



วารสารอิเล็กทรอนิกส์
ทางการศึกษา

OJED, Vol.10, No.1, 2015, pp.175-188

OJED

An Online Journal
of Education
<http://www.edu.chula.ac.th/ojed>

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส
ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

EFFECT OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITY USING FOPS STRATEGY
ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND MATHEMATICAL REPRESENTATION
OF EIGHTH GRADE STUDENTS

นางสาวสาวิตรี มูลสุวรรณ *

Sawitree Moonswan

อาจารย์ ดร. ศันสนีย์ เนมเทียน **

Assoc. Prof. Dr. Sansanee Nenthien, Ed.D.

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ก่อนและหลังเรียน และ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาในภาคการศึกษาต้น ปีการศึกษา 2557 ของโรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์ค่านุสรณ์” จำนวน 77 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน และแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน ซึ่งผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่ามัธยฐานเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าสถิติเอฟ (F-Test) และค่าสถิติ ANCOVA ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

* นิสิตมหาบัณฑิตสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: Sawitree.Moo@student.chula.ac.th

** อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

E-mail Address: Sansanee.n@chula.ac.th

ISSN 1905-4491

Abstract

The purposes of this research were to: 1) compare mathematical reasoning ability and mathematical representation of students between before and after being taught by organizing mathematics learning activity using FOPS strategy, and 2) compare mathematical reasoning ability and mathematical representation of students between group being taught by organizing mathematics learning activity using FOPS strategy with those of students being taught by conventional approach. The samples were 77 eighth grade students of Charoensinsuksa Phokham's Memorial School in first semester of the 2014 academic year. The instruments for data collection were pretest and posttest for mathematical reasoning ability, and pretest and posttests for mathematical representation. The data were analyzed by using arithmetic mean, standard deviation, F-test, and ANCOVA. The results of the study revealed that: 1) mathematical reasoning ability and mathematical representation of students after being taught by organizing mathematics learning activity using FOPS strategy was higher than those before Instruction at 0.05 level of significance, and 2) mathematical reasoning ability and mathematical representation of students being taught by organizing mathematics learning activity using FOPS strategy was higher than those of students being taught by conventional approach at 0.05 level of significance.

คำสำคัญ: กลวิธีเอฟโอพีเอส/การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

KEYWORDS: FOPS STRATEGY/MATHEMATICAL REASONING /MATHEMATICAL REPRESENTATION

บทนำ

ปัจจุบันการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยยังคงเผชิญกับปัญหาต่างๆ มากมาย ในระดับประเทศ กระทรวงศึกษาธิการ (2555) ได้รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน หรือ O-NET ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 36 ที่เข้ารับการทดสอบความรู้และความคิด ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 พบว่าในปีการศึกษา 2555 นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ระดับประเทศไม่ผ่านเกณฑ์ คือ 26.95 คะแนน และเมื่อพิจารณาย้อนหลังตั้งแต่มีการทดสอบทางการศึกษานี้ ไม่มีปีใดเลยที่นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ และสำหรับการประเมินในระดับนานาชาติ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2556) ได้อธิบายไว้ว่า สมาคมนานาชาติเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (International Association for the Evaluation of Educational Achievement; IEA) และประเทศสมาชิก ได้ร่วมกันศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ 2011 เพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของไทย มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เป็น 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่ากลางของการประเมิน 500 คะแนน และเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยจำแนกตามพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านความรู้ ด้านการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ และด้านการให้เหตุผล นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 423 428 และ 429 คะแนน ตามลำดับ และผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ระหว่าง ค.ศ. 2007 และ ค.ศ. 2011 ประเทศไทย มีแนวโน้มของคะแนนเฉลี่ยลดลง

การแก้ปัญหาเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ส่วนสำคัญ ที่เชื่อว่าจะทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากขึ้น ดังที่ ทรงชัย อักษรคิด (2555) ได้กล่าวไว้ว่า ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์แรกเริ่มที่สุดของเด็กนั้นมาจากการแก้ปัญหา รวมถึง Foong Pui Yee (2007) ที่กล่าวว่า

