การพัฒนาชุดสาธิต เรื่อง แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ สำหรับการศึกษาระดับปริญญาตรี

DEVELOPMENT THE DEMONSTRATION SET OF STATICALLY INDETERMINATE BEAM FOR BACHELOR EDUCATION

สฤษฏ์มงคล พูลสงวน[1], สุรวุฒิ ยะนิล[2] และ เมธา อึ่งทอง[3]
Sarithmongkol Poolsaguan[1], Surawut Yanil [2] and Metha OungThong[3]

บทความวิจัย

วันที่รับบทความ 30 มีนาคม 2568 แก้ไขบทความ 30 เมษายน 2568 ตอบรับบทความ 2 พฤษภาคม 2568

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและหาประสิทธิภาพชุดสาธิต เรื่อง แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ชุดสาธิตที่พัฒนา ใบทดลอง สถิติที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ การวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการสร้างและพัฒนาชุดสาธิต ได้ชุดสาธิตแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ ชนิดคานต่อเนื่องมีจุดรองรับแรงปฏิกิริยาสามตำแหน่ง สามารถสาธิตแรงที่กระทำบนคานแบบเป็นจุด แรงกระทำแบบกระจายสม่ำเสมอ และแรงกระทำแบบผสม มีขนาดกว้าง 0.4 เมตร ยาว 1.3 เมตร สูง 0.4 เมตร 2) ผลการหาประสิทธิภาพชุดสาธิต พบว่าค่าเฉลี่ยร้อยละของความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของแรงปฏิกิริยาที่รองรับทั้งสามตำแหน่งอยู่ที่ 2.763 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์แม่นยำสูงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าค่าที่ได้จากการทดลองมีความสอดคล้องกับค่าทางทฤษฎีในระดับที่ยอมรับได้ จึงสรุปได้ว่าชุดสาธิตที่พัฒนานี้มีประสิทธิภาพเพียงพอสำหรับใช้เป็นสื่อการเรียนรู้ในบริบททางการศึกษา

คำสำคัญ: ชุดสาธิต, คานต่อเนื่อง, คานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์

[1 2 3] คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

[1 2 3] Faculty of Technical Education, King Mongkut's University of Technology North Bangkok

*Corresponding Author, E-mail: saritmonkol@gmail.com

Abstract

This research aimed to develop and evaluate the effectiveness of a demonstration set on reaction forces at the supports of statically indeterminate beams. The research instruments included the developed demonstration set and experimental worksheets. The primary statistical method used was the analysis of relative error.

The research findings were as follows: 1) The developed demonstration set was designed for statically indeterminate continuous beams with three support points. It could demonstrate point loads, uniformly distributed loads, and combined loads. The dimensions of the set were 0.4 meters in width, 1.3 meters in length, and 0.4 meters in height.

2) The evaluation of the demonstration set's effectiveness showed that the average relative error of the reaction forces at all three support points was 2.763%, considered within a highly accurate range with statistical significance. The experimental results were consistent with theoretical values at an acceptable level. Therefore, it can be concluded that the developed demonstration set is sufficiently effective to be used as an educational tool in the context of engineering education.

Keywords: Demonstration set, continuous beams, statically indeterminate beams

บทนำ

การเรียนการสอนในสาขาวิศวกรรมเครื่องกล โดยเฉพาะกลศาสตร์ของแข็ง ที่ต้องมีการวิเคราะห์แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานซึ่งเป็นแนวคิดพื้นฐานที่ใช้ในการออกแบบโครงสร้างทางวิศวกรรม เช่น คานสะพานและโครงสร้างรับน้ำหนักต่าง ๆ การทำความเข้าใจพฤติกรรมของคานภายใต้แรงกระทำเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาโครงสร้างที่มีความปลอดภัยและแข็งแรง การศึกษาและการวิเคราะห์แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานจึงเป็นเรื่องสำคัญ

ถือเป็นพื้นฐานในการออกแบบคาน ออกแบบโครงสร้าง หรือแม้กระทั่งการวิเคราะห์ความแข็งแรงของวัสดุ หนึ่งในกรณีที่ซับซ้อนยุ่งยากและเป็นปัญหาเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานก็คือ คานที่ไม่สามารถหาค่าแรงปฏิกิริยาได้โดยตรงจากสมการสมดุลหรือที่เรียกว่าคานที่หาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ (Statically Indeterminate Beam) ซึ่งต้องใช้หลักการเชิงกลศาสตร์ขั้นสูง สมการอนุพันธ์ของเส้นโค้งการโก่ง เงื่อนไขขอบเขต ซึ่งมักพบปัญหาความยุ่งยากซับซ้อนในการสอน [1] ให้ผู้เรียนเข้าใจถึงวิธีการหาค่าและมองเห็นภาพผลกระทบที่เกิดจากแรงภายนอกและโมเมนต์ที่กระทำต่อคาน อีกทั้งการเรียนการสอนในหัวข้อนี้มักอาศัยเนื้อหาทางทฤษฎีเป็นหลัก ซึ่งอาจทำให้ผู้เรียนขาดโอกาสในการเห็นภาพจริงของพฤติกรรมคานเมื่อต้องรองรับน้ำหนักหรือแรงกระทำ สื่อประกอบการเรียนการสอนที่เป็นชุดสาธิตจึงเป็นส่วนสำคัญยิ่งที่ผู้สอนจะได้ใช้สาธิตเพื่อสื่อความหมายให้ผู้เรียนได้เข้าใจเนื้อหาสาระทางทฤษฎีจนทำให้ผู้เรียนได้เห็นภาพและได้พิสูจน์สิ่งที่ได้เรียนรู้ผ่านการทดลองทำด้วยตนเองได้ อีกทั้งหากการเรียนการสอนโดยใช้สื่อจะสามารถแสดงผลแบบโต้ตอบ (Interactive Demonstration) ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนสามารถทดลองและทำความเข้าใจพฤติกรรมของโครงสร้างได้ง่ายขึ้น

แต่ในปัจจุบันสื่อการสอนที่ใช้ในการศึกษาเรื่องแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับสำหรับคานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตศาสตร์นี้มักต้องนำเข้าจากต่างประเทศ ซึ่งมีราคาสูงมากและไม่สามารถจัดหาให้เพียงพอต่อความต้องการของนักศึกษา[2] ข้อจำกัดนี้ส่งผลให้สถาบันการศึกษาจำนวนมากไม่สามารถจัดเตรียมสื่อชุดสาธิตที่เหมาะสมในการเรียนการสอนโดยเฉพาะการหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับสำหรับคานที่หาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ ทำให้ผู้เรียนขาดโอกาสในการฝึกปฏิบัติและเห็นภาพจริง [3] ซึ่งหากผู้สอนที่สอนองค์ความรู้ทางด้านทฤษฎีและมิได้มีการสาธิตเพื่อแสดงให้เห็นความกระจ่างชัดทางทฤษฎีแล้วก็ย่อมส่งผลถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ของผู้เรียนและจะส่งผลถึงการนำไปใช้จริงในการประกอบวิชาชีพได้เช่นเดียวกัน

จากข้อจำกัดการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงเกิดแนวคิดในการสร้างและพัฒนาชุดสาธิต เรื่องแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับสำหรับคานที่หาค่าไม่ได้ทาง

สถิตยศาสตร์ เพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนในรายวิชากลศาสตร์ของแข็ง ระดับปริญญาตรี ซึ่งเป็นรายวิชาบังคับที่นักศึกษาจะต้องได้รับการเรียนการสอนทุกคน โดยมีเป้าหมายเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจหลักการเชิงกลศาสตร์ได้อย่างเป็นรูปธรรม มองเห็นภาพผลกระทบที่เกิดจากแรงภายนอกและโมเมนต์ที่กระทำต่อคานและเพิ่มโอกาสในการฝึกปฏิบัติผ่านการทดลองจริงซึ่งช่วยเสริมสร้างความเข้าใจและความพร้อมในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในงานวิศวกรรมต่อไป

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อพัฒนาและหาประสิทธิภาพชุดสาธิต เรื่อง แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับสำหรับคานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์

แนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

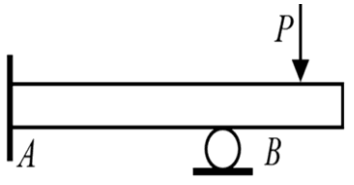
ผู้วิจัยได้ศึกษาวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง ประมวลสาระได้ดังต่อนี้

