้วผลคูณระหว่าง $\sqrt{2}$ กับ $\sqrt{2}$ มีค่าเท่ากับ 2 ซึ่งสาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดประเภทนี้อาจเนื่องมาจาก การที่นักเรียนขาดการระมัดระวัง และไม่ได้ตรวจสอบคำตอบอีกครั้ง ซึ่งสอดคล้องกับคำอธิบายของ Movshovitz and others (1987: 3 – 12) ได้กล่าวว่า นักเรียนไม่ได้ตรวจสอบระหว่างทำ จึงทำให้ไม่เห็นข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น รวมไปถึงการสะเพร่า ไม่ระมัดระวังในการคำนวณ อาจมีสาเหตุเช่นเดียวกับการเกิดข้อผิดพลาดประเภท การใช้ข้อมูลที่ผิด คือเกิดจากสภาวะทางอารมณ์หรือสถานการณ์ในขณะที่นักเรียนทำแบบทดสอบด้วย เช่นเวลาในการทำอาจเป็นข้อจำกัดอย่างหนึ่งที่ทำให้นักเรียนเร่งรีบจนขาดความระมัดระวัง โดยสอดคล้องกับที่ Carpmail and others (2011: 2– 7) กล่าวไว้ว่า ถ้านักเรียนไม่อยู่ในภาวะทางอารมณ์ที่พร้อมทำงานหรือทำงานอย่างเร่งรีบ อาจก่อให้เกิดข้อผิดพลาดที่เกิดจากการไม่ระวังหรือสะเพร่า

3.4 ข้อผิดพลาดประเภทที่มีความถี่เป็นอันดับสุดท้ายจากทั้ง 4 ประเภท คือ การบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยาม ซึ่งนักเรียนใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยามที่ เฉพาะเจาะจงผิดไปจากความเป็นจริง โดยการวิจัยครั้งนี้พบตัวอย่างการเกิดข้อผิดพลาดประเภทการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยาม เช่น นักเรียนแสดงแนวคิด $(x + 8)^2 = x^2 + 8^2$ ซึ่งสอดคล้องกับที่ Movshovitz and others (1987: 3 – 12) ได้ยกตัวอย่างว่า $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ เป็นการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยาม ซึ่งอาจมีสาเหตุของการเกิดมาจากการที่นักเรียนขาดการเน้นย้ำและฝึกฝนการใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยาม ในห้องเรียน ส่งผลให้กระทบต่อนักเรียน แม้บางประเด็นที่นักเรียนเรียนมาแล้วแต่หากไม่ได้ฝึกฝนการใช้ ก็จะทำให้นักเรียนใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยามที่เฉพาะเจาะจงผิดไปจากความเป็นจริง อีกทั้งวิชาคณิตศาสตร์มีหลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยามมากมายหลากหลาย อาจทำให้นักเรียนบิดเบือนในการนำไปใช้ หากขาดการฝึกฝนและทำความเข้าใจจนคุ้นเคยแม่นยำ โดยผลการวิจัยนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Schnepfer and McCoy (2013) ที่พบว่าประเภทของข้อผิดพลาดที่มีความถี่น้อยที่สุด คือ การบิดเบือนทางบทนิยาม จากข้อผิดพลาดที่ถูกแบ่งออกเป็น 5 ประเภท

4. เมื่อพิจารณาผลจากการวิเคราะห์การทำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง “จำนวนจริงและเลขยกกำลัง” พบว่าการเกิดข้อผิดพลาดแบบ การใช้ข้อมูลที่ผิด เป็นข้อผิดพลาดประเภทที่มีความถี่มากที่สุด โดยสามารถอธิบายลักษณะที่พบบ่อย ได้ดังต่อไปนี้ 1) การ

