

การส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษ วิทยาศาสตร์  
คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี (SMTE) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้  
ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

Enhancing Mathematical Literacy for 9th Grade Students in Science Math  
Technology and Environment (SMTE) Classroom through Learning  
Implementation Based on Mathematical Modeling in the Topic of  
Trigonometric Ratio

วราพร แสงผึ่ง<sup>1</sup> และ วนินทร พูนไพบูลย์พิพัฒน์ <sup>2\*</sup>

Waraphon Saengphueng<sup>1</sup> and Wanintorn Poonpaiboonpipat <sup>2\*</sup>

<sup>1,2</sup>คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์  
(Faculty of Education, Naresuan University)

บทคัดย่อ

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความจำเป็นอย่างยิ่งทั้งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงของนักเรียน และผลการประเมินความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของ PISA พบว่านักเรียนไทยมีผลการประเมินต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD ดังนั้นการวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ผู้เข้าร่วมวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 30 คน จากห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (SMTE) โรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในจังหวัดพิษณุโลก ที่ได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง งานวิจัยนี้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 4 แผน (มีค่าเฉลี่ยความเหมาะสม เท่ากับ 4.67) ใบกิจกรรม และแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ (มีผลการประเมินค่า IOC แต่ละข้อมากกว่า 0.6) ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ถูกนำมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหาและวิเคราะห์แบบองค์ประกอบย่อยในแต่ละกระบวนการของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ 3 (ดีมาก) 2 (ดี) 1 (พอใช้) และ 0 (ปรับปรุง) ผลการวิจัยพบว่า หลังเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการ คือ การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์และการตีความและประเมินผลลัพธ์ อยู่ในระดับ 2 (ดี) - 3 (ดีมาก) นั่นคือ นักเรียนสามารถ 1) วิเคราะห์และระบุประเด็นปัญหาจากสถานการณ์ แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ การวาดภาพหรือการใช้ตารางเพื่อแสดงความสัมพันธ์และการใช้สมการเพื่อหาตัวไม่ทราบค่า 2) เลือกใช้ยุทธวิธีและดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และ 3) แปลความหมายผลลัพธ์ วิเคราะห์ความสมเหตุสมผลของวิธีการแก้ปัญหาเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

คำสำคัญ: ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ อัตราส่วนตรีโกณมิติ

## ABSTRACT

Mathematical literacy is crucial for both learning mathematics and applying mathematical knowledge to solve real-life problems. The PISA result on mathematical literacy found that Thai students have lower scores than the OECD average. Therefore, the aim of this research was to enhance students' mathematical literacy through learning implementation based on mathematical modeling. The participants were 9th grade 30 students in the Science, Math, Technology, and Environment (SMTE) program of a high school in Phitsanulok by Purposive Sampling. Classroom action research was conducted in this study. The research instruments were four lesson plans based on mathematical modeling on the topic of trigonometric ratio (an average score of appropriateness was 4.67), activity sheets, and a mathematical literacy test (each item's IOC value was over 0.6). Data were analyzed by content analysis and analytic rubrics, and each process of mathematical literacy was divided into 4 levels: 3 (very good), 2 (good), 1 (fair), and 0 (poor). The results revealed after learning through activities based on mathematical modeling that students' mathematical literacy in all three processes, which are formulating problems mathematically, employing mathematical concepts, and interpreting and evaluating outcomes, is mostly in levels 2 (good) to 3 (very good). The students can 1) analyze and identify problem issues from situations and formulate problems into a mathematical model in terms of drawing diagrams or tables to represent relationships and using equations to find unknown values; 2) employ methods and conduct mathematical operations correctly; 3) interpret the meaning of results, analyze logical consistency, and identify limitations of problem-solving methods for appropriate application in similar situations.

**KEYWORDS:** Mathematical Literacy, Mathematical Models, Trigonometric Ratio

*\*Corresponding author, E-mail: wanintorns@nu.ac.th Tel. 0818523940*

*Received: 2 May 2024 /Revised: 6 June 2024 /Accepted: 14 June 2024 /Published online: 8 August 2024*

## บทนำ

สังคมในปัจจุบันได้เข้าสู่สังคมแห่งการเปลี่ยนแปลงในศตวรรษที่ 21 ซึ่งเรียกว่า สังคมแห่งการเรียนรู้ เป็นสังคมที่ความเจริญก้าวหน้าด้านเทคโนโลยีและนวัตกรรมมีความก้าวกระโดด (Phanthali, 2020) การเปลี่ยนแปลงนี้ได้ส่งผลต่อวิถีชีวิตของมนุษย์ ทำให้มนุษย์ต้องมีการปรับตัวอยู่เสมอ ดังนั้นการเตรียมความพร้อมเยาวชนให้มีศักยภาพหรือความสามารถพื้นฐานต่อการดำรงชีวิตในโลกที่มีการเปลี่ยนแปลงนี้จึงเป็นสิ่งที่จำเป็นที่ทุกประเทศทั่วโลกและประเทศไทยให้ความสำคัญเป็นอย่างมาก ในขณะเดียวกันสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงก็จำเป็นต้องใช้ความเชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ในระดับที่แตกต่างกัน เนื่องจากเกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย (Mumcu, 2016) ทำให้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบันนอกจากจะเน้นพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานแล้ว ยังเน้นการพัฒนาสมรรถนะที่จำเป็นเพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่มีไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในบริบทชีวิตจริงได้ หนึ่งในนั้นคือสมรรถนะความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีความจำเป็นอย่างยิ่งทั้งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงของนักเรียน เนื่องจากความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการถ่ายโอนความรู้คณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน (Hattie, 2019) สอดคล้องกับ Hayati & Kamid (2019) ที่กล่าวว่า

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้มนุษย์เข้าใจบทบาทและความสำคัญของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงมากขึ้น ทำให้สามารถใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับบริบทในชีวิตจริงและช่วยในการตัดสินใจ ซึ่งในปัจจุบัน เราไม่เพียงแต่ต้องมีความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในรูปของการคำนวณเท่านั้นแต่ยังต้องมีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วย Programme for International Student Assessment (PISA) 2022 ได้ให้ความหมายของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นสมรรถนะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาในบริบทของชีวิตจริงที่หลากหลาย รวมถึงการไขมโนทัศน์ วิธีการ ข้อเท็จจริง และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย และคาดการณ์สถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งเป็นทักษะที่สามารถใช้ในการกำหนดวิธีการ ตีความ ทำให้เข้าใจประโยชน์ของคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในบริบทต่าง ๆ ของชีวิตประจำวันและช่วยให้ตัดสินใจได้อย่างมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนไม่ได้รับการฝึกฝนความสามารถด้านความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอ ส่งผลให้มีข้อผิดพลาดในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่น ข้อผิดพลาดในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เกิดความไม่มั่นใจในการโต้แย้งและการสื่อสารคำตอบ เกิดข้อผิดพลาดในการแสดงความคิดหรือการเลือกใช้สูตรการแก้ปัญหาและการอธิบายสูตรตัวเองที่ยังไม่ถูกต้อง (Rizki & Priatna, 2019) โดย PISA 2022 มีกรอบการประเมินความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 กระบวนการ ได้แก่ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ 2) การใช้แนวคิด ข้อเท็จจริง วิธีดำเนินการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเป็นตัวบ่งชี้ว่านักเรียนสามารถนำฐานความรู้คณิตศาสตร์มาใช้และเผชิญหน้ากับปัญหาในโลกจริงได้เพียงใด ถึงแม้ประเทศไทยจะไม่ได้เป็นสมาชิก OECD แต่ได้มีการสมัครเข้าร่วม PISA ในฐานะประเทศร่วม (Partner countries) โดยมีสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ เป็นผู้ดำเนินการ และจากผลการประเมินระดับนานาชาติ PISA 2012 ที่เน้นประเมินความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นหลัก พบว่าคณิตศาสตร์มีคะแนนต่ำที่สุดในสามด้านที่ประเมิน (PISA Thailand & The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST), 2013) และผลการประเมินล่าสุดของ PISA 2022 ที่เน้นการประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์อีกครั้ง ก็พบว่าร้อยละ 34.2 ของจำนวนนักเรียนไทยที่เข้าสอบ มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 394 คะแนน ซึ่งมีผลการประเมินอยู่ในระดับ 1a โดยคะแนนเฉลี่ยในปี 2022 ลดลงจากทุกปีที่ผ่านมา นอกจากนี้ร้อยละของนักเรียนที่มีผลการประเมินอยู่ในระดับ 3 ขึ้นไป ยังมีจำนวนลดลงจากทุกปีที่ผ่านมาเช่นกัน (IPST, 2023)

การจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันยังคงเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการอธิบายเนื้อหาและการทำแบบฝึกทักษะโดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะความรู้และนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับ Saiyaros et al. (2019) ได้กล่าวว่า “ครูเป็นผู้ถามคำถามที่มีคำตอบตายตัว นักเรียนเพียงตอบคร่าวๆ ใช่หรือไม่ใช่ ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องเท่านั้น จะเห็นว่านักเรียนไม่มีโอกาสในการแสดงออกทางความคิดอย่างอิสระและไม่มีหลักฐานยืนยันได้อย่างแน่ชัดว่าการที่นักเรียนตอบได้นั้นเกิดจากความเข้าใจของนักเรียนเองหรือเกิดจากการชี้แนะคำตอบของครู” จึงส่งผลให้การพัฒนาทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่มีประสิทธิภาพเท่าที่ควร ประกอบกับประสบการณ์ของผู้วิจัยด้านการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียน ในฐานะครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้สังเกตชั้นเรียนที่รับผิดชอบ ในขณะที่ทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในบริบทอื่น ๆ รวมทั้งตัวครูผู้สอนเองที่จัดการเรียนรู้โดยไม่ส่งเสริมให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้เพื่อแก้ปัญหาในบริบทของโลกจริงเท่าที่ควร ซึ่งสอดคล้องกับ Boaler (1993) ที่กล่าวว่า หากนักเรียนไม่ได้รับการส่งเสริมให้วิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และทำความเข้าใจอย่างรอบคอบได้สำคัญ คณิตศาสตร์จะเป็นเพียงเนื้อหาที่อยู่ในโรงเรียนเท่านั้น กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทชีวิตจริงจำเป็นต้องใช้ทักษะหลายด้านประกอบกัน เช่น การคิดและการใช้เหตุผล การโต้แย้ง การสื่อสาร การสร้างตัวแบบ การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา การนำเสนอ การใช้สัญลักษณ์และการดำเนินการ (PISA Thailand & IPST, 2014) เมื่อนักเรียนขาดสมรรถนะความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ทักษะดังกล่าวข้างต้น

จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ที่มีไปประยุกต์ใช้หรือต่อยอดเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์หรือบริบทที่พบเจอในชีวิตจริงได้

รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับกรอบแนวคิดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์รูปแบบหนึ่ง คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) ซึ่งเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากการสอนแบบเดิม ซึ่งเน้นการเชื่อมโยงสถานการณ์ในโลกจริงกับโลกคณิตศาสตร์ โดยการแปลงสถานการณ์ในโลกจริงให้อยู่ในโลกคณิตศาสตร์แล้วจึงดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ Seebut et al. (2011, cited in Muedpa, 2556) ได้กล่าวว่า วิธีการสร้างแบบจำลองเพื่อแก้ปัญหาที่มุ่งเน้นความหลากหลายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เด็กนักเรียนมีมุมมองที่กว้างขึ้นในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ Kanthawat et al. (2019) ที่พบว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จะช่วยส่งเสริมการใช้หลักการ กระบวนการ นิยาม ทฤษฎีบทหรือกลยุทธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ไขปัญหา รวมถึงการวิเคราะห์ตีความและประเมินผลลัพธ์ที่มีต่อประเด็นปัญหาในชีวิตจริงได้ การศึกษาที่ผ่านมา มีนักการศึกษา นักวิจัยหรือผู้ที่สนใจทั้งในประเทศไทยและต่างประเทศได้ศึกษาและนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไปใช้เพื่อพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างแพร่หลาย อาทิ งานวิจัยของ Asempapa (2015) ที่พบว่า การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ทรงพลังสำหรับการพัฒนาการใช้เหตุผลเชิงปริมาณ ทักษะการแก้ปัญหาและความสามารถในการสร้างแบบจำลองยังช่วยส่งเสริมการพัฒนาแนวปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและทักษะในศตวรรษที่ 21 สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเป็นทักษะการเรียนรู้ที่เป็นประโยชน์ต่อสถานการณ์ในชีวิตจริงและโลกปัจจุบัน ในอดีตจนปัจจุบันแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่จะอยู่ในรูปของการสร้างสมการเพื่อใช้แก้ปัญหา แต่สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปแบบการวาดภาพทางเรขาคณิตหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้กับเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติยังไม่ค่อยพบบ่อยนัก โดย Blum (2015) ได้เสนอกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 7 ขั้นตอน ประกอบด้วย ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 5 แปลความหมาย ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสมและขั้นที่ 7 นำเสนอ เนื่องจากเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ความรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ซึ่งผู้เรียนสามารถประยุกต์ใช้วิธีทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ ประกอบด้วย 1) การวาดภาพทางคณิตศาสตร์ 2) การเขียนสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวไม่ทราบค่า และ 3) การใช้ตารางแสดงความสัมพันธ์

ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาการส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยคาดว่า หากครูจัดการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถือว่าเป็นทักษะชีวิตพื้นฐานอย่างหนึ่งที่มีความจำเป็นเช่นเดียวกับการอ่านออกเขียนได้ให้แก่เด็กนักเรียน จะส่งผลให้นักเรียนมีความเข้าใจบทบาทและความสำคัญของคณิตศาสตร์ซึ่งถือเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ทำให้นักเรียนมีศักยภาพในการแก้ไขหรือตัดสินใจสถานการณ์ปัญหาต่างๆ ในชีวิตจริงบนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ได้

### วัตถุประสงค์

เพื่อส่งเสริมความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษ SMTE เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical literacy) หมายถึง ความสามารถของแต่ละบุคคลในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิดคณิตศาสตร์ และตีความและประเมินผลลัพธ์ทาง

คณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง รวมถึงการใช้แนวคิด กระบวนการ ข้อเท็จจริง และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อบรรยาย อธิบาย และคาดการณ์ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ประกอบด้วย 3 กระบวนการ ดังนี้

1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหา อธิบายและนำเสนอเชิงคณิตศาสตร์ โดยจัดรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์หรือปัญหา แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน ประกอบด้วย

1.1 ระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การระบุและอธิบายประเด็นปัญหาและข้อมูลที่จำเป็นทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง

1.2 ระบุเงื่อนไขเบื้องต้น ทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย คือ การจัดรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้สามารถวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ได้รวมทั้งบอกเงื่อนไขที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

1.3 แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐานหรือในรูปอัลกอริทึม คือ การวาดภาพหรือการใช้ตารางเพื่อแสดงความสัมพันธ์ รวมทั้งระบุสมการและแทนค่าข้อมูลลงในสมการ

2. การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง นักเรียนเข้าใจและใช้บทนิยาม กฎ และระบบที่มีกฎเกณฑ์ รวมถึงการใช้อัลกอริทึมที่คุ้นเคย ใช้กระบวนการที่มีหลายขั้นตอนและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุปโดยใช้รูปแบบการนำเสนอที่หลากหลาย ประกอบด้วย

2.1 ระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับประเด็นปัญหาและข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา

2.2 ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม คือ การคิดเชิงคำนวณในการหาผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุป พิจารณาถึงความสอดคล้องระหว่างสถานการณ์หรือปัญหากับวิธีการหรือกระบวนการที่เลือกใช้

3. การตีความและประเมินผลลัพธ์ หมายถึง นักเรียนสามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริงและรู้ถึงขอบเขตหรือข้อจำกัดของแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์หรือวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างบริบทของปัญหากับรูปแบบการนำเสนอวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการตีความและการประเมินความเป็นไปได้และข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

3.1 ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง คือ การอธิบายผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้เครื่องมือหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์สู่ผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาในโลกชีวิตจริง

3.2 ประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับบริบทโลกชีวิตจริง คือ การระบุว่าผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้สมเหตุสมผลกับบริบทของปัญหาหรือไม่

3.3 รู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การระบุข้อจำกัดของวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการ ประเมินผลจากใบกิจกรรมระหว่างเรียน และแบบทดสอบความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ดำเนินการตามรูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน (Action Research) ตามกรอบแนวคิดของ Kemmis & McTaggart (2000 cited in Kijkuakul, 2014) โดยดำเนินการ 4 วงรอบที่ต่อเนื่องกัน แต่ละวงรอบประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 วางแผน (Plan: P) คือ ออกแบบการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้หลังจากได้วิเคราะห์จุดประสงค์หรือกำหนดประเด็นปัญหาที่ชัดเจนแล้ว ขั้นที่ 2 ปฏิบัติการ (Act: A) คือ ปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ ขั้นที่ 3 สังเกต (Observe: O)

คือการเก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการปฏิบัติรวมทั้งสังเกตตนเองขณะปฏิบัติว่าวิธีการนั้นได้ผลหรือไม่ และ  
ขั้นที่ 4 สะท้อนผล (Reflect: R) คือนำข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์มาสะท้อนผล สังเคราะห์จุดเด่น จุดที่ควรพัฒนาหรือแก้ไข  
เพื่อนำไปวางแผนในวงรอบถัดไป

### ผู้เข้าร่วมวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัยในครั้งนี้ คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.2 โครงการห้องเรียนพิเศษ วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์  
เทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อม (SMTE) จำนวน 30 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 ซึ่งเป็นนักเรียนหญิงทั้งหมด ที่ได้มา  
ด้วยการเลือกแบบเจาะจง

### เครื่องมือวิจัย

ผู้วิจัยได้สร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัยโดยผ่านการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ได้แก่ ผู้เชี่ยวชาญ  
ด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์หรือคณิตศาสตร์ศึกษาและผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์  
ในโรงเรียน มีรายละเอียด ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 4 แผน รวม 10 ชั่วโมง ประกอบด้วย เรื่อง ความหมายของอัตราส่วน  
ตรีโกณมิติ จำนวน 3 ชั่วโมง เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  $\sin, \cos, \tan$  ของมุม  $30^\circ, 45^\circ$  และ  $60^\circ$  จำนวน 2 ชั่วโมง เรื่อง  
อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม จำนวน 2 ชั่วโมง เรื่อง การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา จำนวน 3 ชั่วโมง  
ผู้วิจัยใช้รูปแบบการประเมินแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ตามแบบของลิเคิร์ต (Likert) ผลการ  
ประเมินจากผู้เชี่ยวชาญพบว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ยความเหมาะสมโดยรวม เท่ากับ 4.67 และส่วนเบี่ยงเบน  
มาตรฐานโดยรวม เท่ากับ 0.47 ซึ่งถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุดและสามารถนำไปใช้ได้ ผู้วิจัยได้แก้ไข  
ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ คือ ปรับจุดประสงค์การเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ด้านความรู้ (K) ให้อยู่ในระดับที่  
สูงกว่าการอธิบายเพียงอย่างเดียวและเพิ่มรายละเอียดของกิจกรรมในส่วนของคำถามกระตุ้น

2. ใบกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นส่วนหนึ่งของแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับ  
กระบวนการความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีคำถามย่อยที่ส่งเสริมความรู้ทาง  
คณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการ ประกอบด้วย 4 สถานการณ์ คือ สถานการณ์สำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก สถานการณ์  
ความสูงของเสาธง สถานการณ์บ่อน้ำบาดาล และสถานการณ์ Wheelchair ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้พิจารณาความเหมาะสมของ  
ใบกิจกรรมพบว่าไม่มีส่วนที่ต้องปรับปรุงแก้ไข

3. แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บข้อมูลเพื่อใช้ในการวัดและประเมินผลความรู้  
ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งนักเรียนจะต้องทำแบบวัดนี้เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ทั้ง 4 แผนแล้ว ประกอบด้วย 2  
สถานการณ์ คือ สถานการณ์เทศกาลบอลลูก และสถานการณ์ลานกางเต็นท์ ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้ประเมินค่าดัชนีความสอดคล้อง  
(IOC) ของแต่ละข้อคำถาม ผลการประเมิน พบว่า ข้อคำถามส่วนใหญ่มีค่า IOC มากกว่า 0.6 ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้ และมีข้อ  
คำถาม 1 ข้อที่มีค่า IOC เท่ากับ 0.33 ซึ่งได้ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญแล้ว คือ 1) เพิ่มข้อคำถามที่ให้เขียน  
ข้อกำหนดหรือเงื่อนไขที่จะส่งผลต่อวิธีการหาผลลัพธ์หรือการคำนวณ 2) เพิ่มข้อคำถามที่ให้นักเรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ที่  
ต้องใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และ 3) เปลี่ยนรูปภาพที่ใช้ประกอบในสถานการณ์ลานกางเต็นท์ ให้เข้าใจง่ายขึ้น

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการ ประเมินผลจากใบกิจกรรมระหว่างเรียน และแบบวัดความรู้  
ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้การวิเคราะห์ข้อมูลแบบองค์ประกอบย่อย (Analytic rubrics) โดยการจัดกลุ่มคำตอบของนักเรียนแบ่ง  
ออกตามเกณฑ์ 4 ระดับ ได้แก่ 3 (ดีมาก) 2 (ดี) 1 (พอใช้) และ 0 (ปรับปรุง) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ครอบคลุมระดับความสามารถ  
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามกรอบของ PISA ทั้ง 6 ระดับ แสดงตัวอย่าง ดังตาราง 1