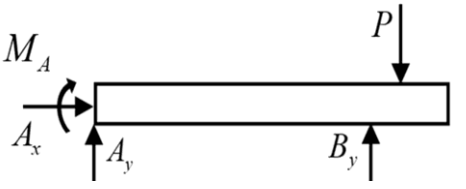
1. คาน (Beam) คือชิ้นส่วนโครงสร้างที่ใช้งานแพร่หลายในงานวิศวกรรม โดยเป็นโครงสร้างที่ออก แบบให้รับแรงที่กระทำต่อจุดต่างๆตลอดทั่วทั้งความยาวของคาน การคำนวนภาระ (load) และแรงปฏิกิริยาที่กระทำต่อคานมักอยู่ในแนวตั้งฉากกับคานและก่อให้เกิดแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ในการออกแบบคานมีความจำเป็นต้องรู้ค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดที่กระทำต่อคาน จากนั้นจึงเลือกพื้นที่หน้าตัดของคานเพื่อให้สามารถรับแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดได้ การที่จะหาแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคานจะต้องหาแรงปฏิกิริยาที่รองรับคานก่อนเสมอ ทั้งนี้ค่าแรงปฏิกิริยาที่คำนวนได้จะต้องเป็นค่าที่ถูกต้อง หากคำนวนค่าแรงปฏิกิริยาผิดพลาดจะทำให้การคำนวนค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดผิดพลาดไปด้วย [4]

2. คานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ (Statically Indeterminate Beam) คือโครงสร้างที่ไม่สามารถวิเคราะห์หาแรงภายในหรือภายนอกโครงสร้างโดยใช้สมการสมดุลเพียงอย่างเดียวได้ ต้องอาศัยคุณสมบัติอื่น ๆ ของโครงสร้างมาช่วยในการวิเคราะห์ เช่น คุณสมบัติทางด้านการเสียรูป (Deformation) ของโครงสร้าง จึงต้องใช้ทั้งความรู้เรื่องสมดุลของแรงและการคำนวณหาการเสียรูปของโครงสร้าง [5] หากพิจารณาคานปลายหนึ่ง

ยึดแน่นปลายหนึ่งยึดแบบเคลื่อนที่ได้ ดังภาพที่ 1 ซึ่งยึดปลายคานแน่นที่ จุด A และรองรับปลายคานด้วยลูกกลิ้งที่ จุด B เมื่อเขียนแผนผังวัตถุอิสระดังภาพที่ 2 แผนภาพวัตถุอิสระ จะพบว่ามีแรงปฏิกิริยาไม่ทราบค่า 4 ตัวแต่สมการสมดุลมีเพียงสามสมการเท่านั้น คือ $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0, \sum M = 0$

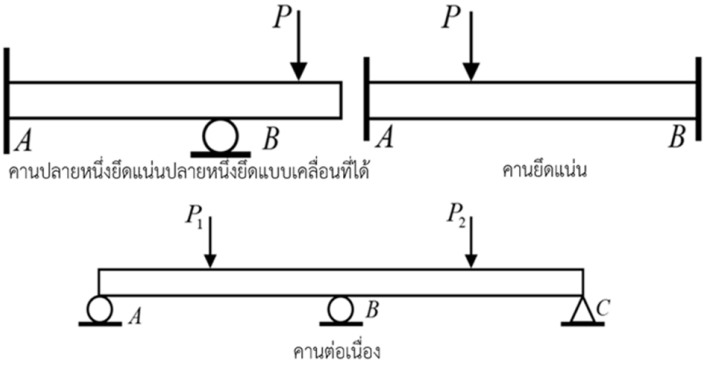
3.





ภาพที่ 1 คานปลายหนึ่งยึดแน่นปลายหนึ่งยึดแบบเคลื่อนที่ได้ ภาพที่ 2 แผนภาพวัตถุ

อิสระเนื่องจากมีเพียงแรงแนวแกน x ที่จะหาค่าได้จากสมการสมดุล ดังนั้นคานนี้มีลักษณะเป็นคานที่หาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ ได้แก่คานปลายหนึ่งยึดแน่นปลายหนึ่งยึดแบบเคลื่อนที่ได้ คานยึดแน่น คานต่อเนื่อง ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 คานที่มีลักษณะหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์

4. ฟังก์ชันความไม่ต่อเนื่อง (Discontinuity Functions) ใช้ในการวิเคราะห์แรงกระทำ แรงเฉือน และโมเมนต์ดัดบนคาน โดยสร้างฟังก์ชันเดียว $w(x)$ ที่รวมแรงทั้งหมด แม้ว่าแรงอาจไม่ต่อเนื่อง ฟังก์ชันนี้สามารถอินทิเกรตได้สองครั้งเพื่อหาแรงเฉือน $V(x)$ และโมเมนต์ดัด $M(x)$ ฟังก์ชัน Macaulay หรือฟังก์ชันสภาวะไม่ต่อเนื่องของ Macaulay จะมีค่าเป็นศูนย์เมื่อ $x < a$ และทำงานเหมือนฟังก์ชันทั่วไปเมื่อ $x \geq a$ ซึ่งช่วยให้สามารถวิเคราะห์แรงที่กระทำบนคานโดยไม่ต้องแยกช่วงของฟังก์ชัน คานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์จึง

ต้องใช้วิธีการพิเศษในการหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับคาน เนื่องจากไม่สามารถใช้สมการสมดุลเพียงอย่างเดียวได้ ฟังก์ชัน Macaulay และฟังก์ชันความไม่ต่อเนื่องจึงมีประโยชน์ในการช่วยวิเคราะห์แรงและโมเมนต์ของคานที่มีเงื่อนไขซับซ้อน โดยสามารถใช้ในการคำนวณแรงปฏิกิริยาเพื่อความถูกต้องแม่นยำของการออกแบบโครงสร้าง [6]

5. การพัฒนาชุดสาธิตทางวิศวกรรมเครื่องกลมีความสำคัญในการเสริมสร้างความเข้าใจแนวคิดเชิงทฤษฎีผ่านการปฏิบัติจริง ช่วยเพิ่มทักษะการวิเคราะห์และแก้ปัญหา [7] โดยมีขั้นตอนการออกแบบ 5 ขั้นตอน ได้แก่ (1) ศึกษาขอบข่ายเนื้อหาเพื่อกำหนดหัวข้อที่สอดคล้องกับหลักสูตร (2) กำหนดเนื้อหาและวัตถุประสงค์เพื่อออกแบบให้ตรงตามเป้าหมาย (3) ออกแบบและสร้างชุดสาธิตโดยคำนึงถึงโครงสร้าง การทำงาน และความเหมาะสมในการใช้งาน (4) ทดลองใช้งานเพื่อปรับปรุงความถูกต้อง ความทนทาน และความสะดวกในการใช้งาน (5) ปรับปรุงชุดสาธิตจากผลการทดลองเพื่อให้มีประสิทธิภาพสูงสุด [8] ทั้งนี้ การออกแบบที่ดีช่วยเพิ่มประสิทธิภาพการเรียนรู้และความสามารถในการนำไปใช้จริงในงานวิศวกรรม

6. การหาประสิทธิภาพของชุดสาธิตเชิงวิศวกรรมเครื่องกล ก่อนนำชุดสาธิตมาใช้งาน จำเป็นต้องทดสอบประสิทธิภาพโดยพิจารณาจากปัจจัยความแม่นยำของผลการทดลอง โดยใช้ โหลดเซลล์ วัดค่าแรงปฏิกิริยาแล้วเปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎีที่คำนวณด้วยวิธีฟังก์ชันความไม่ต่อเนื่อง โดยวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ (Relative error) เพื่อประเมินความคลาดเคลื่อน โดยเน้นค่าเฉลี่ยร้อยละของความเป็นตัวชี้วัด [9] ซึ่งค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เป็นค่าที่ใช้วัดความแตกต่างระหว่างค่าที่ได้จากการวัดกับค่าที่แท้จริงหรือค่าอ้างอิงหรือค่าทฤษฎี [10] โดยมีคุณสมบัติสำคัญคือเป็นค่าที่ไม่มีเครื่องหมายลบเนื่องจากใช้ค่าสัมพัทธ์ โดยใช้สูตร [11] ทั้งนี้ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์นี้มีความสำคัญในการช่วยประเมินความแม่นยำของการวัด โดยเฉพาะค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ที่ต่ำหมายถึงการวัดมีความแม่นยำสูง และมักใช้ในการเปรียบเทียบความถูกต้องของอุปกรณ์หรือทางการทดลองกับทฤษฎี [11]