ที่นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบของสมการ $x^3 + x^2 - 6x = 0$ ได้ถูกต้อง แต่นักเรียนผิดพลาดในการเลือกใช้ข้อมูล เนื่องจากนักเรียนรวม 0 อยู่ในเซตคำตอบด้วย ซึ่งโจทย์มีข้อกำหนดว่า $x \neq 0$ สาเหตุที่นักเรียนรวม 0 อยู่ในเซตคำตอบด้วย อาจเนื่องมาจากนักเรียนมุ่งมั่นในการแก้สมการเพื่อหาคำตอบตามคำสั่งโจทย์เพียงอย่างเดียว โดยละเลยเงื่อนไขที่โจทย์ตั้งต้นระบุไว้ 2) นักเรียนไม่ทำตามที่โจทย์ระบุอย่างชัดเจน แต่เลือกทำสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ระบุแทน โดยนักเรียนแสดงวิธีคิดทั้งสองวิธี ในขณะที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนเลือกวิธีการแก้สมการที่ให้มาเพียง 1 วิธี จากวิธีที่ 1 หรือวิธีที่ 2 วิธีใด วิธีหนึ่งเท่านั้น สาเหตุอาจเนื่องมาจากนักเรียนเกิดความเคยชินกับการแสดงวิธีทำตามช่องว่างที่กำหนดให้ โดยไม่ได้พิจารณาคำสั่งโจทย์ 3) นักเรียนแสดงคำตอบที่ได้จากการคำนวณผิดตำแหน่ง โดยนักเรียนเขียนคำตอบนั้นในช่องว่างที่ให้แสดงบทนิยามหรือสมบัติของเลขยกกำลังที่ใช้ สาเหตุอาจเนื่องมาจากนักเรียน เกิดความเคยชินกับการเติมคำตอบในช่องว่าง โดยขาดความระมัดระวังในการเลือกแสดงคำตอบตามตำแหน่งที่โจทย์กำหนดไว้ จากลักษณะการเกิดข้อผิดพลาดประเภท การใช้ข้อมูลผิดข้างต้น อาจกล่าวได้ว่าพื้นฐานของสาเหตุการเกิดสอดคล้องกันคือ เกิดจากนักเรียนขาดความระมัดระวังในการอ่านข้อมูล หรือสิ่งที่โจทย์ระบุ ทำให้นักเรียนไม่ ทำตามสิ่งที่โจทย์ระบุอย่างชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับที่ Drews (2011: 12) กล่าวว่า ีว่า ผลของการขาดความระมัดระวัง สะเพร่า และขาดการตรวจทานคำตอบกับข้อมูลที่ให้มาต่างทำให้เกิดข้อผิดพลาด

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

มีข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ ดังต่อไปนี้

1. ครูควรจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นเรื่องการสอนความรู้เชิงมีโนทัศน์ให้มากขึ้น และสร้างเสริมประสบการณ์ และการนำมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ เพื่อเน้นย้ำและปลูกฝังมีโนทัศน์ที่ถูกต้องให้แก่ นักเรียน
2. ครูสามารถนำลักษณะมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นซึ่งได้จากผลการวิจัยครั้งนี้ไปประยุกต์ใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานสำหรับการจัดการเรียนการสอน เพื่อระมัดระวังและเน้นย้ำในประเด็นที่นักเรียนมักเกิดมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ให้แก่นักเรียน ซึ่งจะทำความถี่ของการเกิดมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในจุดนั้นลดลง
3. หลังจากเรียนจบเนื้อหาหนึ่งก่อนที่จะขึ้นเนื้อหาต่อไป ครูควรตรวจสอบนักเรียนว่ามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในประเด็นใดบ้าง ก่อนขึ้นเนื้อหาต่อไปทุกครั้ง เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีเนื้อหาต่อเนื่อง ซึ่งหากครูสามารถให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนแต่ละคนได้ในภายหลังการประเมินผลการเรียนรู้แต่ละเนื้อหาก่อนที่จะเรียนเนื้อหาถัดไป ก็จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งทั้งต่อนักเรียนและครู โดยจะทำให้ นักเรียนทราบถึงข้อบกพร่อง ที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของตน และสามารถปรับปรุงแก้ไขได้ทัน ส่วนตัวครูนั่นก็จะทราบถึงข้อมูลของนักเรียนว่ามีจุดบกพร่องตรงส่วนไหน เพื่อนำไปเป็นแนวทางในการปรับปรุงการสอนของตนต่อไป

ข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ มีข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ ดังต่อไปนี้

1. ครูควรฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์อย่างระมัดระวัง ระบุข้อมูลที่จำเป็นรวมถึงคำสั่งที่โจทย์ต้องการ และส่งเสริมให้นักเรียนตรวจทานคำตอบอีกครั้ง จะทำให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญและระมัดระวังมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะช่วยลดความถี่ในการเกิดข้อผิดพลาด

2. ครูควรอธิบายความหมายของสัญลักษณ์ คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเน้นย้ำและฝึกฝนการใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยาม โดยการมอบหมายงาน เปิดโอกาสให้นักเรียนทำความเข้าใจสัญลักษณ์และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์มากขึ้น เช่น ฝึกให้เขียนประโยคสัญลักษณ์ หรือนำเสนอข้อมูลในรูปแบบสัญลักษณ์ คณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความคุ้นเคยแก่นักเรียนและให้นักเรียนระมัดระวังข้อผิดพลาดที่จะเกิดขึ้นเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยาม

3. ครูสามารถนำลักษณะของข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นซึ่งได้จากการวิจัยครั้งนี้ ไปประยุกต์ใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานสำหรับการจัดการเรียนการสอน เพื่อระมัดระวังและเน้นย้ำประเด็นที่นักเรียนมักเกิดข้อผิดพลาดแก่นักเรียน ซึ่งจะทำให้ความถี่ของการเกิดข้อผิดพลาดลดลง