ความสามารถในการแก้ปัญหาถือว่าเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ และอัมพร ม้าคนอง (2553) ที่กล่าวว่า ในขณะที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องใช้การคิดวิเคราะห์ ไตร่ตรอง อย่างเป็นเหตุเป็นผล โดยอาจต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการคิด และอาจต้องมีการพูดคุยเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดกับเพื่อน เพื่อหาวิธีทางเลือกที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในการแก้ปัญหา กระบวนการทำงานในลักษณะนี้จะก่อให้เกิดการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา ซึ่ง Alice and Shirel (1994) ได้กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา หรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล นอกจากนี้ อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวว่า มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวคิดที่ว่า การที่นักเรียนได้คำตอบถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบถูกต้องแล้ว ครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งครูและนักเรียนไม่ทราบว่ามีที่ผิดนั้นผิดเพราะเหตุใด ดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกต้องแต่เหตุผลผิด คือ การได้คำตอบที่ผิด แต่สามารถค้นพบ อย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด สำหรับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่ง สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM), 2000b ได้นำเสนอแนวทางในการพัฒนานักเรียนให้เป็นบุคคลที่มีเหตุผลไว้ว่า ครูควรจัดสภาพการณ์ให้นักเรียนได้คิด ได้ให้เหตุผลในชั้นเรียน ส่งเสริมบรรยากาศการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ให้เกิดการคิดอย่างมีเหตุผล ส่งเสริมให้นักเรียนเลือกงานที่ต้องมีการจัดกลุ่มข้อมูล มีการตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล รู้ข้อจำกัดของการให้เหตุผลเพื่อนำไปสู่การใช้เหตุผลอย่างถูกต้อง ซึ่งครูจะต้องมีตรวจสอบพัฒนาการเกี่ยวกับการให้เหตุผลของนักเรียนอยู่เสมอ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการอภิปรายการใช้เหตุผลของตนเองเกี่ยวกับหลักการที่ใช้ในการคาดเดาคำตอบ และวิธีการในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ กับครูและเพื่อนร่วมห้อง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่เหมาะสม

นอกจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แล้ว ผู้วิจัยพบว่าการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) เป็นส่วนหนึ่งของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ (Communications and Presentation) ที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อแก้ปัญหา ซึ่งสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM), 2000b ได้กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิดเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากจะช่วยพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความคิดรวบยอดได้อย่างลึกซึ้ง โดยสามารถแสดงความสัมพันธ์ในสิ่งที่นักเรียนได้สร้างขึ้น หรือเปรียบเทียบสิ่งต่างๆ ผ่านการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นรูปภาพ สัญลักษณ์ หรือรูปแบบอื่นๆ ซึ่งตัวแทนความคิดข้างต้นจะช่วยให้การสื่อสารของนักเรียน และเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการทำความเข้าใจความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นการใช้ตัวแทนความคิดทำให้นักเรียนมีโอกาสได้ใช้การสื่อสารในการอ้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนความเข้าใจของตนเองและผู้อื่น และแสดงให้เห็นถึงการใช้ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในโลกจริง ซึ่งจะทำให้การใช้ตัวแทนความคิดกลายเป็นความรู้ที่ลึกซึ้ง สอดคล้องกับคำกล่าวของ อัมพร ม้าคนอง (2553) ที่ได้กล่าวไว้ว่า การมีตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือ มโนภาพทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันจะทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันด้วย และ Brahier (2005) ที่ได้กล่าวไว้ว่า การใช้ตัวแทนความคิดเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่ง ที่ส่งเสริมให้นักเรียนจำลองสถานการณ์ปัญหาเพื่อใช้เป็นแนวทางในการการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ และเลือกใช้ตัวแทนความคิดได้อย่างเหมาะสมโดยคำนึงถึงบริบทที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นๆ ซึ่ง อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้แนวทาง

ในการพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบายไว้ว่า ผู้สอนควรฝึกให้ผู้เรียนใช้โมเดลทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหา ก่อนลงมือแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่คุ้นเคย การฝึกที่ต่อเนื่องจะช่วยพัฒนามโนภาพทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ดีขึ้นเรื่อย ๆ

การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน (Schema-Based Instruction) มีรากฐานแนวคิดมาจากทฤษฎีโครงสร้างความรู้ โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อสอนหลักการหรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านการใช้โครงสร้างความรู้หรือโครงสร้างของปัญหา ซึ่งแสดงให้เห็นถึงลักษณะของปัญหานั้นๆ ที่จะช่วยในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาหรือการแก้โจทย์ปัญหา อีกทั้งส่งเสริมการสร้างและเพิ่มโครงสร้างความรู้ของนักเรียน ซึ่ง Kalyuga (2006) กล่าวว่า การเกิดโครงสร้างความรู้ของปัญหา หรือโครงสร้างที่สำคัญของปัญหาเป็นสิ่งจำเป็นที่จะนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา โดย Jitendra and Hoff (1996), Jitendra et al. (1999, 2002, 2009) ได้อธิบายขั้นตอนการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน ไว้ว่าประกอบด้วย 2 ขั้นตอน สามารถสรุปได้ดังนี้ ขั้นที่ 1 การเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา (Problem Schemata Instruction) ซึ่งเป็นขั้นตอนในการสอนให้นักเรียนระบุโครงสร้างของสถานการณ์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า และสร้างตัวแทนของสถานการณ์โดยใช้แผนภาพโครงสร้าง (Schematic diagrams) และขั้นที่ 2 การเรียนการสอนการแก้ปัญหา (Problem Solution Instruction) เป็นขั้นตอนที่มีการทบทวนเกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหาและให้นักเรียนได้แก้ปัญหาในบริบทของโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า โดยกลวิธีการแก้ปัญหานั้นใช้สอนนักเรียนในขั้นตอนนี้จะเป็นกระบวนการติดตามการเรียนรู้ของนักเรียน