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างและหาประสิทธิภาพชุดสาธิตในด้านคานที่หาค่าไม่ได้เชิงสถิตยศาสตร์มีหลายผลงานวิจัยที่สำคัญ เช่น ผลงานวิจัยของสุทธิรักษ์ แปงเครือ [12] ได้นำเสนอผลงานวิจัยในการสร้างชุดสาธิตการดัดและแอ่นของคาน โดยชุดสาธิตที่สร้างขึ้นนั้นพบว่าประสิทธิภาพของชุดการสอนสามารถนำมาใช้วัดแรงกระทำที่จุดรองรองแต่ใน

ส่วนของเซนเซอร์ระยะทางมีค่า Error สูงสุดถึง 172.73% สาเหตุมาจากใช้เซนเซอร์ที่มีคุณภาพไม่ดีและทำให้ไม่สามารถวัดความละเอียดสูง ๆ ได้ และอาจมีความผิดพลาดในการสอบเทียบทำให้ไม่สามารถใช้ในการวัดระยะแอ่นได้ซึ่งได้เสนอแนะให้มีการใช้เซนเซอร์ที่มีคุณภาพที่สูงหรือใช้ไดอัลเกจมาวัดระยะแอ่นเป็นตัวหลักจะทำให้มีความแม่นยำสูงดังนั้นจากผลงานวิจัยนี้หากนำไปใช้ในการเรียนการสอนจะต้องนำไปปรับปรุงแก้ไขก่อน แต่อย่างไรก็ตามหากพิจารณาในส่วนของความพึงพอใจของผู้เข้ารับการฝึกอบรมพบว่าสื่อการสอนนี้มีความน่าสนใจดึงดูดให้เกิดความต้องการเรียนรู้ ซึ่งมีความสอดคล้องกับงานวิจัยของ Giancaspro และ Arboleda [13] ที่ได้นำเสนอชุดการสาธิตในชั้นเรียนเพื่อแก้ปัญหาความเบื่อหน่ายและไม่เข้าใจเนื้อหาของวิชากลศาสตร์วิศวกรรม โดยชุดสาธิตนี้ใช้กิจกรรมที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ซึ่งมีผลบวกต่อประสิทธิภาพการสอน อีกทั้ง Su Mon Shwe [8] ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนในห้องปฏิบัติการกลศาสตร์วิศวกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนรู้ MIAP ซึ่งมีประสิทธิภาพสูงในทั้งภาคทฤษฎีและปฏิบัติ ในส่วนของการสร้างชุดสาธิตอื่น ๆ เช่น สุทธิพงษ์ เสตางกูล [13] ได้พัฒนาชุดสาธิตเกี่ยวกับการสมดุลแรงบนคาน ซึ่งได้รับผลประสิทธิภาพที่สูงกว่าเกณฑ์กำหนด [14] นอกจากนี้, ณัทฐพงศ์ ล้อพิศาลไชย [15] ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาชุดฝึกอบรมระบบไฟฟ้าและอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์รถยนต์ระดับต้น โดยพบว่าใช้ชุดฝึกอบรมนี้แล้วสามารถพัฒนาความเข้าใจหลักการทำงานของอุปกรณ์ได้ดีมากขึ้น ขณะที่ชนิกานต์ เพิ่มอุตสาห์ [16] ได้วิจัยพัฒนาชุดการสอนแบบผสมเกี่ยวกับเสถียรภาพงานกลึงปอก ซึ่งพบว่าประสิทธิภาพของการเรียนการสอนแบบผสมในระดับดีมาก จากงานวิจัยที่ผ่านมาการใช้ชุดสาธิตในการเรียนการสอนช่วยเพิ่มความเข้าใจและความสนใจของผู้เรียน โดยเฉพาะในวิชากลศาสตร์วิศวกรรม นอกจากนี้ พบว่าปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อความแม่นยำของการทดลองคือคุณภาพเซนเซอร์และเทคนิคการวัด ดังนั้นการพัฒนาชุดสาธิตเรื่องแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานจึงควรมุ่งเน้นความแม่นยำของอุปกรณ์และการปรับปรุงกระบวนการวัดผลและยังไม่พบงานวิจัยใดที่เน้นการสร้างชุดสาธิตสำหรับคานที่หาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์โดยเฉพาะเจาะจงซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นสำหรับการพัฒนาชุดสาธิตในงานวิจัยนี้

วิธีดำเนินการวิจัย

สำหรับขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยนั้น แบ่งเป็น 4 ขั้นตอนได้แก่ การออกแบบการสร้างชุดสาธิต การหาประสิทธิภาพชุดสาธิตเชิงวิศวกรรมศาสตร์ และการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

ขั้นตอนการออกแบบ

1. วิเคราะห์รายวิชาและกำหนดหัวข้อเรื่อง โดยวิเคราะห์รายวิชา กลศาสตร์ของแข็ง (Mechanics of Solids) และสัมภาษณ์อาจารย์ผู้รับผิดชอบสอนรายวิชากลศาสตร์ของแข็ง ห้องเรียนสำหรับใช้ชุดสาธิตที่จะพัฒนาขึ้น [17] เพื่อกำหนดหัวข้อเรื่องที่ใช้ในการเรียนการสอนที่จำเป็นต้องใช้ชุดสาธิตประกอบการเรียนการสอน ได้หัวข้อเรื่อง แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานที่หาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ กำหนดวัตถุประสงค์การใช้ชุดสาธิต และกำหนดขนาดของชุดสาธิตให้เหมาะสมกับขนาดของห้องและจำนวนผู้เรียนที่ใช้ชุดสาธิต

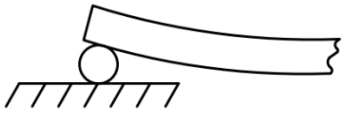
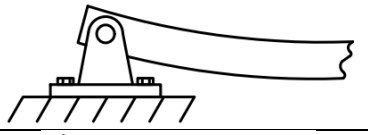
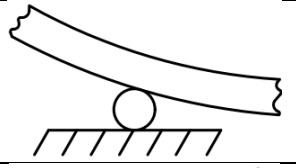
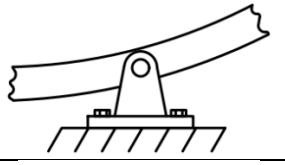
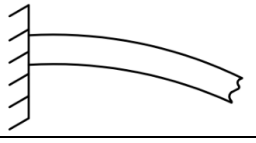
2. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี หลักการ จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อรวบรวมข้อมูลสำคัญในการออกแบบพบว่า โครงสร้างที่ไม่สามารถวิเคราะห์หาแรงภายในหรือภายนอกโครงสร้างโดยใช้สมการสมดุลเพียงอย่างเดียวนั้นต้องอาศัยคุณสมบัติอื่น ๆ ของโครงสร้างมาช่วยในการวิเคราะห์ เช่น คุณสมบัติทางด้านการเสียรูป (Deformation) ของโครงสร้าง จึงต้องใช้ทั้งความรู้เรื่องสมดุลของแรงและการคำนวณหาการเสียรูปของโครงสร้าง โดยการแก้ปัญหาคานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์นั้นใช้หลักการแก้ปัญหาแบบสมดุลสมการทั่วไปและใช้วิธีการอินทิเกรตโดยการกำหนดขอบเขตของปัญหาก็จะสามารถหาค่าแรงที่จุดรองรับและระยะแอ่นที่เกิดขึ้นบนคานได้ ซึ่งแรงชนิดต่าง ๆ เมื่อแรงเป็นฟังก์ชันที่ไม่ต่อเนื่องตลอดความยาวคาน ที่กำหนดให้ความยาวคาน เป็นแกน x จะต้องอินทิเกรตสมการอนุพันธ์อันดับที่สองโมเมนต์ภายในคานเพื่อหาสมการเส้นโค้งอิลาสติก