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัย

1. ควรทำการวิจัยวิจัยการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ให้ครบทุกเนื้อหาในแต่ละระดับ เนื่องจากแต่ละเนื้อหาจะมีลักษณะการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่แตกต่างกัน เพื่อเป็นข้อมูลสำหรับครูในการเตรียมการสอนของตน เพื่อป้องกันการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนให้น้อยลง

2. ควรต่อยอดการวิจัยครั้งนี้ โดยศึกษาเกี่ยวกับการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ จากนักกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็กลง แต่ศึกษาในเชิงลึกมากยิ่งขึ้น โดยใช้ผลการวิจัยครั้งนี้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการต่อยอดการวิจัยครั้งถัดไป

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กระทรวงศึกษาธิการ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2552). *เอกสารพัฒนา*

วิชาชีวศรั ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ. โครงการพัฒนาเครือข่ายการเรียนรู้ ผู้สอนวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 1-3.

ไข่มุก เลื่องสุนทร. (2552). *การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้น*

มัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ไข่มุก เลื่องสุนทร. (2553). *การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1*. *OJED*, 5(2), 16-27.

จุฑา ธรรมชาติ. (2551). *การศึกษาและวิเคราะห์สภาพการใช้แบบสอบถามออนไลน์ ในการวัดและประเมินผลการ เรียนรู้ของผู้เรียนระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน*. *OJED*, 2(1), 192-206.

ชานนท์ จันทรา. (2553). *ขั้นตอนวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับครู*. กรุงเทพฯ: บริษัท อาร์แอนด์ เอ็น ปริ้นท์ จำกัด.

- เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร. (2546). *การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร. (2551). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต พิบูลบำเพ็ญ. *วารสารศึกษาศาสตร์* 1, 20(1), 25 - 35.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2556). คะแนน O-NET ค่าสถิติพื้นฐานทั่วประเทศ (ทุกระดับชั้น). สืบค้นจาก <http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/Notice/FrBasicStat.aspx>
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551* (พิมพ์ครั้งที่ 1 ed.). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทยจำกัด.
- อัมพร ม้าคนอง. (2536). *การวิจัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย*. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- อัมพร ม้าคนอง. (2546). *เอกสารคำสอนรายวิชา 2704686 ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์*. ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (เอกสารอัดสำเนา)
- อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- Allen, D. G. (2007). Student thinking. Retrieved 2013 June 17 2013, from http://mtc.tamu.edu/9-12/index_9-12.htm?9-12M2L1.htm
- Ashlock, R. B. (2006). *Error patterns in computation using error patterns to improve instruction* (9th ed.). New Jersey: Pearson Education, Inc.
- Brown. (1992). Using examples and analogies to remediate misconceptions in physics: factors influencing conceptual change. *Journal of Research in Science and Teaching*, 17 – 34.
- Carpmail, B., Chapman & Crowder. (2011). *Misconceptions with the key objectives*. Retrieved from <https://www.ncetm.org.uk/public/files/2042723/>
- Ciofalo, W. a. (2010). *DIMS Exemplar Set of Items 8th-Grade Mathematics*. Educational Testing Service.
- Chai, C. M. a. A., B.H. (1987). Identifying the reasons underlying pupils particular errors in simple algebraic expression and equations. *Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education (ICMI – SEAMS)(1-3)*, 189 – 198.

- Chambers. (2008). *Teaching mathematics: developing as a reflective secondary teacher*. London: SAGE Publications Ltd.
- Chifamba, M. a. (2012). Analysis of errors and misconceptions in the learning of calculus by undergraduate students. *Acta Didactica Napocensia*, 5, 1–10.
- Drews. (2011). *Children's Errors in Mathematics: Understanding common misconceptions in primary schools* (2nd ed.). 20 Cathedral Yard: LearningMatters Ltd.
- Egodawatte. (2011). *Secondary school students' misconceptions in algebra*. (the degree of Doctor of Philosophy), University of Toronto.
- Hansen. (2011). *Children's Errors in Mathematics: Understanding common misconceptions in primary schools* (2nd ed.). 20 Cathedral Yard: Learning Matters Ltd.
- Makonye, L. a. (2010). Learning errors and misconceptions in elementary analysis : a case study of a grade 12 class in south africa. *Acta Didactica Napocensia*, 3(3), 35 – 45
- Movshovitz – Hader et al (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 3-14
- Radatz. (1979). Error Analysis in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10(3), 163-172.
- Riccomini. (2005). Identification and remediation of systematic error patterns in subtraction. *Learning Disability Quarterly*, 28(3), 233 – 242.
- Schnepper,& McCoy. (2013). Analysis of misconceptions in high school mathematics. *Networks: An On-line Journal for Teacher Research*, 15(1), 1-7.
- Smith, D. R. (1993). Misconceptions reconceived: a constructivist analysis of knowledge in transition. *The Journal of Learning Sciences*, 3(2), 115 – 163.