**Table 1** แสดงเกณฑ์ระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

องค์ประกอบย่อย	ระดับคุณภาพ	รายการประเมิน
1.1	3 (ดีมาก)	ระบุและอธิบายประเด็นปัญหาและข้อมูลที่จำเป็นทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2 (ดี)	ระบุและอธิบายประเด็นปัญหาและข้อมูลที่จำเป็นทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงได้ถูกต้องบางส่วนอย่างสมบูรณ์
	1 (พอใช้)	ระบุและอธิบายประเด็นปัญหาและข้อมูลที่จำเป็นทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงได้ถูกต้องบางส่วนแต่ไม่สมบูรณ์
	0 (ปรับปรุง)	ไม่สามารถระบุและอธิบายประเด็นปัญหาและข้อมูลที่จำเป็นทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงได้ หรือเขียนอธิบายคำตอบไม่ถูกต้อง
1.2	3 (ดีมาก)	จัดรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้สามารถวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ได้รวมทั้งบอกเงื่อนไขที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2 (ดี)	จัดรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้สามารถวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ได้รวมทั้งบอกเงื่อนไขที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วนอย่างสมบูรณ์
	1 (พอใช้)	จัดรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้สามารถวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ได้รวมทั้งบอกเงื่อนไขที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วนแต่ไม่สมบูรณ์
	0 (ปรับปรุง)	ไม่สามารถจัดรูปอย่างง่ายหรือแยกย่อยสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้สามารถวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ได้รวมทั้งไม่สามารถบอกเงื่อนไขที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
1.3	3 (ดีมาก)	วาดภาพหรือใช้ตารางเพื่อแสดงความสัมพันธ์ รวมทั้งระบุสมการและแทนค่าข้อมูลลงในสมการได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2 (ดี)	วาดภาพหรือใช้ตารางเพื่อแสดงความสัมพันธ์ รวมทั้งระบุสมการและแทนค่าข้อมูลลงในสมการได้ถูกต้องบางส่วนอย่างสมบูรณ์
	1 (พอใช้)	วาดภาพหรือใช้ตารางเพื่อแสดงความสัมพันธ์ รวมทั้งระบุสมการและแทนค่าข้อมูลลงในสมการได้ถูกต้องบางส่วนแต่ไม่สมบูรณ์
	0 (ปรับปรุง)	ไม่สามารถวาดภาพหรือใช้ตารางเพื่อแสดงความสัมพันธ์ รวมทั้งไม่ระบุสมการหรือเขียนอธิบายคำตอบไม่ถูกต้อง

**ผลการวิจัย**

ผู้วิจัยวิเคราะห์ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้จากใบกิจกรรม และหลังการจัดการเรียนรู้จากแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีผลการวิจัยดังนี้

1. ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ แสดงดังตาราง 2

**Table 2** แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบย่อยจาก 4 ใบกิจกรรม

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์	องค์ประกอบย่อย	ระดับคุณภาพความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบย่อย จำนวนนักเรียน(ร้อยละ)															
		ใบกิจกรรมที่ 1				ใบกิจกรรมที่ 2				ใบกิจกรรมที่ 3				ใบกิจกรรมที่ 4			
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0
คิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์	1.1	24 (80)	5 (17)	0 (0)	1 (3)	30 (100)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	29 (97)	1 (3)	0 (0)	0 (0)	30 (100)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
	1.2	6 (20)	22 (73)	2 (7)	0 (0)	24 (80)	6 (20)	0 (0)	0 (0)	17 (57)	12 (40)	1 (3)	0 (0)	6 (20)	12 (40)	9 (30)	3 (10)
	1.3	20 (67)	0 (0)	10 (33)	0 (0)	30 (100)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	18 (60)	11 (37)	1 (3)	0 (0)	12 (40)	9 (30)	9 (30)	0 (0)

ความฉลาด รู้ทาง คณิตศาสตร์	องค์ประ กอบย่อย	ระดับคุณภาพความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบย่อย จำนวนนักเรียน(ร้อยละ)															
		ใบกิจกรรมที่ 1				ใบกิจกรรมที่ 2				ใบกิจกรรมที่ 3				ใบกิจกรรมที่ 4			
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0
ใช้แนวคิดทาง คณิตศาสตร์	2.1	27 (90)	2 (7)	0 (0)	1 (3)	30 (100)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	23 (77)	7 (23)	0 (0)	0 (0)	27 (90)	3 (10)	0 (0)	0 (0)
	2.2	14 (46)	9 (30)	5 (17)	2 (7)	27 (90)	3 (10)	0 (0)	0 (0)	21 (70)	2 (7)	7 (23)	0 (0)	21 (70)	3 (10)	6 (20)	0 (0)
	2.3	11 (37)	14 (46)	3 (10)	2 (7)	9 (30)	6 (20)	9 (30)	6 (20)	11 (37)	8 (26)	0 (0)	11 (37)	6 (20)	12 (40)	0 (0)	12 (40)
ตีความและ ประเมินผลลัพธ์	3.1	4 (13)	24 (80)	2 (7)	0 (0)	30 (100)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	25 (83)	3 (10)	0 (0)	2 (7)	6 (20)	9 (30)	15 (50)	0 (0)
	3.2	3 (10)	23 (77)	1 (3)	3 (10)	3 (10)	18 (60)	0 (0)	9 (30)	22 (74)	6 (20)	1 (3)	1 (3)	2 (7)	22 (73)	0 (0)	6 (20)
	3.3	7 (23)	10 (33)	3 (10)	10 (33)	15 (50)	9 (30)	0 (0)	6 (20)	13 (43)	2 (7)	13 (43)	2 (7)	15 (50)	6 (20)	0 (0)	9 (30)

ตาราง 2 แสดงจำนวนนักเรียนและค่าร้อยละตามระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบย่อยจากทั้ง 4 ใบกิจกรรม สำหรับการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีและดีมากทุกใบกิจกรรม ในภาพรวมขององค์ประกอบย่อยที่ 1.1 มีนักเรียนอยู่แค่ 2 ระดับ คือ ระดับดีและดีมากเป็นสัดส่วนที่มากที่สุด ในขณะที่องค์ประกอบย่อยที่ 1.3 มีนักเรียนอยู่ในระดับพอใช้ ดีและดีมาก ส่วนองค์ประกอบย่อยที่ 1.2 มีนักเรียนอยู่ในทุกระดับ ซึ่งในใบกิจกรรมที่ 4 มีนักเรียนอยู่ในระดับพอใช้และปรับปรุงคิดเป็นร้อยละ 40

สำหรับการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีและดีมากทุกใบกิจกรรม ในภาพรวมขององค์ประกอบย่อยที่ 2.1 มีนักเรียนอยู่ในระดับดีและดีมากเป็นสัดส่วนที่มากที่สุด รองลงมาคือองค์ประกอบย่อยที่ 2.2 ในขณะที่องค์ประกอบย่อยที่ 2.3 มีนักเรียนอยู่ในระดับดีและดีมากในสัดส่วนค่อนข้างน้อยกว่าองค์ประกอบที่ 2.1 และ 2.2 และมีนักเรียนอยู่ทุกระดับ ซึ่งในใบกิจกรรมที่ 4 มีนักเรียนอยู่ในระดับปรับปรุงคิดเป็นร้อยละ 40

สำหรับการตีความและประเมินผลลัพธ์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีและดีมากทุกใบกิจกรรม ในภาพรวมขององค์ประกอบย่อยที่ 3.1 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีและดีมากในใบกิจกรรมที่ 1-3 แต่นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับพอใช้ในใบกิจกรรมที่ 4 องค์ประกอบย่อยที่ 3.2 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีในใบกิจกรรมที่ 1, 2 และ 4 ในขณะที่นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมากในใบกิจกรรมที่ 3 และองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 มีนักเรียนอยู่ในระดับดีและดีมากพอ ๆ กับอยู่ในระดับพอใช้และปรับปรุง ในใบกิจกรรมที่ 1 และ 3 ซึ่งในใบกิจกรรมที่ 2 และ 4 มีสัดส่วนของนักเรียนในระดับดีและดีมากเป็นสัดส่วนที่มากที่สุด

ภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 1.3 การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน อยู่ในระดับดีมาก ดังภาพ 1