กลวิธีเอฟโอพีเอสเป็นกลวิธีในการแก้ปัญหาตามแนวการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนในการแก้ปัญหาควบคู่กับการเตือนตนเอง (Self-Monitoring) ในทุกขั้นตอนของการแก้ปัญหา เพื่อตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองและพัฒนาความสามารถในการกำกับตนเอง (Self-Regulation) ผ่านการสอนตนเองเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่ง Jitendra and Star (2011) ได้อธิบายรายละเอียด 4 ขั้นตอน ของกลวิธีเอฟโอพีเอส สามารถสรุปได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การพิจารณารูปแบบของปัญหา (F – Find the problem type) เป็นขั้นตอนในการอ่านและการพิจารณาข้อมูลในปัญหา เพื่อทำความเข้าใจปัญหาและพิจารณารูปแบบของปัญหา ด้วยวิธีการสอนตนเองให้เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ที่ได้จากปัญหาและพิจารณาว่าปัญหามีความเหมือนหรือความแตกต่างจากปัญหาที่นักเรียนเคยพบเห็นอย่างไร

ขั้นที่ 2 การจัดข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ (O – Organize the information in the problem using the diagram) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องสอนตนเองให้อ่านปัญหาเพื่อระบุข้อมูลที่สำคัญของปัญหา และนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภาพโครงสร้าง (Schematic Diagrams)

ขั้นที่ 3 การวางแผนการแก้ปัญหา (P – Plan to solve the problem) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องเปลี่ยนข้อมูลในแผนภาพไปสู่สมการทางคณิตศาสตร์ และเลือกใช้กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาจากวิธีการต่างๆ ที่ครูได้นำเสนอบนพื้นฐานของข้อมูลในโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 การแก้ปัญหา (S – Solve the problem) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธีที่ได้กำหนดไว้ในขั้นที่ 3 โดยใช้คุณสมบัติของโครงสร้างความรู้ในการอธิบายและให้รายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับตรวจสอบความถูกต้องของการคำนวณรวมถึงตัวแทนของปัญหา

จากการศึกษาเกี่ยวกับการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐาน กลวิธีเอฟโอพีเอสความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยจึง

สนใจศึกษา ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

วัตถุประสงค์การวิจัย

1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ก่อนและหลังเรียน

2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 23 สกลนคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในภาคการศึกษาต้น ปีการศึกษา 2557 ของโรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์” จำนวน 2 ห้อง แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 38 คน และกลุ่มควบคุม 39 คน รวมกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 77 คน ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในภาคการศึกษาต้น ปีการศึกษา 2557 ของโรงเรียนเจริญศิลป์ “โพธิ์คำอนุสรณ์” จำนวน 2 ห้อง แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 38 คน และกลุ่มควบคุม 39 คน รวมกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 77 คน ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) โดยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งหมดจำนวน 4 ห้อง มาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคะแนนของนักเรียนแต่ละห้อง แต่เนื่องจากข้อมูลคะแนนของนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 ขาดหายไปเป็นจำนวนมาก ผู้วิจัยจึงนำคะแนนของนักเรียนเพียง 3 ห้อง มาทดสอบความแปรปรวน เมื่อพิจารณา พบว่าคะแนนของนักเรียนแต่ละห้องมีความแตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ของนักเรียนทั้ง 3 ห้อง ไปทดสอบโดยทำการวิเคราะห์เปรียบเทียบเป็นรายคู่ (Multiple Comparisons) เพื่อพิจารณาว่าค่าเฉลี่ยคะแนนของนักเรียนห้องใดบ้างต่างกัน พบว่านักเรียนทุกห้องมีค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผู้วิจัยจึงเลือกนักเรียนห้องที่ค่าเฉลี่ยมีความแตกต่างกันน้อยที่สุด คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และ 2/2 จากนั้นผู้วิจัยจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า ได้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 เป็นกลุ่มควบคุม และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 เป็นกลุ่มทดลอง โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองจะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ส่วนนักเรียนในกลุ่มควบคุมจะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 2 ฉบับ ประกอบด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีเอฟโอพีเอสสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ฉบับละ 14 แผน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ฉบับ เป็นแบบอัตนัยฉบับละ 4 ข้อ ประกอบด้วยฉบับก่อนเรียน เรื่อง การประยุกต์ 1 (ร้อยละในชีวิตประจำวัน) รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และฉบับหลังเรียน เรื่อง การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2.2 แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 2 ฉบับ เป็นแบบอัตนัยฉบับละ 3 ข้อ ประกอบด้วยแบบวัดฉบับก่อนเรียน เรื่อง การประยุกต์ 1 (ร้อยละในชีวิตประจำวัน) รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และฉบับหลังเรียน เรื่อง การประยุกต์อัตราส่วนและร้อยละ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สำหรับการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยพิจารณาความแตกต่างค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยนำค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดฉบับก่อนเรียน มาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-Test) ซึ่งผลปรากฏว่าก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส นักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นผู้วิจัยดำเนินการทดลองโดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสกับนักเรียนกลุ่มทดลอง และจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติกับนักเรียนกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 3 คาบ/สัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ ใช้เวลารวมกลุ่มละ 14 คาบ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 โดยในระหว่างการเรียนการสอนจะมีการสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในห้องเรียน โดยพิจารณาจากบันทึกหลังการเรียนการสอนและงานที่มอบหมายให้นักเรียนทำ ซึ่งอาจเป็นการบ้าน ใบงาน หรือรูปแบบอื่นๆ เมื่อดำเนินการทดลองครบตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เมื่อทำการตรวจให้คะแนนปรากฏว่า มีนักเรียนบางคนที่ได้ทำแบบวัดฉบับก่อนเรียนหรือฉบับหลังเรียนเพียงอย่างเดียว ผู้วิจัยจึงนำเฉพาะคะแนนของนักเรียนคนที่ได้ทำแบบวัดทั้งฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน มาทำการวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ทำให้ได้ข้อมูลจากนักเรียนกลุ่มทดลอง 31 คน และกลุ่มควบคุม 35 คน ผู้วิจัยเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธี

เอฟโอพีเอส โดยใช้การทดสอบที (T-Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยใช้การทดสอบ ANCOVA ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยออกเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ก่อนและหลังเรียน พบว่าก่อนการทดลอง นักเรียนในกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 5.00 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.37 และหลังการทดลอง นักเรียนในกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 6.39 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.15 นอกจากนี้ เมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (T-test dependent) พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 การเปรียบเทียบการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ก่อนและหลังเรียน พบว่าก่อนการทดลอง นักเรียนในกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยของคะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 3.15 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.93 และหลังการทดลอง นักเรียนในกลุ่มทดลองนี้มีค่าเฉลี่ยของคะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 6.90 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.04 นอกจากนี้ เมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (T-test dependent) พบว่าการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ตอนที่ 3 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ผู้วิจัยทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน โดยใช้ค่าเอฟ (F-Test) พบว่าก่อนการทดลองนักเรียนนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงกำหนดให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเป็นตัวแปรร่วม และทำการทดสอบคะแนนหลังเรียนโดยใช้สถิติ ANCOVA พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 (Sig. = .000 < .05) แบบไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรร่วมที่ระดับนัยสำคัญ .05 (Sig.

= .397 > .05) โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังการทดลอง 6.28 สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ซึ่งมีค่าเฉลี่ย 3.28

ตอนที่ 4 การเปรียบเทียบการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ผู้วิจัยทดสอบความแตกต่างของคะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน โดยใช้ค่าเอฟ (F-Test) พบว่าก่อนการทดลองนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม มีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงกำหนดให้การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเป็นตัวแปรร่วม และทำการทดสอบคะแนนหลังเรียนโดยใช้สถิติ ANCOVA พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยคะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หลังการทดลอง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 (Sig. = .000 < .05) แบบมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรร่วมที่ระดับนัยสำคัญ .05 (Sig. = .030 < .05) โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยคะแนนการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หลังการทดลอง 6.78 สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ซึ่งมีค่าเฉลี่ย 2.39

อภิปรายผล

1. จากการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจเป็นผลเนื่องมาจากกระบวนการของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ดังต่อไปนี้