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = M\left(x\right)$$

โดยค่าของ EI เรียกว่า"ค่าความแข็งเชิงดัด (Flexural Rigidity)" ซึ่งถ้าความแข็งเชิงดัดมีค่าไม่คงที่ เช่นในกรณีที่ความลึกของคานมีค่าไม่คงที่ จะต้องทำค่าความแข็งเชิงดัดให้เป็นฟังก์ชันของ x ก่อนที่จะอินทิเกรต คำตอบของสมการอนุพันธ์ของสมการเส้นโค้งอิลาสติกในแต่ละช่วงของแรงกระทำบนคานหา ค่าคงที่ของสมการเส้นโค้งอิลาสติก คือค่า c_1,

c_2, c_3, c_4, c_5 และ c_6 การหาค่าคงที่เพื่อหาคำตอบของ สมการอนุพันธ์ของระยะแอ่นสามารถหาได้โดยการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาที่เกิดขึ้น การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาจะกำหนดจากระยะแอ่นที่จุดรองรับ ตามเงื่อนไขการกำหนดขอบเขตของปัญหาใน

ภาพที่ 4 ซึ่งเป็นขั้นตอนการคำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับสำหรับคานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์

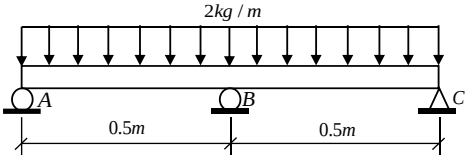
ตำแหน่งของจุดรองรับ	ระยะแอ่น	ชนิดของจุดรองรับ
	$v = 0$	การยึดแบบเคลื่อนที่ได้
	$v = 0$	การยึดแบบบานพับ
	$v = 0$	การยึดแบบเคลื่อนที่ได้
	$v = 0$	การยึดแบบบานพับ
	$v = 0$	การยึดแน่น

ภาพที่ 4 การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาของจุดรองรับแบบต่างๆ

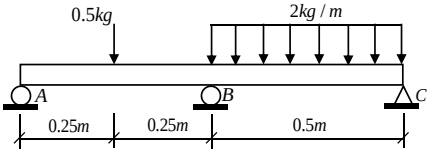
3. หลังจากได้ข้อค้นพบจากการศึกษาทฤษฎีในส่วนของการคำนวณค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับสำหรับคานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์แล้ว ทำการสร้างโจทย์การทดลองเพื่อใช้ทดลองกับชุดสาธิตที่สร้างขึ้นโดยการออกแบบได้คำนึงถึงความสอดคล องกับระบบการเรียนการสอน จุดมุ่งหมายการสอน และลักษณะที่จะนำไปใช้โดยกำหนดโจทย์เพื่อใช้ในการสอนทางทฤษฎีและการทดลองโดยใช้ชุดสาธิต โดยให้ผู้รับผิดชอบการสอนในรายวิชากลศาสตร์ของแข็งได้ตรวจสอบความเหมาะสมถูกต้องและผู้วิจัยได้ปรับปรุงจนถูกต้องตรงกับ

วัตถุประสงค์รายวิชาได้โจทย์เพื่อใช้ในการทดลองกับชุดสาธิตจำนวน 5 ข้อเพื่อให้ผู้ทดลองใช้ในการทดลองกับคานความยาว 1m. จัดน้ำหนักกับจุดรองรับให้กระทำกับคานที่เป็นชุดสาธิตโดยโจทย์แต่ละข้อให้ทำการทดลองกับชุดสาธิตคนละ 3 ครั้ง ตามโจทย์ดังตารางที่ 1

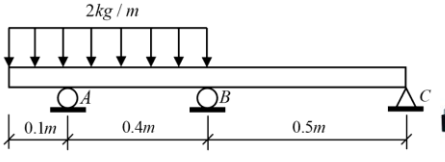
ตารางที่ 1 การจัดตำแหน่งจุดรองรับและการป้อนแรงที่กระทำกับคานตามโจทย์การทดลอง



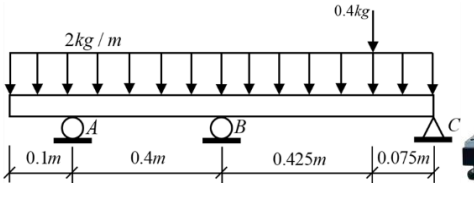
ข้อที่ 1 คานต่อเนื่องมีแรงกระทำแบบกระจายสม่ำเสมอขนาด $2kg/m$ กระทำตลอดความยาวคาน



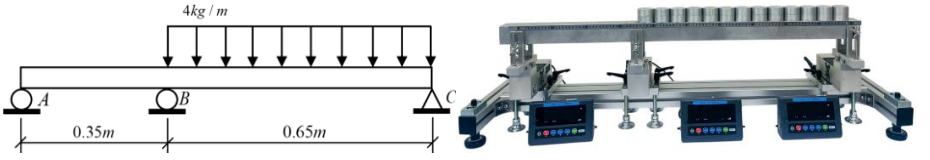
ข้อที่ 2 คานต่อเนื่องมีแรงกระทำเป็นจุดขนาด $0.5kg$ และมีแรงกระทำแบบกระจายสม่ำเสมอขนาด $2kg/m$ ของคานช่วง BC



ข้อที่ 3 คานต่อเนื่องปลายยื่นเลยมีแรงกระทำแบบกระจายสม่ำเสมอขนาด $2kg/m$ ของคานช่วง AB และช่วงปลายยื่นเลย

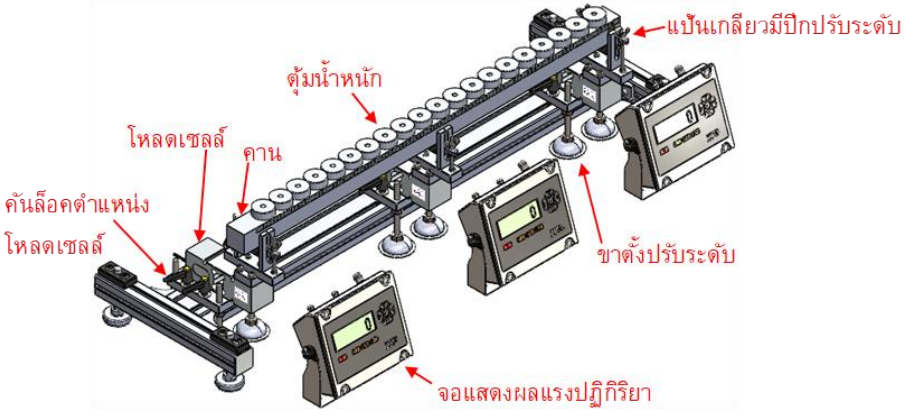


ข้อที่ 4 คานต่อเนื่องปลายยื่นเลยมีแรงกระทำเป็นจุดขนาด $0.5kg$ และมีแรงกระทำแบบกระจายสม่ำเสมอขนาด $2kg/m$ กระทำตลอดความยาวคาน



ข้อที่ 5 คานต่อเนื่องมีแรงกระทำแบบกระจายสม่ำเสมอขนาด $2kg/m$ ของคานช่วง BC

4. หลังจากได้แนวคิดทฤษฎีและโจทย์ในการคำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับแล้ว ทำการออกแบบร่างชุดสาธิตโดยใช้โปรแกรม SolidWorks 2023 ออกแบบก่อนสร้างต้นแบบจริงดังภาพที่ 10



ภาพที่ 10 แบบร่างชุดสาธิต เรื่องแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานที่หาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์

สำหรับแบบร่างโครงสร้างของชุดสาธิตนี้ ได้กำหนดเป็นคานที่หาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ชนิดคานต่อเนื่อง โดยด้านใต้ของคานจะมีเครื่องมือวัดแรงปฏิกิริยาสามจุด ใช้สำหรับให้ผู้สอนใช้สาธิตและผู้เรียนทดลองปฏิบัติจริงเพื่อให้มองเห็นภาพแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานกับการคำนวณค่าที่ได้ทางทฤษฎีตามที่ได้เรียนรู้ไปซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

5. นำแบบร่างชุดสาธิตเสนอขอความเห็นชอบจากผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้ให้ความเห็นชอบแบบร่างชุดสาธิตที่มีความเหมาะสมเป็นชุดสาธิตประกอบการเรียนการสอนเรื่องแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานที่หาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์