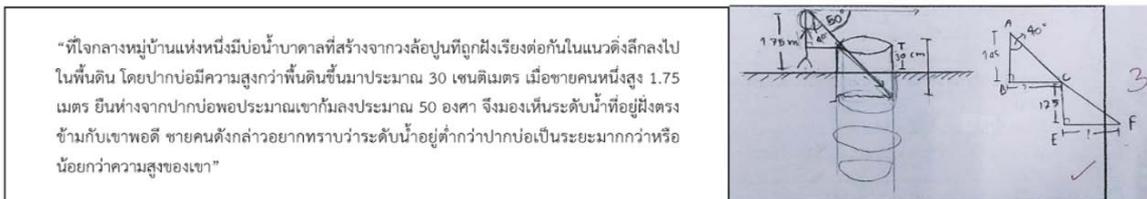


Figure 1 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 1.3 จากสถานการณ์ “บ่อน้ำบาดาล”

ภาพที่ 1 พบว่านักเรียนสามารถนำข้อมูลจากการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาวาดเป็นภาพจำลองสถานการณ์ ได้อย่างถูกต้อง มีการแยกย่อยจากภาพจำลองที่มีรายละเอียดค่อนข้างมากจากทางซ้าย มาเป็นภาพจำลองทางขวามือที่มีการตัดรายละเอียดที่ไม่จำเป็นออกไป เช่น รูปคน และบ่อน้ำ เป็นต้น แต่ยังคงมีรายละเอียดที่จำเป็นต้องใช้ในการหาผลลัพธ์ อย่างครบถ้วน และมีการกำหนดข้อมูลที่โจทย์ให้มาลงไปในภาพแบบจำลอง กำหนดชื่อของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและระบุขนาดของมุม BAC ซึ่งเป็นการนำความรู้เดิมมาประยุกต์ใช้ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งต่อเนื่องมาสู่ความสามารถในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปแบบของการวาดภาพจำลองซึ่งเป็นหนึ่งรูปแบบจากทั้งหมด 3 รูปแบบที่ใช้ในงานวิจัยในครั้งนี้ คือ การวาดภาพ การใช้ตารางแสดงความสัมพันธ์ และการเขียนสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวไม่ทราบค่า แสดงตัวอย่างดังภาพ 2

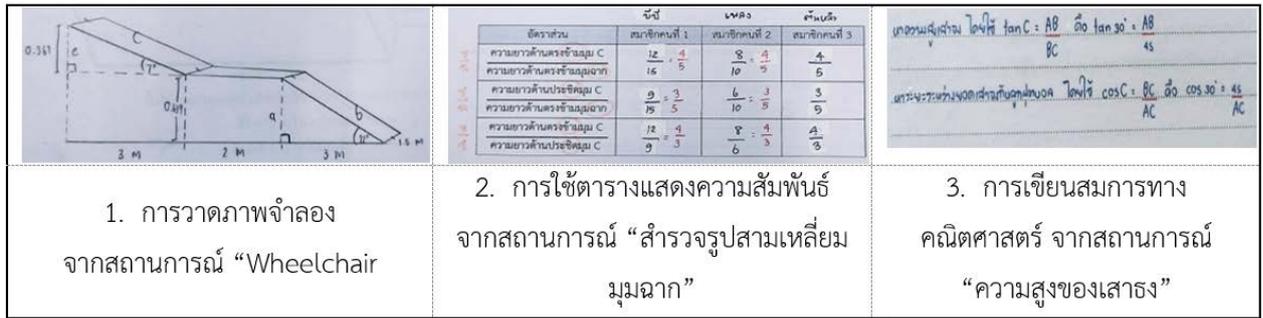


Figure 2 แสดงตัวอย่างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 3 รูปแบบที่ใช้ในงานวิจัย

ภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ ในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 คือรู้ขอบเขตหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับปรับปรุง ดังภาพ 3

เสาธงต้นหนึ่งอยู่ริมสนามฟุตบอลและมีลูกฟุตบอลวางอยู่กลางสนาม ซึ่งเสาธงมีความสูงมากจนไม่สามารถใช้อุปกรณ์วัดความสูงได้ หากนักเรียนต้องการหาความสูงโดยประมาณของเสาธงต้นนี้ และระยะห่างระหว่างยอดเสาธงกับลูกฟุตบอล โดยระยะห่างระหว่างเสาธงกับลูกฟุตบอลในแนวราบคือ 45 เมตร จะมีวิธีการอย่างไร

**คำถามที่ 8** วิธีการดังกล่าวสามารถนำไปใช้คำนวณในสถานการณ์จริงได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (องค์ประกอบที่ 3.3)

.....ไม่ได้ เสาหธง ..... ใช้หลักการทฤษฎีบทพีทาโกรัสกับลูกฟุตบอลได้จึงใช้ได้จริง

.....และเสาธงสูงเกินไปกว่าที่จะวัด ..... ก็หนักใช้วิธีการหาความสูงด้วยวิธีอื่นแล้วจะสะดวกและปลอดภัย

Figure 3 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 3.3 จากสถานการณ์ “สำรวจรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”

ภาพที่ 3 พบว่า หลังจากที่นักเรียนได้ดำเนินการหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาเรียบร้อยแล้ว นักเรียนระบุว่าวิธีการหรือแนวคิดที่ตนเองใช้นั้นไม่สามารถนำไปใช้ในสถานการณ์จริงได้ พร้อมให้เหตุผลว่าเสาธงมีความสูงมากเกินไปจึงไม่สามารถวัดความสูงได้ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการประเมินผลลัพธ์หรือวิธีการที่ไม่สอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนปฏิบัติ กล่าวคือ ในใบกิจกรรมนักเรียนเลือกใช้แนวคิดเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้สถานการณ์ปัญหา แต่นักเรียนกลับสรุปว่าแนวคิดนั้นไม่ถูกต้องและไม่สามารถนำไปใช้ได้จริง

2. ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังตาราง 3

Table 3 สรุประดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนส่วนใหญ่จากแบบทดสอบทั้ง 2 สถานการณ์ ตามองค์ประกอบย่อย

องค์ประกอบย่อยของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์	สถานการณ์ที่	ระดับคุณภาพ	จำนวน(คน)	ร้อยละ
1.1 การระบุประเด็นปัญหาทางคณิตศาสตร์	1	3 (ดีมาก)	29	96.67
	2	3 (ดีมาก)	29	96.67
1.2 ทำสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย	1	3 (ดีมาก)	15	50.00
		2 (ดี)	15	50.00
	2	2 (ดี)	22	73.33
1.3 แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เป็นมาตรฐาน	1	2 (ดี)	16	53.33
	2	3 (ดีมาก)	15	50.00
2.1 ระบุวิธีแก้ปัญหามathematics	1	3 (ดีมาก)	29	96.67
	2	3 (ดีมาก)	28	93.33
2.2 ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม	1	3 (ดีมาก)	21	70.00
	2	3 (ดีมาก)	17	56.67
2.3 ให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุป	1	3 (ดีมาก)	18	60.00
	2	3 (ดีมาก)	23	76.67
3.1 ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง	1	3 (ดีมาก)	21	70.00
	2	3 (ดีมาก)	25	83.33
3.2 ประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับบริบทโลกชีวิตจริง	1	3 (ดีมาก)	20	66.67
	2	3 (ดีมาก)	19	63.33
3.3 ระบุขอบเขตหรือจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	1	3 (ดีมาก)	23	76.67
	2	3 (ดีมาก)	22	73.33

ตาราง 3 แสดงผลการวิจัยจากแบบทดสอบทั้งสองสถานการณ์ที่นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับคุณภาพของความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบย่อย อยู่ในระดับดีมากในองค์ประกอบที่ 1.1, 2.1-2.3 และ 3.1-3.3 สำหรับองค์ประกอบย่อยที่ 1.2 และ 1.3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมากและดีเป็นจำนวนเกือบเท่ากัน เนื่องจากนักเรียนเขียนประเด็นปัญหาหรือข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ได้ไม่ครบถ้วน และไม่ระบุข้อมูลสำคัญลงในแบบจำลองที่สร้างขึ้น

ภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในองค์ประกอบย่อยที่ 2.1 และ 2.3 อยู่ในระดับดีมาก ดังภาพ 4

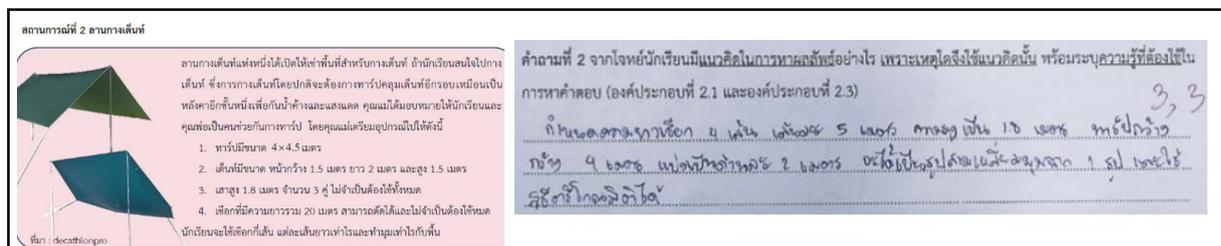


Figure 4 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 2.1 และ 2.3 จากสถานการณ์ที่ 2

ภาพ 4 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียน พบว่านักเรียนมีความสามารถด้านการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุปอยู่ในระดับดีมาก ซึ่งนักเรียนสามารถบอกเหตุผลในการเลือกใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาได้ คือเมื่อวาดภาพจำลองจะได้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจึงสามารถใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติได้

ภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการการตีความและประเมินผลลัพธ์  
ในองค์ประกอบย่อยที่ 3.1 อยู่ในระดับดีมาก ดังภาพ 5

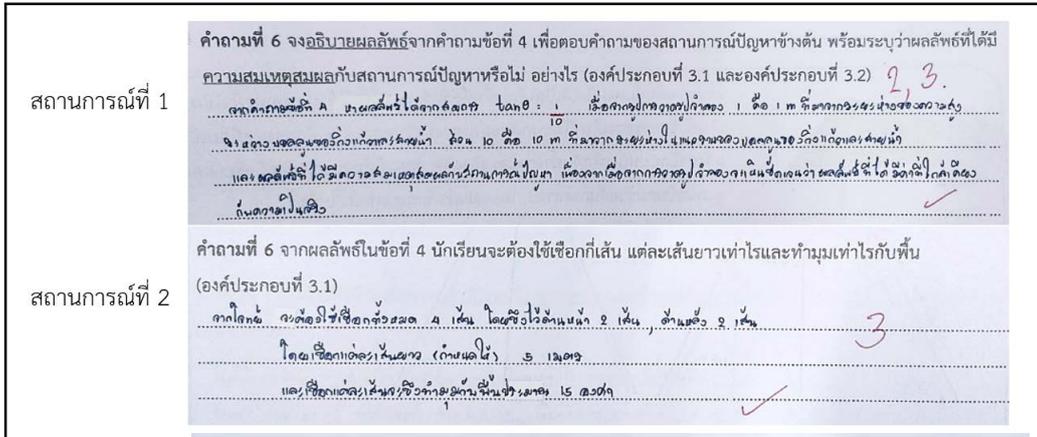


Figure 5 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนในองค์ประกอบย่อยที่ 3.1 จากสถานการณ์ที่ 1 และ 2

ภาพ 5 แสดงการเขียนคำตอบของนักเรียนคนเดียวกัน พบว่านักเรียนมีความสามารถด้านการตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบจำลองให้อยู่ในบริบทโลกชีวิตจริงอยู่ในระดับดีขึ้นไป คือ จากสถานการณ์ที่ 1 “เทศกาลบอลลูน” นักเรียนนำวิธีการแก้ปัญหาอธิบายแต่ยังขาดการนำผลลัพธ์ที่โจทย์ต้องการมาตอบนั่นคือโจทย์ต้องการทราบ “ถ้าปล่อยให้บอลลูนลอยขึ้นไปอีก 30 วินาที สายน้ำจะมองเห็นถึงแก้วเป็นมุมกี่องศา” และในสถานการณ์ที่ 2 “ลานกางเต็นท์” นักเรียนสามารถแปลผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมาตอบเป็นผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างครบถ้วนและถูกต้อง

ผลการวิจัยความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้จากใบกิจกรรม และหลังการจัดการเรียนรู้จากแบบวัดความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนส่วนใหญ่ที่อยู่ทั้งในระดับดีมาก ดี พอใช้และปรับปรุงในใบกิจกรรม ในขณะที่ผลจากแบบวัดมีเพียงระดับดีและดีมากเท่านั้น ซึ่งส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก

### อภิปราย และข้อเสนอแนะ

ผลจากการวิจัยมีข้อค้นพบที่สามารถนำมาอภิปรายได้ ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในงานวิจัยนี้เป็นการจัดกิจกรรมภายใต้สถานการณ์ปัญหาที่ถูกออกแบบขึ้นให้มีความสอดคล้องกับบริบทของโลกรจริงหรือใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนสามารถถ่ายโยงความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้ เนื่องจาก "แบบจำลอง" ไม่ใช่เพียงแค่การแสดงทางกายภาพหรือปรากฏการณ์ทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ยังหมายถึงส่วนประกอบของระบบแนวคิดของนักเรียน เช่น วัตถุประสงค์และวิธีการคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ของนักเรียน (Cobb, 2002) ในงานวิจัยนี้พบว่านักเรียนมีการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทั้งหมด 3 รูปแบบ คือ การวาดภาพจำลอง การใช้ตารางแสดงความสัมพันธ์ และการเขียนสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 รูปแบบดังกล่าว เกิดจากการวิเคราะห์ข้อมูลเชื่อมโยงกันอย่างเป็นลำดับ กล่าวคือ นักเรียนจะต้องทำการวิเคราะห์เนื้อหาเดิมจากการสร้างตารางแสดงความสัมพันธ์เพื่อสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องในสถานการณ์ปัญหา จากนั้นจึงนำตารางแสดงความสัมพันธ์ที่ได้มาวิเคราะห์ร่วมกับข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาในบริบทของโลกรจริงสู่บริบทของคณิตศาสตร์ซึ่งอาจจะต้องมีการกำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมจากสถานการณ์ปัญหาแล้วนำมาสร้างเป็นแบบจำลองที่อยู่ในรูปของการวาดภาพจำลอง สุดท้ายนักเรียนจะต้องทำการวิเคราะห์ข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาร่วมกับแบบจำลองที่อยู่ในรูปของภาพจำลอง เพื่อกำหนดประเด็นสำคัญและแนวคิดที่จะใช้ในการหาผลลัพธ์จนนำไปสู่การสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ที่จะใช้ในการหาผลลัพธ์ ซึ่งเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์รูปแบบสุดท้าย และส่งผลต่อการพัฒนา

ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ Gravemeijer & Stephan (2002) ที่กล่าวว่า แบบจำลองไม่ได้จำกัดเพียงแค่การแปลงสถานการณ์ปัญหาในบริบทของชีวิตจริงเป็นคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ยังเกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ใหม่ ๆ และจัดระเบียบข้อมูลที่มีอยู่ในสถานการณ์เหล่านั้น นั่นคือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ต้องใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อส่งเสริมให้เกิดความคิดที่ยืดหยุ่นและสามารถปรับเปลี่ยนได้ต่อการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ เมื่อเจอสถานการณ์ที่ท้าทาย (Cai et al., 2014) สอดคล้องกับ English et al. (2016) ที่กล่าวว่า แบบจำลองถือว่ามีวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ด้วยตนเอง แต่ในขณะเดียวกันแบบจำลองก็ยังเป็นเครื่องมือที่ทำให้เกิดมุมมองและวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายเพื่อจะนำไปสู่การบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ด้วย สอดคล้องกับงานวิจัยของ Kaiser & Willander (2005) ที่พบว่า นักเรียนเกิดการพัฒนาแนวคิดที่เปิดกว้างมากขึ้นเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิดหรือสถานการณ์ปัญหาที่ใช้บริบทเป็นฐานและมีวิธีแก้ปัญหาที่เป็นไปได้มากกว่าหนึ่งวิธี และทำให้ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกิดการพัฒนาได้อย่างต่อเนื่องทุกกระบวนการ

2. กระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์มีการพัฒนามากที่สุดในระหว่างการจัดการเรียนรู้ในขั้นที่ 1 ถึง 3 กล่าวคือ นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหา กำหนดเงื่อนไขและสามารถวิเคราะห์สถานการณ์เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างง่ายและระบุสมการที่ต้องใช้ได้ เนื่องจากในระหว่างการจัดการเรียนรู้ นักเรียนได้รับการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต้องใช้ในการเสริมต่อการเรียนรู้ไปยังเนื้อหาใหม่ รวมทั้งได้รับคำแนะนำและคำถามกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายที่มาหรือเหตุผลของการเลือกใช้แนวคิดนั้น ๆ ในการแก้สถานการณ์ปัญหา สอดคล้องกับ Niss (2015) ที่ว่าการที่นักเรียนต้องทำความเข้าใจและทำให้สถานการณ์ปัญหานั้นง่ายขึ้นเป็นผลให้นักเรียนจำเป็นต้องสื่อสารกระบวนการแก้ปัญหาและผลลัพธ์โดยการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันอย่างกระตือรือร้น จึงทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาด้านการแปลงสถานการณ์ปัญหาจากบริบทของโลกจริงไปสู่บริบทของคณิตศาสตร์ได้ถึงแม้จะเจอสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อน รวมทั้งการออกแบบสถานการณ์ปัญหาให้สอดคล้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนและไม่ซับซ้อนเกินไป กล่าวคือ เป็นสถานการณ์ที่อยู่ในกลุ่มทำใหม่ และกลุ่มการเชื่อมโยง (PISA, 2003) คือเริ่มจากการใช้ความรู้โดยตรงจากเนื้อหาที่เรียนมาเพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีความใกล้เคียงกับสถานการณ์ปัญหาเดิมที่เคยเรียนมา ซึ่งอาจจะเป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีคำถามเดียวหรือมีหลายคำถามย่อย แล้วขยายหรือต่อเนื่องด้วยสถานการณ์ปัญหาที่มีการเปรียบเทียบผลลัพธ์ คือนักเรียนจะต้องวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองกับเงื่อนไขหรือข้อมูลที่โจทย์ให้มาเพื่อสรุปคำตอบ ซึ่งสถานการณ์ปัญหาในลักษณะดังกล่าวทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ อยากเรียนรู้และมีข้อมูลมากเพียงพอในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับงานวิจัยของ Maslihah et al. (2021) ที่พบว่า การเรียนโดยใช้สถานการณ์ปัญหามานับบริบทของโลกจริงช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับปัญหาในบริบทอื่น ๆ ของนักเรียนได้ ซึ่งเป็นการเพิ่มความเป็นอิสระในการเรียน นั่นเป็นเพราะในระหว่างการเรียนรู้ นักเรียนจะได้ฝึกแก้ปัญหาโดยเชื่อมโยงกับเนื้อหาในห้องเรียน เกิดการแลกเปลี่ยนแนวคิดเพื่อแก้ปัญหาจนสามารถนำเสนอแนวคิดของตนเองและวิเคราะห์แนวคิดของเพื่อนเพื่อประเมินความเข้าใจได้

3. กระบวนการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์มีผลการวิจัยดีที่สุดในหลังการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นผลจากการจัดการเรียนรู้ขั้นที่ 4 คือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยองค์ประกอบย่อยที่มีการพัฒนามากที่สุด คือ การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปของการแก้สมการทางคณิตศาสตร์ เห็นได้จากจำนวนนักเรียนที่อยู่ในระดับดีมากที่พบว่ามีจำนวนเพิ่มขึ้นในทุกกรอบปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อการพัฒนากระบวนการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การทบทวนเรื่องการแก้สมการซึ่งเป็นเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานสำคัญของเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ รวมถึงการเน้นย้ำและตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนสามารถเลือกใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้สอดคล้องกับเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปของการวาดภาพจำลองที่นักเรียนสร้างขึ้น ประกอบกับนักเรียนเกิดการเรียนรู้จากขั้นที่ 5 แปลความหมายผลลัพธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง และขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม ที่นักเรียนเกิดการร่วมกันอภิปรายและสะท้อนผลในระหว่างเรียน และการให้ข้อเสนอแนะของครูทันทีที่พบว่านักเรียนยังใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้อง

หรือไม่ครบถ้วน ทำให้เกิดการพัฒนาด้านจิตในวงรอบถัดมา สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Hattie and Timperley (2007) ที่พบว่า การให้ข้อมูลย้อนกลับมีอิทธิพลและมีประสิทธิภาพมากที่สุดในการเรียนรู้ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจ หรือพัฒนากลยุทธ์ที่มีประสิทธิภาพในการประมวลผลข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้ได้ ส่วนองค์ประกอบย่อยด้านการระบุวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงข้อสรุปพบว่ามีการพัฒนาใกล้เคียงกัน การวิเคราะห์สาเหตุที่สองกระบวนการดังกล่าวมีผลการพัฒนาน้อย อาจเป็นเพราะนักเรียนระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่ครบถ้วนและไม่เขียนอธิบายเหตุผลในการเลือกใช้แนวคิดนั้น

4. กระบวนการตีความและประเมินผลลัพธ์ จะเกิดในขั้นการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ถึง 7 เป็นขั้นที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้นเพื่อใช้แก้สถานการณ์ปัญหา รวมทั้งตีความผลลัพธ์จากบริบทของคณิตศาสตร์เพื่อตอบคำถามของสถานการณ์ปัญหาในบริบทของโลกจริง ซึ่งนักเรียนต้องตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นและอธิบายที่มาของผลลัพธ์นั้น ครูจะต้องเน้นให้นักเรียนเกิดความตระหนักว่าผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณผ่านบริบทของคณิตศาสตร์เมื่อนำกลับไปตอบปัญหาในบริบทของโลกจริงอาจจะเกิดความคลาดเคลื่อนของผลลัพธ์ได้ นักเรียนต้องคำนึงถึงข้อจำกัดที่อาจเกิดขึ้นได้ในสถานการณ์จริงจากการกำหนดเงื่อนไขในขั้นตอนที่ 2 เช่น ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการใช้เครื่องมือวัดขนาดของมุมหรือระยะทาง เป็นต้น สอดคล้องกับ Hayati & Kamid (2019) ที่กล่าวว่า ในยุคปัจจุบันสิ่งที่จำเป็นไม่ใช่เพียงแค่มatematika ในเชิงคำนวณเท่านั้น แต่ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาในบริบทของชีวิตจริงก็ควรให้ความสำคัญเช่นกัน และต้องอาศัยความสามารถในการนำอภิปรายของครู ดังที่ Botha (2013) กล่าวว่า หากครูไม่มีความเชี่ยวชาญมากพออาจจะไม่สามารถทำให้นักเรียนเชื่อมโยงโลกแห่งความจริงกับห้องเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีเท่าที่ควร ปัจจัยสำคัญในการพัฒนากระบวนการตีความและประเมินผลลัพธ์ คือ การสังเกตและรวบรวมแนวคิดที่เกิดขึ้นในห้องเรียน ที่อาจมีความหลากหลาย เช่น การหาขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก นักเรียนอาจจะใช้ความรู้เรื่องสามเหลี่ยมคล้ายหรืออัตราส่วนตรีโกณมิติในการหาผลลัพธ์ก็ได้ทั้งสองวิธีการ ครูจะต้องนำแนวคิดเหล่านี้มาให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้เห็นความเชื่อมโยงของแต่ละแนวคิดและความเกี่ยวข้อง รวมทั้งได้เห็นจุดเด่นและจุดที่ต้องปรับปรุงแก้ไขในแนวคิดหรือวิธีการของตนเองและร่วมกันสังเคราะห์เป็นแนวคิดที่สามารถใช้แก้สถานการณ์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด

### ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายที่มาหรือเหตุผลของการเลือกใช้แนวคิดในการแก้สถานการณ์ปัญหา เนื่องจากจะช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ไปสู่วิธีการแก้ปัญหา จนสามารถสรุปและแปลความหมายผลลัพธ์จากบริบทของคณิตศาสตร์ไปยังบริบทของโลกจริงได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งปัจจัยสำคัญที่จะส่งผลให้นักเรียนสามารถอธิบายที่มาของแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาได้ครบถ้วนคือพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน

2. ครูต้องสังเกตและรวบรวมแนวคิดที่เกิดขึ้นในห้องเรียน ถ้านักเรียนใช้แนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ครูจะต้องนำแนวคิดเหล่านี้มาให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อให้นักเรียนได้เห็นความเชื่อมโยงของแต่ละแนวคิดแล้วนำไปสู่การสรุปแนวคิดที่สามารถใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมที่สุดซึ่งอาจจะมีหลายวิธีการก็ได้

3. ในระหว่างการจัดการเรียนรู้ ครูควรใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาในบริบทของชีวิตจริงเพื่อให้สามารถใช้แนวคิดหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น เป็นสิ่งสำคัญเนื่องจากการถ่ายโยงความรู้ที่เรียนไปแล้วไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง หากนักเรียนไม่กำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาที่โจทย์ไม่ได้กำหนดมาให้ อาจจะทำให้ไม่สามารถใช้แนวคิดหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง และควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สะท้อนสิ่งที่เรียนรู้ร่วมกันซึ่งจะมีผลต่อการแปลความหมายผลลัพธ์ของสถานการณ์จากบริบทของคณิตศาสตร์ไปยังบริบทของสถานการณ์จริง โดยปัจจัยที่ส่งผลต่อความถูกต้องของเงื่อนไขที่นักเรียนกำหนดขึ้น คือ ความรู้เดิมของนักเรียน และการใช้คำถามกระตุ้นของครู

### ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ผู้วิจัยควรศึกษาการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) เพื่อช่วยพัฒนาความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ เนื่องจากผลการวิจัยจากแบบวัดชี้ให้เห็นว่ากระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนอ่อนกว่าอีกสองกระบวนการที่เหลือ และในระหว่างจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่านักเรียนได้อภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มส่งผลให้นักเรียนสามารถระบุประเด็นการเรียนรู้และข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาได้ครบถ้วนสมบูรณ์และยังช่วยตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการในการหาผลลัพธ์ของแต่ละคนได้อีกด้วย

### References

- Asempapa, R. S. (2015). Mathematical modeling: Essential for elementary and middle school students. *Journal of Mathematics Education*, 8(1), 16-29.
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education: Intellectual and attitudinal challenges* (pp. 73-96). Springer International Publishing.
- Boaler, J. (1993). The role of contexts in the mathematics classroom: do they make mathematics more "real"?. *For the Learning of Mathematics*, 13, 12-17.
- Botha, H., Maree, J., & Stols, G. (2013). Mathematical Literacy teachers: Can anyone be one?. *Perspectives in Education*, 31(4), 180-194.
- Cai, J., Cirillo, M., Pelesko, J., Bommero Ferri, R., Borba, M., Geiger, V., ... & Kaiser, G. (2014). Mathematical modeling in school education: Mathematical, cognitive, curricular, instructional and teacher educational perspectives. In Liljedahl, P., Nicol, C., Oesterle, S. & Allan, D. (Eds.), *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education*, 1. 145-156. Vancouver, Canada: PME.
- Cobb, P. (2002). Modeling, symbolizing, and tool use in statistical data analysis. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 171-196). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- English, L. D., Arleback, J. B., & Mousoulides, N. (2016). Reflections on progress in mathematical modelling research. In *The second handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 383-413). Brill.
- Gravemeijer, K., & Stephan, M. (2002). Emergent models as an instructional design heuristic. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 145-169). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Genc, M., & Erbas, A. K. (2019). Secondary mathematics teachers' conceptions of mathematical literacy. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 7(3), 222-237.
- Hattie, J. & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77, 81-112.
- Hayati, T. R., & Kamid, K. (2019). Analysis of mathematical literacy processes in high school students.

- International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, 2, 116-119.
- Kaiser, G., & Willander, T. (2005). Development of mathematical literacy: Results of an empirical study. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2-3), 48-60.
- Kanthawat, C., Supap, W. & Klin-eam, C. (2019). The development of grade 11 students' mathematical literacy on sequences and series using mathematical modelling. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157, 1-6.
- Kijkuakul, S. (2014). Organizing science learning activities directions for 21 century teachers. Phitsanulok: Juldes Printing. [in Thai]
- Maslihah, S., Waluya, S. B., Karomah, N., & Iqbal, K. (2021, June). Increasing mathematical literacy ability and learning independence through problem-based learning model with realistic mathematic education approach. *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1918, No. 4, p. 042123). IOP Publishing.
- Mumcu, H. Y. (2016). Using Mathematics, Mathematical Applications, Mathematical Modelling, and Mathematical Literacy: A Theoretical Study. *Journal of Education and Practice*, 7(36), 80-96.
- Muedpa, P. (2556). *Promoting the process of mathematical modelling by using learning activities in pythagoras'theorem* (Master's thesis). Ubonratchathani University, Faculty of Science. [in Thai]
- Niss, M. (2015). Mathematical competencies and PISA. In K. Stacey, & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy: The PISA experience* (pp. 35-56). New York: Springer.
- Phanthali, P. (2020). Social changes in the 21st century. *Buddhism in Mekong Region*, 3, 44-55. [in Thai]
- PISA, O. (2003). Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills. *Jurnal OCED*, 23, 105.
- PISA Thailand & The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST). (2013). *Summary of the PISA 2012 Assessment Results: Mathematics, Reading, and Science for Managers*. Bangkok: Advance Printing. [in Thai]
- PISA Thailand & The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST). (2014). *Sample Mathematics Test for PISA 2012*. Bangkok: V.J. Printing. [in Thai]
- Rizki, L. M., & Priatna, N. (2019). Mathematical literacy as the 21st century skill. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157, 042088.
- Saiyaros, T., Srichompoo, S. & Inprasitha, M. (2019). Mathematical Argumentation in Classroom Using Lesson Study and Open Approach. *National Graduate Education Research Presentation Conference*, Khon Kaen University, 1873-1883. [in Thai]
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST). (2023). Mathematical literacy. Retrieved from [https://www.ipst.ac.th/news/17126/20211123\\_smte.html](https://www.ipst.ac.th/news/17126/20211123_smte.html). [in Thai]