1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นคู่หรือกลุ่มเล็กๆ โดยหลังจากที่นักเรียนได้เรียนเกี่ยวกับเนื้อหาที่จำเป็นสำหรับการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นนำแล้ว ในขั้นสอนครูจะเริ่มสอนนักเรียนเป็นคู่หรือกลุ่มเล็กๆ เกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหา เพื่อให้นักเรียนสามารถระบุประเภทและสร้างตัวแทนของปัญหาให้อยู่ในรูปแผนภาพได้อย่างถูกต้อง โดยครูจะเป็นผู้ดำเนินการสาธิตกระบวนการค้นหาและระบุประเภทของปัญหา รวมถึงสาธิตการเขียนข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพ ซึ่งนักเรียนจะต้องทำความเข้าใจสิ่งที่ครูสอน พร้อมกับแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันกับเพื่อนข้างๆ ในประเด็นข้างต้น สอดคล้องกับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของ ญัฐิกานต์ รักนาค (2552) ที่ได้กล่าวไว้ว่า ครูควรมีบทบาทเป็นผู้ชี้แนะ และจัดบรรยากาศการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาาร่วมกัน และ สภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM), 2000a ที่กล่าวว่า ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการอภิปรายการใช้เหตุผลของตนเองเกี่ยวกับหลักการและวิธีการต่างๆ กับครูและเพื่อนร่วมห้อง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการให้เหตุผลอย่างเหมาะสม และจากการศึกษาของ สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการเรียนการสอนดังกล่าว ครูจะเป็นผู้ส่งเสริมการเรียนรู้ของ

นักเรียน โดยกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด (think) และอภิปรายร่วมกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Talk) จนนักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง (Write) จากการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในกลุ่มทดลองที่ได้รับการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และนักเรียนในกลุ่มทดลองยังมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม ที่ได้รับการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 นอกจากนี้สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ผู้วิจัยพบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีความกระตือรือร้นที่จะคิด และติดตามสิ่งที่ครูกำลังสอน โดยมีการปรึกษาหารือกับเพื่อนข้างๆ เพื่อระดมความคิดเกี่ยวกับสิ่งที่ครูสอน ซึ่งผู้วิจัยสามารถสังเกตได้จาก คำถามที่นักเรียนมักจะถามครูในห้องเรียน เช่น “ข้อมูลนี้เป็นข้อมูลสำคัญใช้ไหมครับ และต่อไปผมจะต้องเขียนข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพใช้หรือไม่ครับ” และสามารถสังเกตได้จากพฤติกรรมการสนทนากับเพื่อนข้างๆ เช่น เมื่อครูเฉลยคำตอบที่ถูกต้องนักเรียนมักจะหันไปพูดกับเพื่อนด้วยความดีใจว่า “เห็นไหมฉันคิดถูกแล้ว ข้อมูลนี้เป็นข้อมูลสำคัญ และเขียนแผนภาพแบบนี้จริงๆ”

2) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนได้คิด วิเคราะห์ แยกแยะ และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา เนื่องจากก่อนที่นักเรียนจะลงมือแก้ปัญหาทุกครั้ง ไม่ว่าจะเป็นในชั้นสอนหรือชั้นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ นักเรียนจะต้องอ่านและทำความเข้าใจข้อมูลในปัญหาเพื่อวิเคราะห์ว่ามีข้อมูลใดบ้างที่เป็นข้อมูลสำคัญและข้อมูลใดบ้างที่เป็นข้อมูลประกอบ จากนั้นจึงพิจารณาว่าข้อมูลเหล่านั้นมีลักษณะของความสัมพันธ์หรือโครงสร้างคล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่นักเรียนเคยพบเห็นหรือไม่ ซึ่ง Jitendra et al. (1996, 2002) ได้กล่าวไว้ว่า โครงสร้างของปัญหาเป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทราบก่อนการแก้โจทย์ปัญหา เนื่องจากเป็นสิ่งที่ช่วยนักเรียนในการจำแนกลักษณะของปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ซึ่ง สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547) ได้นำเสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ เพื่อใช้ในการจัดหมวดหมู่ข้อมูลและสรุปรวมข้อมูลที่มีลักษณะเหมือนหรือต่างกันได้ รวมถึง ญัฐกานต์ รักนาค (2552) ที่กล่าวว่า ครูผู้สอนควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวความคิดอย่างสมเหตุสมผล นอกจากนี้ ญัฐกานต์ รักนาค (2552) ยังได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโอนการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งแนวคิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ในบริบทที่ศึกษาสังเคราะห์มาจากทฤษฎีโครงสร้างความรู้ (Schema Theory) ทฤษฎีองค์ประกอบเหมือน (Identical-Component Theory) และทฤษฎีการสรุปนัยทั่วไป (Generalization Theory) ผลการวิจัยพบว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการศึกษาของผู้วิจัยในครั้งนี้ พบว่าในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส นักเรียนเกิดกระบวนการคิด วิเคราะห์ และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล สามารถสังเกตได้จากพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น