ขั้นตอนการสร้างชุดสาธิต

ขั้นที่หนึ่ง สร้างแรงที่มากระทำบนคานซึ่งกำหนดไว้จากการออกแบบให้เป็นแรงที่กระทำบนคานได้ 3 ประเภท คือ แรงกระทำเป็นจุด แรงกระทำแบบกระจาย และแรงกระทำแบบผสม จากเงื่อนไขดังกล่าวจึงออกแบบแรงที่มากระทำบนคานเป็นตุ้มน้ำหนักทรงกระบอก วัสดุอะลูมิเนียม เกรด 6063 เส้นผ่านศูนย์กลาง 50 mm. สูง 18.8 mm. จำนวน 26 ลูก น้ำหนักลูกละ 0.1 kg ซึ่งตุ้มน้ำหนัก1 ลูก จะทำหน้าที่เสมือนภาระแรงกระทำบนคาน 0.1kg หากคิดเป็นภาระแรงกระทำแบบกระจายตุ้มน้ำหนัก1 ลูกจะเป็นเสมือนแรงกระจายบนคาน 2 kg/m ลักษณะตุ้มน้ำหนักด้านบนมีร่องวงกลมและด้านล่างมีปุ่มวงกลมเพื่อกำหนดตำแหน่งการวางลูกตุ้มบนคานและสามารถวางลูกตุ้มให้ซ้อนกันได้เพื่อให้ผู้ทดลองใช้ชุดสาธิตสามารถเปลี่ยนค่าแรงกระทำในระหว่างการทดลองได้ดังภาพที่ 11

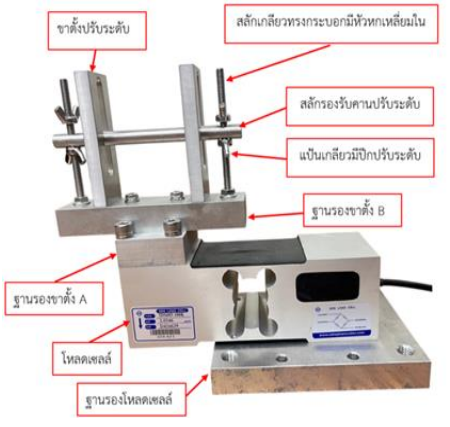
ด้านบน ด้านล่าง

ภาพที่ 11 ตุ้มน้ำหนักทำหน้าที่เสมือนแรงที่มากระทำบนคาน

ขั้นที่สอง การสร้างคานเนื่องจากเส้นผ่านศูนย์กลางของตุ้มน้ำหนักในขั้นตอนที่หนึ่งมีขนาด 50 mmจึงเลือกใช้คานสี่เหลี่ยมจัตุรัสตันช่วงเดียวขนาดหน้าตัด 50.8x50.8 mm. ความยาวรวม 1.08 m. ทำจากอะลูมิเนียมเกรด 6063 ที่ตำแหน่งปลายคานเจาะรูฝังบู๊ชทองเหลืองเพื่อกำหนดเป็นจุดรองรับแบบจุดแขวน ด้านบนคานเจาะหลุมวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 mm. ลึก 2 mm. จำนวน 40 รู แต่ละรูมีระยะห่าง 25 mm. เพื่อเป็นตัวกำหนดตำแหน่งการวางลูกตุ้มดังภาพที่ 12

ภาพที่ 12 คานสำหรับสาธิต

ขั้นที่สาม สร้างโมดูลโหลดเซลล์สำหรับวัดแรงปฏิกิริยา เลือกใช้โหลดเซลล์ซึ่งเป็นอุปกรณ์สำหรับเปลี่ยนแรงหรือน้ำหนักที่กระทำต่อตัวโหลดเซลล์เป็นสัญญาณไฟฟ้า โดยสามารถนำสัญญาณไฟฟ้านี้ไปเชื่อมต่อเข้ากับจอแสดงน้ำหนักชนิด LED ตัวอักษรสีขาว ค่าความละเอียด 0.005 กิโลกรัม จำนวน 3 เครื่อง ทำหน้าที่แสดงค่าแรงปฏิกิริยาให้เห็นได้ชัดเจนโดยเลือกใช้โหลดเซลล์ชนิด Single point จำนวน 3 ตัว มีค่าพิกัดโหลดเซลล์ 60 kg ต่อตัว ดังภาพที่ 13 และภาพที่ 14



ภาพที่ 13 โมดูลโหลดเซลล์

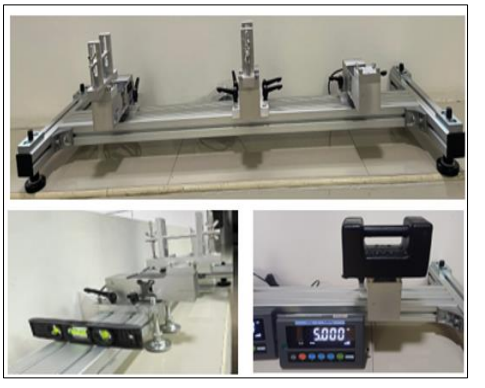
ภาพที่ 14 จอแสดงผลค่าแรงปฏิกิริยา

ขั้นที่สี่ สร้างฐานชุดสาธิตให้มีหน้าที่เป็นส่วนกำหนดตำแหน่งโมดูลโหลดเซลล์ โดยเลือกใช้รางอะลูมิเนียมโปรไฟล์รุ่น XA-50100TM แบบมีร่องT-Slot ซึ่งใช้ T-nut ขนาด M8 จับยึดโมดูลโหลดเซลล์ร่วมกับก้านโยกล็อก ขนาดหน้ากว้าง 0.1 m หนา 0.05 m ยาว 1.2 m ซึ่งได้ออกแบบให้สามารถปรับความสูงต่ำฐานชุดสาธิตให้ได้ระดับทั้งสี่มุมด้วยการปรับความสูงที่ขาตั้ง ดังภาพที่ 15

ภาพที่ 15 ฐานชุดสาธิต

ขั้นที่ห้า นำโมดูลโหลดเซลล์ที่เตรียมไว้ทั้งสามชุดมาประกอบเข้ากับฐานชุดสาธิตด้วย T-nut ขนาด M8 กับก้านโยกล็อก แล้วติดตั้งขาตั้งปรับระดับที่โมดูลโหลดเซลล์ แล้วนำคานชุดสาธิตมาติดตั้งกับโมดูลโหลดเซลล์ที่ตำแหน่งมุมด้านขวาของชุดสาธิตเพื่อให้เป็นจุดรองรับแบบหมุด จากนั้นติดตั้งจอแสดงค่าแรงปฏิกิริยาเข้ากับโมดูลโหลดเซลล์แต่ละตำแหน่ง ดังภาพที่ 16, 17 และ 18

ภาพที่ 16 การประกอบฐานชุดสาธิต



ภาพที่ 17 การติดตั้งและสอบความเที่ยงตรงของโหลดเซลล์

ภาพที่ 18 ชุดสาธิตที่ประกอบเสร็จเรียบร้อยแล้ว ขนาดชุดสาธิตกว้าง 0.4 m ยาว 1.3 m สูง 0.4 m

ขั้นตอนการหาประสิทธิภาพชุดสาธิตเชิงวิศวกรรมศาสตร์

หลังจากสร้างชุดสาธิตเสร็จเรียบร้อยผู้วิจัยจึงทดสอบหาประสิทธิภาพชุดสาธิตด้วยวิธีเชิงวิศวกรรม เพื่อวิเคราะห์ความแม่นยำเบื้องต้นด้วยการตรวจสอบค่าปฏิกิริยาคานที่วัดได้จากโหลดเซลล์ โดยนำค่าที่คำนวณได้ทางทฤษฎีตามโจทย์ที่ได้สร้างขึ้นบันทึกผลในตารางบันทึกผลแล้วผู้วิจัยทดลองด้วยชุดสาธิตโดยเลื่อนตำแหน่งโหลดเซลล์ไว้ที่จุดรองรับของคานตามตำแหน่งที่ระบุในโจทย์ แล้ววางลูกตุ้มไว้บนคานเพื่อป้อนแรงกระทำกับคานตามตำแหน่งที่โจทย์กำหนด อ่านค่าที่จอแสดงผลแล้วบันทึกค่าที่ได้ในตารางทำการทดลองซ้ำ 3 ครั้ง ต่อโจทย์ 1 ข้อ หลังจากนั้นนำค่าที่บันทึกได้จากการทดสอบไปวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ (Relative error) ได้ผลตามตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ผลการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ ครั้งที่ 1 จำแนกตามตำแหน่งจุดรองรับ

โจทย์ข้อที่	ค่าทดลอง (kg)			ค่าทฤษฎี (kg)			ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์		
	จุดรองรับ (แรงปฏิกิริยา)			จุดรองรับ (แรงปฏิกิริยา)			จุดรองรับ (แรงปฏิกิริยา)		
	A	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*
1	0.382	1.247	0.375	0.375	1.25	0.375	1.867	0.240	0.000
2	0.118	1.040	0.342	0.11607	1.01786	0.36607	1.663	2.175	6.575
3	0.580	0.460	-0.040	0.58611	0.445	-0.0311	1.042	3.371	28.617
4	0.413	1.382	0.595	0.47894	1.19791	0.72315	13.768	15.368	17.721
5	-0.288	1.660	1.230	-0.3091	1.7755	1.13356	6.826	6.505	8.508
ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อน							**5.033**	**5.532**	**12.284**

จากตารางที่ 2 พบว่าค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์จากโจทย์ทุกข้อที่ตำแหน่งจุดรองรับ A และ B เท่ากับร้อยละ 5.033 และ 5.532 ตามลำดับ ซึ่งอยู่ในช่วงความแม่นยำในการวัดหรือการทดลอง ระหว่างร้อยละ 5–10 โดยถือว่าอยู่ในเกณฑ์ความแม่นยำพอใช้ได้ (Acceptable) ส่วนค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยที่ตำแหน่งจุดรองรับ C เท่ากับร้อยละ 12.284 อยู่ในเกณฑ์สูงกว่าเกณฑ์ยอมรับได้ คือค่าเฉลี่ยร้อยละความ

คลาดเคลื่อนสัมพัทธ์มากกว่าร้อยละ 10 ควรปรับปรุง (Unacceptable) เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ เป็นรายข้อพบว่าในโจทย์ข้อที่ 3 ที่ตำแหน่งจุดรองรับ C มีค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์อยู่ที่ร้อยละ 28.617 และโจทย์ข้อที่ 4 ที่ตำแหน่งจุดรองรับ A, B และ C มีค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์อยู่ที่ร้อยละ 13.768, 15.368 และ 17.721 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นได้ว่าในโจทย์ข้อที่ 3 ที่จุดรองรับ C และโจทย์ข้อที่ 4 ที่จุดรองรับทั้ง A, B และ C มีค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์มากกว่าร้อยละ 10 ควรปรับปรุง (Unacceptable) เช่นกัน

จากผลการทดสอบประสิทธิภาพเชิงวิศวกรรมก่อนใช้ชุดสาธิตจริงครั้งที่ 1 ผู้วิจัยจึงทำการวิเคราะห์หาจุดคลาดเคลื่อนของชุดสาธิต พบว่าฐานรองโหลดเซลล์ที่ตำแหน่งจุดรองรับ A และ C มีขนาดเล็กกว่าฐานรองโหลดเซลล์ที่ตำแหน่งจุดรองรับ B และไม่สามารถติดตั้งขาตั้งปรับระดับให้รองรับโมดูลโหลดเซลล์ได้โดยตรง ซึ่งเป็นจุดสำคัญในการเปลี่ยนค่าแรงกระทำให้เป็นสัญญาณไฟฟ้าไปแสดงที่จอแสดงผล ผู้วิจัยจึงได้สร้างฐานรองโหลดเซลล์ที่ตำแหน่งจุดรองรับ A และ C ให้มีลักษณะเช่นเดียวกับฐานรองโหลดเซลล์ที่ตำแหน่งจุดรองรับ B เพื่อให้สามารถติดตั้งขาตั้งปรับระดับ เพื่อให้โมดูลโหลดเซลล์ที่ตำแหน่ง A และ C เป็นอิสระจากโครงสร้างฐานอะลูมิเนียมโปรไฟล์ ซึ่งจะช่วยลดความคลาดเคลื่อนของค่าแรงที่กระทำต่อโหลดเซลล์และเพิ่ม
ความแม่นยำในการวัดผลดังภาพที่ 19 และภาพที่ 20

ภาพที่ 19 เปลี่ยนขนาดฐานรองโหลดเซลล์ จากให้ใหญ่ขึ้น

ภาพที่ 20 ชุดสาธิตที่เปลี่ยนฐานรองโหลดเซลล์ให้เป็นอิสระโครงสร้างฐานอะลูมิเนียม

หลังจากผู้วิจัย ได้ดำเนินการปรับปรุงชุดสาธิตโดยสร้างฐานรองโหลดเซลล์ให้เป็นอิสระจากโครงสร้างฐานอะลูมิเนียมโปรไฟล์ซึ่งจะช่วยลดความคลาดเคลื่อนของค่าแรงที่กระทำต่อโหลดเซลล์และเพิ่มความแม่นยำในการวัดผลทุกจุดรองรับแล้ว ดำเนินการทดสอบหาประสิทธิภาพชุดสาธิตในเบื้องต้นครั้งที่ 2 โดยบันทึกค่าคำนวณตามทฤษฎีซึ่งใช้โจทย์เดิมจำนวน 5 ข้อ ลงในใบบันทึก แล้วเริ่มดำเนินการทดสอบโดยเลื่อนตำแหน่งโมดูลโหลดเซลล์ไปไว้ที่จุดรองรับของคานตามตำแหน่งที่ระบุในโจทย์ แล้ววางตุ้มน้ำหนักไว้บนคานเพื่อป้อนแรงกระทำกับคานตามตำแหน่งจุดรองรับที่โจทย์กำหนดอ่านค่าที่จอแสดงผล แล้วบันทึกค่าที่ได้ในใบบันทึกแล้วทดลองซ้ำทั้งหมด 3 ครั้ง ต่อโจทย์ 1 ข้อ แล้วนำค่าที่บันทึกไว้มาวิเคราะห์ได้ผลตามตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ผลการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ ครั้งที่ 2 จำแนกตามตำแหน่งจุดรองรับ

โจทย์ข้อที่	ค่าทดลอง (kg)			ค่าทฤษฎี (kg)			ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์		
	จุดรองรับ (แรงปฏิกิริยา)			จุดรองรับ (แรงปฏิกิริยา)			จุดรองรับ (แรงปฏิกิริยา)		
	A	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*
1	0.375	1.245	0.385	0.375	1.25	0.375	0.000	0.400	2.667
2	0.12	1.037	0.343	0.11607	1.01786	0.36607	3.386	1.880	6.302
3	0.58	0.46	-0.033	0.58611	0.445	-0.0311	1.042	3.371	6.109
4	0.463	1.25	0.69	0.47894	1.19791	0.72315	3.328	4.348	4.584
5	-0.29	1.663	1.228	-0.3091	1.7755	1.13356	6.179	6.336	8.331
ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อน							**2.787**	**3.267**	**5.599**

จากตารางที่ 3 หลังจากปรับปรุงฐานรองโหลดเซลล์แล้วผลการทดสอบกับโจทย์เดิมแสดงผลค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ พบว่าที่จุดรองรับ A, B และ C เท่ากับร้อยละ 2.787, 3.267 และ 5.599 ตามลำดับซึ่งอยู่ในเกณฑ์มีประสิทธิภาพมากและ

ยอมรับได้ ทั้งหมดมีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าร้อยละ 10 ซึ่งสามารถยืนยันค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่วัดได้จากการใช้ชุดสาธิตที่ได้พัฒนาขึ้นในการทดลองกับค่าที่คำนวณได้ทางทฤษฎีว่าชุดสาธิตที่พัฒนาขึ้นสามารถจำลองค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ได้อย่างแม่นยำสูงมากสอดคล้องกับค่าที่คำนวณได้ทางทฤษฎีสามารถนำไปทดลองสอนได้

การดำเนินการทดลองสอนด้วยชุดสาธิตและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยประสานงานกับอาจารย์ผู้สอนขออนุญาตดำเนินการทดลอง ทักทายสร้างความคุ้นเคย ชี้แจงรายละเอียด ขอความยินยอมการเป็นผู้ทดลองภายใต้เกณฑ์จริยธรรมเป็นลายลักษณ์อักษรก่อนเริ่มการทดลอง จากนั้นชี้แจงขั้นตอน ดำเนินการสอนภาคทฤษฎีแล้วสอนโดยใช้ชุดสาธิตและให้กลุ่มตัวอย่างทำการทดลองตามโจทย์ในใบงานที่ได้รับจำนวน 5 ข้อ ใช้ชุดสาธิตข้อละ 3 ครั้ง แล้วบันทึกผลการทดลองลงในใบทดลอง จากนั้นสรุปผลการทดลอง พร้อมตอบข้อสงสัย กล่าวจบและขอบคุณกลุ่มตัวอย่าง ดังภาพที่ 21