การตอบคำถามของนักเรียนจากโจทย์ปัญหา “อำเภซื้อแตงโมมาขาย 360 ผล วันแรกขายได้ 162 ผล แตงโมที่ขายได้คิดเป็นร้อยละเท่าไรของจำนวนแตงโมทั้งหมด” นักเรียนสามารถบอกข้อมูลที่สำคัญของโจทย์ปัญหานี้ได้ และอธิบายได้ว่า “เป็นสถานการณ์ที่แสดงอัตราส่วนระหว่างจำนวนแตงโมที่ขายได้กับจำนวนแตงโมที่ซื้อ มาให้มีลักษณะเดียวกันกับอัตราส่วนระหว่างจำนวนแตงโมที่ขายได้กับจำนวนแตงโมที่ซื้อ มา 100 ผล หรือ ร้อยละของแตงโมที่ขายได้ ซึ่งเป็นจำนวนที่ไม่ทราบค่า ”

3) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ส่งเสริมให้นักเรียนใช้การเตือนตนเองตนเอง (Self-Monitoring) ในทุกขั้นตอนของการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการถามตอบตนเองเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา โดยครูจะต้องออกแบบลักษณะของคำถามที่ใช้ในการสอนให้นักเรียนถามตนเองให้มีความสอดคล้องกับขั้นตอนของกลวิธีเอฟโอพีเอส และคำถามเหล่านั้นไม่ได้มีจุดประสงค์เพียงเพื่อฝึกให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาเพียงอย่างเดียว แต่จะต้องส่งเสริมให้นักเรียนได้คิด โดยใช้ความรู้ที่ได้จากปัญหา ความรู้พื้นฐาน หรือประสบการณ์ เพื่อนำมาใช้ในการตรวจสอบและให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการในลักษณะนี้จะเป็นเครื่องมือสำคัญที่จะช่วยในการติดตามการเรียนรู้และตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและการแก้ปัญหา สอดคล้องกับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547) ที่กล่าวว่า ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำหรับการตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้อง และณัฐกานต์ รักนาค (2552) ที่กล่าวว่า ครูผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาย่อยอย่างเป็นประจำ โดยที่ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะ และแนะนำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้อง นอกจากนี้จากการศึกษาของ Jitendra et al. (2010) ที่ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน 2 คน ซึ่งมีปัญหาทางด้านอารมณ์และพฤติกรรม พบว่า การเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานช่วยพัฒนาให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาและโจทย์ปัญหา รวมถึงพัฒนาความเข้าใจที่สมเหตุสมผล (Make Sense) นอกจากนี้ Jitendra ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมว่า ในการเรียนการสอนโดยใช้โครงสร้างความรู้เป็นฐานครูควรมุ่งเน้นให้นักเรียนได้เกิดกระบวนการเตือนตนเองอย่างต่อเนื่อง

2. จากการวิจัยพบว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อาจเป็นผลเนื่องมาจากลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ตัวแทนความคิดอย่างเป็นระบบ เนื่องจากในชั้นสอนนักเรียนจะได้ฝึกจำแนกโครงสร้างหรือลักษณะของปัญหา และจัดการข้อมูลของปัญหาลงในแผนภาพที่มีลักษณะเฉพาะหรือโครงสร้างสอดคล้องกับความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหานั้นๆ ก่อนที่นักเรียนจะได้ลงมือแก้ปัญหาทุกครั้ง โดยครูจะเริ่มสอนนักเรียนจากสถานการณ์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบ

ค่าในชั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหา และตามด้วยโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่าในชั้นการเรียนการสอนการแก้ปัญหานั้น นอกจากนั้นในชั้นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้นักเรียนจะได้ฝึกในลักษณะเดียวกันนี้อีกครั้ง ทำให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนความคิดอย่างเป็นระบบจนเกิดความชำนาญ ซึ่ง สมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM), 2000b ที่ได้กล่าวว่า ครูควรส่งเสริมการใช้ตัวแทนความคิดที่มีแบบแผน โดยให้คำแนะนำนักเรียนเบื้องต้นเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนความคิด ก่อนที่นักเรียนจะสามารถใช้ตัวแทนความคิดอย่างมีความหมาย แทนการบอกให้ทราบ นอกจากนี้จากการศึกษาของ ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2537) เกี่ยวกับการวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้านกระบวนการในการคิดแก้ปัญหานั้น และเมตาโคคินซ์ของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญ และไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่มีความชำนาญในการแก้ปัญหานั้น สามารถทำความเข้าใจและสร้างตัวแทนของปัญหา ได้ดีกว่านักเรียนที่ขาดความชำนาญในการแก้ปัญหานั้น สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ผู้วิจัยพบว่า ในสัปดาห์ที่ 2 หลังจากที่นักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการฝึกให้เขียนข้อมูลของปัญหาลงในรูปแผน และเริ่มจดจำกระบวนการของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสได้ นักเรียนมีความคล่องแคล่วในการสร้างแผนภาพตัวแทนของปัญหา โดยนักเรียนส่วนใหญ่ที่สามารถเขียนแผนภาพจากสถานการณ์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่า ในชั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหาได้อย่างถูกต้อง จะสามารถเขียนแผนภาพจากโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนไม่ทราบค่าซึ่งมีความสัมพันธ์ของข้อมูลคล้ายคลึงกับสถานการณ์ในชั้นการเรียนการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างปัญหาได้ถูกต้อง

2) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ส่งเสริมการใช้ตัวแทนความคิดอย่างหลากหลาย โดยใช้แผนภาพของปัญหาที่มีโครงสร้างเฉพาะสอดคล้องกับความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหานั้นๆ ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้ฝึกการวิเคราะห์ข้อมูล และจำแนกลักษณะของปัญหาอย่างหลากหลาย ซึ่งสมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM), 2000b ได้กล่าวว่า การจัดประสบการณ์ให้นักเรียนในการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย เป็นแนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายให้กับนักเรียน ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ลักษณะของแผนภาพที่สอดคล้องกับเนื้อหาในการสอน ออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่ ปัญหาเกี่ยวกับการรวมกลุ่มข้อมูล (Group Problem) ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบข้อมูล (Compare) ปัญหาเกี่ยวกับการจัดรูปแบบของข้อมูล (Restate Problem) และปัญหาเกี่ยวกับการผันแปรของข้อมูล (Vary Problem) ในขณะที่นักเรียนในกลุ่มควบคุมได้เรียนรู้จากแผนภาพเพียงลักษณะเดียว ตามแบบเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่ง Rider (2007) ได้อธิบายแนวทางในการพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดไว้ว่า ครูควรออกแบบการเรียนการสอนให้มีการใช้ตัวแทนความคิดอย่างหลากหลาย ผ่านการยกตัวอย่าง การฝึกปฏิบัติในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนความคิดได้อย่างหลากหลายรูปแบบอย่างเหมาะสมในเนื้อหาเดียวกัน สอดคล้องกับผลการศึกษาของ กัลยา ทองสุ (2545) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยสร้างสภาพปัญหา ที่ใช้ตัวแทนที่หลากหลายซึ่งอาจอยู่ในรูปของแผนภาพ ตารางกราฟ และพีชคณิต ผลการวิจัยพบว่า การใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหานั้นจะพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องระบบสมการเชิงเส้น เนื่องจากนักเรียนจะสามารถใช้ตัวแทนเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง

ปริมาณกับตัวแปรต่างๆ ทำให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับสมการ นิพจน์ สัญลักษณ์ต่างๆที่ใช้แทนความสัมพันธ์ของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสมการเชิงเส้น

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหา ที่สามารถใช้แผนภาพช่วยในการสอนได้ เช่นเนื้อหาเรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ เนื่องจากวิธีการสอนนี้อาจไม่เหมาะสำหรับการสอนเนื้อหาที่เป็นมโนทัศน์หรือมีความเป็นนามธรรม ดังนั้นครูผู้สอนจึงควรพิจารณาและเลือกเนื้อหาให้เหมาะสมกับกิจกรรมการเรียนรู้

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นสอนที่เริ่มจากการสอนให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ข้อมูลในสถานการณ์และสร้างแผนภาพตัวแทนของสถานการณ์ที่ไม่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่าก่อน แล้วจึงสอนให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาที่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่าด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ดังนั้นในการออกแบบแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูผู้สอนควรมีการจัดสรรจำนวนตัวอย่างที่ใช้ในการสอนลำดับของเนื้อหาที่จะใช้สอน คำถามที่จะใช้ถามนักเรียน ให้มีความสอดคล้องกัน และเหมาะสมกับเวลา

3. เนื่องจากกลวิธีเอฟโอพีเอส เป็นกลวิธีในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นให้นักเรียนใช้การเตือนตนเองในทุกขั้นตอนของการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการตรวจสอบและติดตามการเรียนรู้ของนักเรียน ดังนั้นครูผู้สอนจึงควรออกแบบลักษณะคำถามที่จะใช้ในการสอนให้เหมาะสม เป็นธรรมชาติ กลมกลืนไปกับการเรียนการสอนตามสภาพจริง

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสในเนื้อหาอื่นๆ หรือในระดับชั้นอื่นๆ เช่น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เนื่องจากมีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้สอนตามขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส

2. ควรมีการศึกษาลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอส ที่มีต่อทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ ได้แก่ ทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา เนื่องจากกลวิธีเอฟโอพีเอสเป็นกลวิธีในการแก้ปัญหา และทักษะ/กระบวนการสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากขั้นตอนของการเรียนการสอนนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารแนวคิดของตนเองเกี่ยวกับปัญหาต่างๆ ผ่านการใช้ตัวแทนที่อยู่ในรูปของแผนภาพ และส่งเสริมให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันเป็นคู่หรือกลุ่มเล็กๆ

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- กัลยา ทองสุ. (2545). การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพมหานคร.
- ณัฐกานต์ รักษาค. (2552). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ เพื่อ ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- ทรงชัย อักษรคิด. (2555). การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ *Mathematical Problem Solving and Problem Posing*. กรุงเทพมหานคร: บริษัท วิสด้า อินเตอร์เนชั่น จำกัด.
- ทองหล่อ วงษ์อินทร์. (2537). การวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้านการบวนการในการคิดแก้ปัญหาและเมตาดาอก นิชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. ปริญญา มหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2555). ผลการทดสอบ O-NET ปีการศึกษา 2555. สืบค้นวันที่ 18 กันยายน 2556, <http://www.moc.moe.go.th/upload/0cec311887.pdf>.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับ ประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: เอส.พี.เอ็น การพิมพ์.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2556). สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2. สมุทรปราการ: บริษัท แอดวานซ์ พรินต์ติ้ง เซอร์วิส จำกัด.
- สุดารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบสืบสวน ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- อัมพร ม้าคอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- Alice, F. A., & Shirel. Y. F. (1994). Mathematical reasoning during small group problem solving Developing Mathematical Reasoning in Grade K-12 1999 Yearbook. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Brahier, D. J. (2005). The Teaching of Geometry. *Teaching Secondary and Middle School Mathematics*. (pp. 205-207). Boston: Pearson.
- Chen, Z. (1999). Schema induction in children's analogical problem solving. *Journal of Education Psychology*, 91(4), 703-715.
- Foong Pui Yee. (2007). Problem Solving in Mathematics. In L. P. Yee (Ed.), *Teaching Primary School Mathematics* (pp. 54-81). Singapore: McGraw-Hill Education (Asia).

- Jitendra, A. K., DiPipi, C. M., & Perron-Jones, N. (2002). An exploratory study of schema-based word-problem-solving instruction for middle school students with learning disabilities: An emphasis on conceptual and procedural understanding. *The Journal of Special Education, 36*, 23–38.
- Jitendra, A. K., et al. (2010). Schema-Based Instruction: Facilitating Mathematical Word Problem Solving for Students with Emotional and Behavioral Disorders. *Preventing School Failure, 54*(3), 145–151.
- Jitendra, A. K., & Hoff, K. (1996). The Effects of Schema-Based Instruction on the Mathematical Word-Problem-Solving Performance of Students with Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 29*(4), 422-443.
- Jitendra, A. K., Hoff, K., & Beck, M. M. (1999). Teaching middle school students with learning disabilities to solve word problems using a schema-based approach. *Remedial and Special Education, 20*, 50–64.
- Jitendra, A. K., Star, J., Starosta, K., L., J., Sood, S., Caskie, G., & et al. (2009). Improving students' learning of ratio and proportion problem solving: The role of schema-based instruction. *Contemporary Educational Psychology, 34*(3), 250-264.
- Jitendra, A. K., & Star, J. R. (2011). Meeting the Needs of Students With Learning Disabilities in Inclusive Mathematics Classrooms: The Role of Schema-Based Instruction on Mathematical Problem Solving. *Theory into Practice, 50*(1), 12-19.
- Kalyuga, S. (2006). Rapid cognitive assessment of learners' knowledge structures. *Learning and Instruction, 16*, 1-11.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000a). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000b). Principle and Standards for School Mathematics. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Rider, R. (2007). Shifting from Traditional to Nontraditional Teaching Practices Using Multiple Representations. *Mathematics Teacher, 100*(7), 494-500.