ภาพที่ 21 การสอนคำนวณ สาธิตการใช้งานและให้กลุ่มตัวอย่างทดลองใช้ชุดสาธิตและบันทึกค่าที่ได้

ผลการวิจัย

การหาประสิทธิภาพชุดสาธิต หลังจากสร้างชุดสาธิตและทดสอบหาประสิทธิภาพด้วยวิธีทางวิศวกรรมศาสตร์เบื้องต้นแล้วพบว่าชุดสาธิตมีประสิทธิภาพเชิงวิศวกรรมที่ยอมรับได้ จึงได้นำชุดสาธิตที่พัฒนาขึ้นนี้ไปทำการทดลองสอนโดยใช้ชุดสาธิตกับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 28 คน มีผู้เข้ารับการทดลองจำนวน 28 คน คิดเป็นร้อยละ 100 กลุ่มตัวอย่างแต่ละคนทำการทดลองใช้ชุดสาธิตด้วยโจทย์ จำนวน 5 ข้อ แต่ละข้อทำการทดลองใช้ชุดสาธิตซ้ำข้อละ 3 ครั้ง โดยให้ผู้เข้ารับการทดลองวิเคราะห์ความแม่นยำของผลการทดลองด้วยการ

ตรวจสอบค่าปฏิกิริยาคานที่วัดได้จากโหลดเซลล์ว่ามีความสอดคล้องกับผลการคำนวณทางทฤษฎีมากน้อยเพียงใด มีผลการวิจัยแสดงไว้ในตารางที่ 4 ดังนี้

ตารางที่ 4 ผลการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ จำแนกตามตำแหน่งจุดรองรับ

โจทย์ข้อที่	ค่าทดลอง (kg)			ค่าทฤษฎี (kg)			ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์		
	จุดรองรับ (แรงปฏิกิริยา)			จุดรองรับ (แรงปฏิกิริยา)			จุดรองรับ (แรงปฏิกิริยา)		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1	0.383	1.238	0.378	0.375	1.25	0.375	2.133	0.960	0.800
2	0.131	1.003	0.367	0.11607	1.01786	0.36607	12.863	1.460	0.254
3	0.582	0.455	-0.033	0.58611	0.445	-0.03111	0.701	2.247	6.075
4	0.462	1.233	0.709	0.47894	1.19791	0.72315	3.537	2.929	1.957
5	-0.320	1.800	1.131	-0.3091	1.7755	1.13356	3.526	1.380	0.226
ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อน							**4.552**	**1.795**	**1.862**

จากตารางที่ 4 พบว่าผลต่างระหว่างค่าที่ได้จากการทดลองใช้ชุดสาธิตกับค่าที่คำนวณได้ทางทฤษฎีมีความใกล้เคียงกันสูงมาก โดยค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์จำแนกตามตำแหน่งจุดรองรับจุด A, B และ C เท่ากับ 4.552, 1.795 และ 1.862 ตามลำดับ โดยมีค่าเฉลี่ยร้อยละของความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับทั้งสามตำแหน่งอยู่ที่ 2.763 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์แม่นยำสูงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าค่าที่ได้จากการทดลองมีความสอดคล้องกับค่าทางทฤษฎีในระดับที่ยอมรับได้ จึงสรุปได้ว่าชุดสาธิตที่พัฒนานี้มีประสิทธิภาพเพียงพอสำหรับใช้เป็นสื่อการเรียนรู้ในบริบททางการศึกษา

การอภิปรายผลการวิจัย

1. ชุดสาธิต เรื่อง แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ สำหรับการศึกษาระดับปริญญาตรีนี้ มีขนาดของชุดสาธิตกว้าง 0.4 เมตร ยาว 1.3 เมตร สูง 0.4 เมตร เป็นคานชนิดคานต่อเนื่อง มีผลการทดสอบประสิทธิภาพของชุดสาธิตด้วยวิธีเชิง

วิศวกรรมศาสตร์พบค่าเฉลี่ยร้อยละของความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับทั้งสามตำแหน่งอยู่ที่ 2.763 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์แม่นยำสูงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งสรุปได้ว่าชุดสาธิตที่พัฒนานี้มีประสิทธิภาพเพียงพอสำหรับใช้เป็นสื่อการเรียนรู้ได้ แต่อย่างไรก็ตามหากพิจารณารายโจทย์ที่ทำการทดลองพบว่า โจทย์ข้อที่ 2 จุด A มีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์มากกว่าตำแหน่งอื่นๆ อยู่ที่ระดับ 12.863 ในขณะที่ตำแหน่งที่อื่น ๆ มีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ยไม่เกินร้อยละ 5 ซึ่งอาจเกิดจากระหว่างการทดลองมีการวางสิ่งของของผู้ทดลองบนพื้นที่วางชุดสาธิตจึงอาจส่งผลค่าที่คลาดเคลื่อนได้ ซึ่งเป็นไปตามที่ Makridakis และคณะ [18] ได้เขียนไว้ในตำรา Statistical and machine learning forecasting methods เรื่องการหาประสิทธิภาพทางวิศวกรรมศาสตร์ อีกทั้งจากผลการทดลองยังพบว่า โดยทั่วไปการประเมินค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ย ใช้เป็นเกณฑ์วัดประสิทธิภาพของแบบจำลองที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลเชิงปริมาณ ซึ่งค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ยที่ต่ำกว่าร้อยละ 5 ถือว่าอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้สำหรับการทดลองเชิงวิศวกรรมศาสตร์ จากผลการทดลองพบว่า ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ยของทุกจุดรองรับมีค่าไม่ถึงร้อยละ 5 ในทุดจุดรองรับ ซึ่งยังคงอยู่ในช่วงที่สามารถยอมรับได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งค่าความคลาดเคลื่อนต่ำสุดในบางตำแหน่งที่ต่ำกว่าร้อยละ 2 [19] แสดงให้เห็นว่าชุดสาธิตที่พัฒนาขึ้นสามารถจำลองค่าแรงปฏิกิริยาได้อย่างแม่นยำซึ่งสอดคล้องกับชุติมณฑน์ ภักดีสิโรตม์ [20] ได้วิจัยเรื่อง การพยากรณ์ความต้องการสินค้าด้วยเทคนิคการเรียนรู้ของเครื่องในธุรกิจค้าปลีก อีกทั้งยังสอดคล้องกับ ไพศาล อินทรสุวรรณ [21] ได้วิจัยเรื่อง การพัฒนาโปรแกรมเพื่อช่วยพยากรณ์ความต้องการวัตถุดิบของผลิตภัณฑ์ธุรกิจอาหารสัตว์ และยังสอดคล้องกับ พรหมพักตร์ บุญรักษา [22] ได้วิจัยเรื่อง การคาดการณ์กำลังไฟฟ้าของระบบผลิตพลังงานไฟฟ้าเซลล์แสงอาทิตย์โดยใช้แบบจำลองทางกายภาพและแบบจำลองการถดถอย จึงสรุปได้ว่า ชุดสาธิตเรื่องแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับสำหรับคานอินดีเทอร์มิเนทเชิงสถิตที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์เชิงวิศวกรรมที่กำหนด

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

1. ข้อเสนอแนะเพื่อการใช้งานชุดสาธิตให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด พบว่าผลลัพธ์จากการทดลองมีค่าความคลาดเคลื่อนต่ำ แต่อย่างไรก็ตามเพื่อประสิทธิภาพสูงสุด ควรจัดวางชุด

สาธิตให้อยู่ในสภาพแวดล้อมที่สามารถควบคุมได้ดี เช่น พื้นที่วางชุดสาธิตต้องมีความแข็งแรงทนทานมั่นคง ควรมีการสอบเทียบ (Calibration) อุปกรณ์วัดค่าก่อนใช้งานทุกครั้ง

2. ข้อเสนอแนะเพื่อนำชุดสาธิตที่พัฒนาขึ้นนี้ไปขยายขอบเขตการใช้งาน ได้แก่ ชุดสาธิตนี้สามารถใช้งานกับโจทย์อื่น ๆ ที่เป็นโจทย์เกี่ยวกับการหาค่าแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของคานแบบหาค่าไม่ได้ทางสถิตยศาสตร์ชนิดคานต่อเนื่อง หรือแม้กระทั่งสามารถนำไปใช้สอนสาธิตกับโจทย์เกี่ยวกับคานแบบหาค่าได้ทางสถิตยศาสตร์ชนิดคานอย่างง่าย หรือคานอย่างง่ายปลายยื่นเลย

3. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยยืนยันประสิทธิภาพชุดสาธิตที่ได้พัฒนาขึ้นนี้ ควรมีการศึกษาเพิ่มเติมโดยการเปรียบเทียบผลการเรียนรู้ระหว่างผู้เรียนที่ใช้ชุดสาธิตกับผู้เรียนที่ศึกษาเฉพาะการคำนวณทางทฤษฎีด้วยวิธีการบรรยายอย่างเดียว ทั้งนี้ ควรวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของทั้งสองกลุ่มเพื่อประเมินระดับความเข้าใจในเนื้อหาเชิงลึกของผู้เรียนที่ใช้ชุดสาธิตและศึกษาว่าการใช้ชุดสาธิตส่งเสริมการเรียนรู้เชิงลึกมากกว่าการเรียนเชิงทฤษฎีเพียงอย่างเดียวหรือไม่เพียงใด ซึ่งผลการศึกษาดังกล่าวจะเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนาองค์ประกอบของชุดสาธิตให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นเพื่อการส่งเสริมการเรียนรู้ให้เกิดการมองเห็นภาพและนำไปใช้ได้จริงในอนาคต

4. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย ด้วยข้อจำกัดด้านงบประมาณที่ใช้ในการสร้างชุดสาธิตให้เพียงพอต่อผู้เรียนจึงเสนอแนะให้พัฒนาชุดสาธิตเป็นระบบดิจิทัลในการวัดค่าแรงปฏิกิริยาอาจพัฒนาให้มีการเชื่อมต่อกับระบบ IoT หรือใช้เซ็นเซอร์วัดแรงแบบไร้สายเพื่อเพิ่มความสะดวก หรือพัฒนาเป็นโปรแกรมจำลองแบบออนไลน์ เพื่อให้นักศึกษาทดลองใช้งานผ่านคอมพิวเตอร์ซึ่งจะสามารถใช้กับกลุ่มผู้เรียนจำนวนมากได้

5. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย ควรเพิ่มขอบเขตการศึกษาไปยังโครงสร้างอื่นให้สามารถต่อยอดไปยังคานชนิดอื่น เช่น คานปลายยื่น คานยึดแน่น คานปลายหนึ่งยึดแน่น ปลายหนึ่งยึดแบบเคลื่อนที่ได้ เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

[1] สุชาติ ศิริสุขไพบูลย์. (2554). **เทคนิคและวิธีการสอนวิชาชีพ**. พิมพ์ครั้งที่ 15. กรุงเทพมหานคร :ศูนย์ผลิตตำราสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

[2] ทศพล จิตอารีรัตน์ และอลงกรณ์ อรรคแสง. (2562). **ปัญหาการบริหารการศึกษาของวิทยาลัยการอาชีพเกษตรวิสัย อำเภอเกษตรวิสัย จังหวัดร้อยเอ็ด**. วารสารการเมืองการปกครอง ปีที่ 9 ฉบับที่ 2 ประจำเดือนพฤษภาคม – สิงหาคม 2562.

[3] มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ. (2565). **หลักสูตรครุศาสตรอุตสาหกรรมบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล (5 ปี)** (หลักสูตรปรับปรุง พ.ศ. 2565). กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

[4] Hibbeler, R. Charles. (2020). **Mechanics of materials** (10th ed.). Pearson Education.

[5] ธรรมนูญ สุสำเภา. (2564). [เอกสารออนไลน์]. **เอกสารประกอบการสอนวิชาการวิเคราะห์โครงสร้าง2**: มหาวิทยาลัยรังสิต. [สืบค้นวันที่ 7 เมษายน 2564]. จาก https://www.gooshared.com/d/NzU3MS00

[6] Beer, F. P., Johnston, E. R., Dewolf, J. T., & Mazurek, D. F. (2012). **Mechanics of materials** (6th ed.). McGraw-Hill.

[7] Giancaspro, J. And Arboleda, D. (2019). **Just a moment - Classroom demonstrationsfor statics and solid mechanics**. In Conference Proceeding of the 126th Asee AnnualConference and Exposition; Charged Up for the Next 125 years, Asee 2019; Tempa Convention Center. United States; 15 June 2019.

[8] Su Mon Shwe. (2017). **Development of Instructional Package on Engineering Mechanics Laboratory Using MIAP Learning Model for Technological University of Dawei.** Thesis of Master Degree of Science in Technical Education in Mechanical Engineering Department of Teacher Training in Mechanical Engineering King Mongkut's University of Technology North Bangkok. Thailand. (Su Mon Shwe, 2017)

[9] Timoshenko, S. P., & Gere, J. M. (2009). **Theory of elastic stability** (2nd ed.). Dover Publications.

[10] ธีรยุทธ จิรชนานนท์. (2561). **หลักการวัดทางวิศวกรรม.** สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

[11] วิทวัส รุ่งเรืองผล. (2563). **การวัดทางวิศวกรรม: ทฤษฎีและการประยุกต์ใช้.** สำนักพิมพ์ซีเอ็ด.

[12] สุทธิรักษ์ แปงเครือ. (2564). **การสร้างชุดสาธิตการดัดและแอ่นของคาน.** การนำเสนอผลงานวิจัยระดับชาติเครือข่ายวิจัยสถาบันอุดมศึกษา วันที่ 5-6 สิงหาคม 2564. หน้า 418-429. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

[13] Giancaspro, J. And Arboleda, D. (2019). **Just a moment - Classroom demonstrations for statics and solid mechanics**. In Conference Proceeding of the 126th Asee AnnualConference and Exposition; Charged Up for the Next 125 years, Asee 2019; Tempa Convention Center. United States; 15 June 2019.

[14] สุทธิพงษ์ เสตางกูล. (2549). **การสร้างและหาประสิทธิภาพชุดสาธิตเรื่องการสมดุลแรงที่กระทำบนคาน.** วิทยานิพนธ์ครุศาสตรอุตสาหกรรมมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาครุศาสตร์เครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกลาพระนครเหนือ.

[15] ณัทฐพงศ์ ล้อพิศาลไชย. (2561). **การพัฒนาชุดฝึกอบรมระบบไฟฟ้าและอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์รถยนต์ระดับต้นสำหรับนักศึกษาทวิภาค.** วิทยานิพนธ์ครุศาสตรอุตสาหกรรมมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาครุศาสตร์เครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกลาพระนครเหนือ.

[16] ชนิกานต์ เพิ่มอุตส่าห์. (2560). **การสร้างและหาประสิทธิภาพชุดการสอนแบบผสมเรื่องเสถียรภาพในงานปอกกลึง.** วิทยานิพนธ์ครุศาสตร์อุตสาหกรรมมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาครุศาสตร์เครื่องกล คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

[17] สำนักทะเบียนและประมวลผล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ. (2567). **ระบบสารสนเทศเพื่องานทะเบียนนักศึกษา**: วิชาที่เปิดสอน ปีการศึกษา 2567. สืบค้นเมื่อ 2 กุมภาพันธ์ 2025, จาก https://reg2.kmutnb.ac.th/registrar/classinfo

[18] Makridakis, S., Wheelwright, S. C., & Hyndman, R. J. (1998). **Forecasting: Methods and applications** (3rd ed.). John Wiley & Sons.

[19] Chai, T., & Draxler, R. R. (2014). **Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? – Arguments against avoiding RMSE in the literature. Geoscientific Model Development**, 7(3), 1247–1250. https://doi.org/10.5194/gmd-7-1247-2014

[20] ชุติมณฑน์ ภักดีสิโรตม์. (2564). **การพยากรณ์ความต้องการสินค้าด้วยเทคนิคการเรียนรู้ของเครื่องในธุรกิจค้าปลีก**. สารนิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิตย์.

[21] ไพศาล อินทรสุวรรณ (2563) **การพัฒนาโปรแกรมเพื่อช่วยพยากรณ์ความต้องการวัตถุดิบของผลิตภัณฑ์ธุรกิจอาหารสัตว์.** งานประชุมวิชาการระดับชาติครั้งที่ 12 มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม

[22] พรหมพักตร์ บุญรักษา. (2566). **การคาดการณ์กำลังไฟฟ้าของระบบผลิตพลังงานไฟฟ้าเซลล์แสงอาทิตย์โดยใช้แบบจำลองทางกายภาพและแบบจำลองการถดถอย.** รายงานการวิจัย, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ.